

Válasz Takács Gábor bírálói véleményére Fodor Gyula MTA doktori értekezésével kapcsolatban

Nagyon köszönöm hogy időt szánt a dolgozatom alapos átnézésére és a bírálat elkészítésére. A kérdésekre adott válaszaim a következők:

1. Mi az eredmények tágabb fizikai relevanciája? Mit világítanak meg ezek az oszcillonok részecskefizikai, illetve asztrofizikai alkalmazásai kapcsán felmerült kérdések közül?

A doktori dolgozat a téma kiterjedtsége és a terjedelmi korlát miatt főleg az oszcillonok és oszcillatonok sugárzásának meghatározására koncentrált. Viszont jelentős eredményeink vannak az oszcillonok méretére, energiájára és időbeli fejlődésére vonatkozóan is. Az időben egzaktul periodikusan rezgő, de nagyon kis állóhullám farkokkal rendelkező kvázibreather megoldások fogalmát a 2006-os cikkünkben vezettük be [1]. Megmutattuk, hogy az oszcillonok időfejlődésük során kvázibreather állapotok mentén haladnak, az energia lassú kisugárzásával. Ez lehetővé teszi, hogy nagy számú numerikus időfejlődési szimuláció helyett a kvázibreatherek egyparaméteres seregét tanulmányozhassuk. Ennek köszönhetően az oszcillonokkal kapcsolatban megjelenő publikációk jelentős részében hivatkozzák az eredményeinket.

Gravitációhoz csatolt skalármezők fontos fizikai tulajdonsága hogy alkalmasak lehetnek a galaxisokban és a környezetükben létező sötét anyag leírására [2, 3, 4]. A szükséges tömeges skalármezőt axionok [5, 6], vagy még kisebb tömegű axionszerű részecskék adhatják [7, 8]. A gravitáció hatására a skalármezőből fokozatosan nemlineáris lokalizált struktúrák, vagyis oszcillatonok jöhetnek létre. Az oszcillaton megoldásokat mi tanulmányoztuk először elegendő pontossággal ahhoz, hogy a rendkívül kicsi sugárzásukat meg tudjuk határozni, analitikus és numerikus módszerekkel is [9, 10]. Az elegendően hosszú élettartam különösen fontos a sötét anyagként való alkalmazás esetén. Elég alacsony tömegű mező esetén a létrejövő oszcillatonok akár galaktikus méretűek is lehetnek. Skalár sötét anyag magyarázatot adhat arra is, hogy miért nem figyelhetünk meg bizonyos méret alatti csomósodásokat galaxisok központi tartományában [11, 12, 13, 14]. Sok kialakult oszcillon vagy oszcillaton együttesen nagy méret-skálákon tekintve nulla nyomású sötét anyagként viselkedik.

A korai univerzum különböző időszakaiban történő fázisátmenetek során megjelenő nagy amplitúdójú nemlineáris rezgésekből is könnyen kialakulnak oszcillonok. Egy dimenzió esetén kink/antikink állapotok ütközésekor [15, 16], illetve szfaleron megoldások bomlásakor [17, 18] is létrejönnek hosszú élettartamú oszcillonok. Három dimenziónál a kialakuló doménfalak vagy buborék tartományok ütközésekor, illetve összeomlásakor keletkeznek oszcillonok nagy számban [19, 20, 21].

Az inflációs időszak után az inflaton mező csomósodásaiból oszcillonok alakulhatnak ki, amelyek egy ideig az energiasűrűség jelentős részét adhatják, és késleltethetik a sugárzás által dominált időszak kialakulását [22, 23, 24]. Az oszcillonok befolyásolhatják az univerzum tágulási ütemét, elősegíthetik részecskék kialakulását, gravitációs hullámokat bocsáthatnak ki, vagy akár fekete lyukká is összeomolhatnak. Az oszcillonok keletkezésekor, ütközésekor és bomlásakor létrejövő gravitációs hullámok hozzájárulhatnak a gravitációs hullám háttérhez, és ez mérhetővé is válhat a tervezett detektorokkal [25, 26, 27].

