

## Válasz Gyarmati Katalin bírálataira

Nagyon köszönöm Gyarmati Katalinnak az értekezésem alapos áttanulmányozását és az értékes megjegyzéseket.

A bírálóban az alábbi kérdést fogalmazta meg a bíráló:

„A dolgozatot tanulmányozva észrevettem, hogy több kérdés egyszerűen átvihető  $\mathbb{F}_p^n$  típusú véges testekre  $\mathbb{Z}_m^n$  helyett. Például a jelölt eredményeiből szinte azonnal következik, hogy jól becsülhető  $\mathbb{F}_p^n$ -ben az olyan halmazok mérete, amelyekben az  $xy = z^2$  egyenlet nem oldható meg. Itt megkérdezném: lehet-e érdemlegeset mondani azon halmazok méretéről, amelyekben az  $xy + 1 = z^2$  egyenletnek nincs megoldása?”

Válasz:

Az értekezésben bemutatott és alkalmazott módszerek segítségével alapvetően additív mintázatokat nem tartalmazó halmazok méretére adhatók felső korlátok. A bíráló által említett  $xy = z^2$  egyenlet bár multiplikatív feltételt ad, de diszkrét logaritmusra áttérve egyenértékű additív problémát kapunk, hasonlóan, mint az 5.3 alfejezetben vázolt alkalmazásnál is. Az  $xy + 1 = z^2$  egyenlet azonban nem vezethető vissza additív problémára ily módon, így módszereink közvetlenül nem alkalmazhatók. Ennél az egyenletnél feltehetően klasszikus, karakterösszegekre épülő technikákkal lehet érdemes felső becslést keresni, alsó becsléshez pedig mohó bővítéssel nyerhető körülbelül  $\sqrt{q}$  méretű konstrukció  $\mathbb{F}_q$ -ban.

Még egyszer köszönöm Gyarmati Katalinnak az alapos munkát és hogy támogatja a nyilvános vitára bocsátást, az MTA doktora fokozat odaítélését.

Budapest, 2026. március 9.

*Pach Péter Pál*  
Pach Péter Pál