Az általunk bevezetett kvázibreather fogalom nagy amplitúdójú oszcillonokra is jól alkalmazható, de ekkor csak numerikus módon határozható meg az időben periodikus állapot. Az oszcillonokról készült második cikkünkben részletesen kidolgoztuk a kicsinek tekintett amplitúdó szerinti kifejtés eljárását, tetszőleges kölcsönhatási potenciál és dimenzió esetére [28]. Ennek segítségével kis és közepes amplitúdójú oszcillon állapotok mag tartománya leírható analitikus módon. Ezt a munkánkat is érdemben hivatkozzák az olyan cikkek többségében, ahol az oszcillonok nem numerikus tanulmányozására van szükség. Ilyenek például az oszcillonok kvantálásával foglalkozó cikkek, ahol a klasszikusnak tekintett háttérmegoldást a kifejtés segítségével határozzák meg.

Az oszcillonok bármilyen fizikai alkalmazása szempontjából alapvető fontosságú a sugárzásuk és ezzel összefüggésben az élettartamuk ismerete. Egy konkrét kezdőadat esetében ez időfejlődést leíró numerikus kód segítségével jól tanulmányozható. Általánosabban érvényes eredményt kaphatunk az időben periodikus kvázibreather megoldás kis amplitúdójú állóhullám aszimptotikájának meghatározásával. Nagy központi amplitúdójú állapotoknál ez spektrális numerikus kód alkalmazását igényli [1, 10]. Kis és közepes amplitúdójú oszcillonoknál és oszcillatonoknál a sugárzás amplitúdója olyan kicsivé válik, hogy csak az analitikus módszerrel határozható meg [29, 30, 9].

2. A szerző módszereivel tanulmányozható-e az oszcillonok staccato bomlása? Ha igen, akkor milyen eredményeket várhatunk ettől?

Az oszcillonok fejlődésük során az idő legnagyobb részében gyengén sugároznak, miközben amplitúdójuk csökken és frekvenciájuk lassan növekszik. Ha eközben az ω rezgési frekvencia átlépi az m/n értéket, ahol m a skalármező tömege és n pozitív egész, akkor a $\cos(n\omega t)$ rezgési módus lecsengőből oszcillálóvá válik. Ez az oszcillon által kibocsátott sugárzás hirtelen növekedésével jár együtt, majd megint egy stabilabb időszak következik. Ez a jelenség staccato bomlás néven ismert az irodalomban [31, 32]. Ahhoz, hogy legalább egy ilyen oszcillon állapotok közötti hirtelen átmenetet megfigyelhessünk, a kezdetben kialakult oszcillon frekvenciájának kisebbnek kell lennie mint $m/2$, ami viszont nagy középonti amplitúddal jár együtt. Kettő vagy három térdimenzió esetén a leginkább használt ϕ^4 valamint sine-Gordon potenciál választás mellett az ilyen alacsony frekvenciás oszcillonok már eleve rendkívül gyorsan sugároznak, rövid élettartamúak, így a staccato bomlásnak megfelelő intenzitás növekedés nem figyelhető meg. Az oszcillonokkal kapcsolatos irodalom nagy részében eleve feltételezésre kerül, hogy $\omega > m/2$.

Az MTA doktori dolgozat terjedelmi korlátja 120 oldal, ezért a céloom főleg az oszcillonok sugárzásának számolására vonatkozó analitikus módszerek bemutatása volt. Ez az eljárás vezető rendben csak nagyon kis amplitúdójú oszcillonokra ad jó közelítést. A kidolgozás alatt álló magasabb rendek is még csak közepes amplitúdókra lesznek használhatóak. Az $m/2$ frekvencia alatt rezgő állapotok vizsgálatára leginkább numerikus módszerek lehetnek alkalmasak. Megfelelő kezdőadat rendelkezésre állása esetén a numerikus időfejlődést szimuláló kódunk jól használható a célra. Az időben periodikus de gyengén lokalizált kvázibreather állapotok lehetnek az ideális kezdőadatok. Ezek előállítására a spektrális kódunk várhatóan jól alkalmazható lesz $m/2$ alatti frekvencia esetén is. A számolás során megkaphatjuk a kvázibreather

állapotok energiájának a frekvenciától való függését is. Az így kapott görbe lokális minimumainál nincs közeli állapot amelybe a további sugárzás során az oszcillon átmehetne. Ezért a minimumok az adott frekvenciánál megjelenő staccato bomlásnak felelhetnek meg. Erre vonatkozóan már létezik eredmény az irodalomban, de csak véges tartományba zárt oszcillon esetén [33].

Az oszcillon energiájának lépcső-szerű csökkenése két és három dimenzió esetén is megfigyelhető szimmetrikus ϕ^6 potenciál esetén [34]. Ebben az esetben az állapotok frekvenciája $0.8m$ felett van, ezért a szokásos staccato bomlástól eltérő mechanizmus felelős a hirtelen átmenetekért. A ϕ^6 potenciálnál megjelenő nagy amplitúdójú és nagy energiájú állapotok „lapos-tetejű” (flat-top) oszcillonokként ismertek az irodalomban [35]. A hirtelen átmeneteknél az oszcillon középső lapos részén megjelenő oszcillációk száma csökken [34].

3. Lehet-e ezen eredmények alapján továbblépni a kvantum oszcillonok bomlásának megértésében? Van-e, és ha igen, akkor mi az új eredmények következménye kvantum szinten?

A megjelent publikációk többsége klasszikus térelméleti megoldásként tanulmányozza az oszcillonokat. Ez indokolt, ugyanis az oszcillonok tömege sokkal nagyobb mint az őket létrehozó skalár részecskéké, így nagy számú azonos részecske által létrehozott kollektív kvantum állapotoknak tekinthetők.

Az oszcillonok kvantálására vonatkozó publikált eredmények a klasszikus oszcillon háttér-megoldás körüli kis perturbációk vizsgálatán alapulnak [36, 37, 38, 39, 40, 41]. Mivel nem áll rendelkezésre egzakt oszcillon megoldás, a gyakorlatban ez az amplitúdó-paraméter hatványai szerint való kifejtéssel kapott közelítés valamilyen alacsony rendjének háttérként való használatát jelenti. Ezt a kifejtést egy 2008-ban megjelent cikkünkben dolgoztuk ki általános kölcsönhatási potenciál és tetszőleges dimenzió esetére [28], és eredményeinket a kvantálással kapcsolatos cikkeknel is használják és hivatkozzák [37, 41].

Az oszcillonok perturbatív kvantálásánál gyakorlatilag ugyanazt a problémát kell megoldanunk, mint amit a klasszikus oszcillon megoldás lineáris stabilitásának vizsgálatakor [42, 43]. Mivel a háttér időben periodikusan rezeg, a Floquet módusok, vagyis a monodrómia-mátrix kiszámolására van szükség. Az oszcillon körüli kis perturbációk számolására a klasszikus sugárzás meghatározásához is szükség van, mivel a sugárzó de szimmetrikus, és a nem sugárzó de antiszimmetrikus megoldás különbsége exponenciálisan kicsi, és ezért a linearizált rendszer perturbatív megoldása. Az időben periodikus perturbáció magasabb rendű WKB közelítés használatával megfelelően pontosan számolható, amit az ötödrendű KdV egyenlet esetére be is mutattunk [44, 45], és az MTA doktori dolgozatomban is részletesen leírtam.

A kvantált oszcillonok sugárzását először Mark Hertzberg számolta 2010-ben [37]. Ennek eredményei szerint a kvantum sugárzás csak az ε kis-amplitúdó paraméter hatványai szerint cseng le amikor az amplitúdó csökken, míg a klasszikus sugárzás sokkal gyorsabban, ε -ban exponenciálisan tart nullához. Emiatt kis amplitúdójú, vagyis nagy kiterjedésű oszcillonok esetén a kvantum sugárzás dominál, és az állapotok élettartama annyira rövidde válhat, hogy megkérdőjelezheti fizikai jelentőségüket. Jarah Evslin és szerzőtársai nemrég megjelent érvelése szerint viszont ez a gyors bomlás egy olyan kvantum oszcillon sugárzása, aminek energiája megegye-

zik a klasszikus oszcillon energiájával [40, 41]. Érvelésük szerint, a stabil kvantum oszcillon energiája ennél alacsonyabb kell hogy legyen, és egy másik, perturbatív módon módosított koherens állapotnak felel meg. A Hertzberg által számolt sugárzás a gerjesztett és az alap állapot közötti átmenetkor lép fel, és rövid idő alatt megszűnik. Az alacsonyabb energiájú állapot már nem sugároz a csatolási állandó vezető rendjében. Ennek megfelelően, a kvantum sugárzás a korábbi eredményekhez képest sokkal gyengébbnek adódik. A szerzők sejtése szerint a kvantum sugárzás akár a klasszikushoz hasonlóan exponenciálisan kicsi is lehet.

Budapest, 2026. április 17.



Fodor Gyula

Hivatkozások

- [1] G. Fodor, P. Forgács, P. Grandclément, and I. Rácz, “Oscillons and quasibreathers in the ϕ^4 Klein-Gordon model,” *Phys. Rev. D*, vol. 74, p. 124003, 2006.
- [2] M. Alcubierre, F. S. Guzmán, T. Matos, D. Núñez, L. A. Ureña-López, and P. Wiederhold, “Galactic collapse of scalar field dark matter,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 19, no. 19, p. 5017, 2002.
- [3] L. A. Ureña-López, “Brief review on scalar field dark matter models,” *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, vol. 6, 2019.
- [4] L. Hui, “Wave dark matter,” *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 59, no. Volume 59, 2021, pp. 247–289, 2021.
- [5] C. Hogan and M. Rees, “Axion miniclusters,” *Physics Letters B*, vol. 205, no. 2, pp. 228 – 230, 1988.
- [6] E. W. Kolb and I. I. Tkachev, “Nonlinear axion dynamics and the formation of cosmological pseudosolitons,” *Phys. Rev. D*, vol. 49, pp. 5040–5051, 1994.
- [7] D. J. Marsh, “Axion cosmology,” *Physics Reports*, vol. 643, pp. 1 – 79, 2016.
- [8] F. Chadha-Day, J. Ellis, and D. J. E. Marsh, “Axion dark matter: What is it and why now?,” *Science Advances*, vol. 8, no. 8, p. eabj3618, 2022.
- [9] G. Fodor, P. Forgács, and M. Mezei, “Mass loss and longevity of gravitationally bound oscillating scalar lumps (oscillatons) in D dimensions,” *Phys. Rev. D*, vol. 81, p. 064029, 2010.
- [10] P. Grandclément, G. Fodor, and P. Forgács, “Numerical simulation of oscillatons: Extracting the radiating tail,” *Phys. Rev. D*, vol. 84, p. 065037, 2011.

- [11] W. Hu, R. Barkana, and A. Gruzinov, “Fuzzy cold dark matter: The wave properties of ultralight particles,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 1158–1161, 2000.
- [12] D. J. E. Marsh and A.-R. Pop, “Axion dark matter, solitons and the cusp–core problem,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 451, no. 3, pp. 2479–2492, 2015.
- [13] L. Hui, J. P. Ostriker, S. Tremaine, and E. Witten, “Ultralight scalars as cosmological dark matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 95, p. 043541, 2017.
- [14] Bañares-Hernández, Andrés, Castillo, Andrés, Martin Camalich, Jorge, and Iorio, Giuliano, “Confronting fuzzy dark matter with the rotation curves of nearby dwarf irregular galaxies,” *Astronomy & Astrophysics*, vol. 676, p. A63, 2023.
- [15] D. K. Campbell, J. F. Schonfeld, and C. A. Wingate, “Resonance structure in kink-antikink interactions in ϕ^4 theory,” *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 9, no. 1, pp. 1 – 32, 1983.
- [16] T. Romanczukiewicz and Y. Shnir, “Oscillon resonances and creation of kinks in particle collisions,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 081601, Aug 2010.
- [17] N. S. Manton and T. Romańczukiewicz, “Simplest oscillon and its sphaleron,” *Phys. Rev. D*, vol. 107, p. 085012, 2023.
- [18] K. Oles, J. Queiruga, T. Romanczukiewicz, and A. Wereszczynski, “Sphaleron without shape mode and its oscillon,” *Physics Letters B*, vol. 847, p. 138300, 2023.
- [19] E. J. Copeland, M. Gleiser, and H.-R. Müller, “Oscillons: Resonant configurations during bubble collapse,” *Phys. Rev. D*, vol. 52, pp. 1920–1933, 1995.
- [20] M. Hindmarsh and P. Salmi, “Oscillons and domain walls,” *Phys. Rev. D*, vol. 77, p. 105025, May 2008.
- [21] D. Pîrvu, M. Johnson, and S. Sibiryakov, “Bubble velocities and oscillon precursors in first-order phase transitions,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2024, no. 064, pp. 1–37, 2024.
- [22] M. A. Amin, R. Easther, H. Finkel, R. Flauger, and M. P. Hertzberg, “Oscillons after inflation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, p. 241302, 2012.
- [23] J. C. Aurrekoetxea, K. Clough, and F. Muia, “Oscillon formation during inflationary preheating with general relativity,” *Phys. Rev. D*, vol. 108, p. 023501, 2023.
- [24] R. Mahbub and S. S. Mishra, “Oscillon formation from preheating in asymmetric inflationary potentials,” *Phys. Rev. D*, vol. 108, p. 063524, 2023.

- [25] S. Antusch, F. Cefala, and S. Orani, “What can we learn from the stochastic gravitational wave background produced by oscillons?,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2018, no. 03, pp. 032–032, 2018.
- [26] X.-X. Kou, J. B. Mertens, C. Tian, and S.-Y. Zhou, “Gravitational waves from fully general relativistic oscillon preheating,” *Phys. Rev. D*, vol. 105, p. 123505, 2022.
- [27] K. D. Lozanov, M. Sasaki, and V. Takhistov, “Universal gravitational waves from interacting and clustered solitons,” *Physics Letters B*, vol. 848, p. 138392, 2024.
- [28] G. Fodor, P. Forgács, Z. Horváth, and A. Lukács, “Small amplitude quasibreathers and oscillons,” *Phys. Rev. D*, vol. 78, p. 025003, 2008.
- [29] G. Fodor, P. Forgács, Z. Horváth, and M. Mezei, “Computation of the radiation amplitude of oscillons,” *Phys. Rev. D*, vol. 79, p. 065002, 2009.
- [30] G. Fodor, P. Forgács, Z. Horváth, and M. Mezei, “Radiation of scalar oscillons in 2 and 3 dimensions,” *Physics Letters B*, vol. 674, no. 4, pp. 319 – 324, 2009.
- [31] P. Dorey, T. Romańczukiewicz, and Y. Shnir, “Staccato radiation from the decay of large amplitude oscillons,” *Physics Letters B*, vol. 806, p. 135497, 2020.
- [32] B. C. Nagy and G. Takács, “Collapse instability and staccato decay of oscillons in various dimensions,” *Phys. Rev. D*, vol. 104, p. 056033, 2021.
- [33] N. V. Alexeeva, I. V. Barashenkov, A. Dika, and R. De Sousa, “The energy-frequency diagram of the (1+1)-dimensional ϕ^4 oscillon,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2024, no. 136, pp. 1–23, 2024.
- [34] Y.-J. Wang, Q.-X. Xie, and S.-Y. Zhou, “Excited oscillons: Cascading levels and higher multipoles,” *Phys. Rev. D*, vol. 108, p. 025006, Jul 2023.
- [35] M. A. Amin and D. Shirokoff, “Flat-top oscillons in an expanding universe,” *Phys. Rev. D*, vol. 81, p. 085045, Apr 2010.
- [36] R. F. Dashen, B. Hasslacher, and A. Neveu, “Particle spectrum in model field theories from semiclassical functional integral techniques,” *Phys. Rev. D*, vol. 11, pp. 3424–3450, 1975.
- [37] M. P. Hertzberg, “Quantum radiation of oscillons,” *Phys. Rev. D*, vol. 82, p. 045022, 2010.
- [38] P. M. Saffin, P. Tognarelli, and A. Tranberg, “Oscillon lifetime in the presence of quantum fluctuations,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2014, no. 8, p. 125, 2014.

- [39] J. Ollé, O. Pujolàs, T. Vachaspati, and G. Zahariade, “Quantum evaporation of classical breathers,” *Phys. Rev. D*, vol. 100, p. 045011, 2019.
- [40] J. Evslin, T. Romańczukiewicz, and A. Wereszczyński, “Quantum oscillons may be long-lived,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2023, no. 8, pp. 1–18, 2023.
- [41] J. Evslin, K. Sławińska, T. Romańczukiewicz, and A. Wereszczyński, “Quantum oscillons are long-lived.” arXiv:2512.17193 [hep-th], 2025.
- [42] J. Evslin, T. Romańczukiewicz, K. Sławińska, and A. Wereszczyński, “Normal modes of the small-amplitude oscillon,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 039, pp. 1–26, 2025.
- [43] J. Evslin, T. Romańczukiewicz, K. Sławińska, and A. Wereszczyński, “The universal Floquet modes of (quasi)-breathers and oscillons,” *Physics Letters B*, vol. 872, p. 140112, 2026.
- [44] G. Fodor, P. Forgács, and M. Mushtaq, “Higher order corrections to beyond-all-order effects in a fifth order Korteweg–de Vries equation,” *Phys. Rev. D*, vol. 107, p. 105002, 2023.
- [45] G. Fodor, P. Forgács, and M. Mushtaq, “New derivation of the amplitude of asymptotic oscillatory tails of weakly delocalized solitons,” *Phys. Rev. D*, vol. 109, p. 125011, 2024.