

Szeidl Béla

RR LYRAE ÉS TÖRPECEPHEIDA
CSILLAGOK

Doktori értekezés

Budapest 1984

S Z E I D L B É L A

a fizikai tudományok kandidátusa

RR LYRAE ÉS TÖRPECEPHEIDA CSILLAGOK
TÖBBSZÖRÖS PERIODICITÁSA ÉS PERIÓDUSVÁLTOZÁSAI

Doktori értekezés

Budapest, 1984

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADEMIA
KÖNYVTÁRA

T A R T A L O M J E G Y Z É K

Bevezetés	3
1. RR Lyrae és törpecepheida csillagok. Általános áttekintés.	4
1.1 RR Lyrae csillagok	5
1.1.1 Populációs típus, RR Lyrae csillagok fém-tartalma	6
1.1.2 Fotometriai sajátosságok, halmazváltók	8
1.1.3 Spektroszkópiai tulajdonságok	20
1.1.4 Az RR Lyrae csillagok fejlődési állapota	21
1.2 Törpecepheidák	23
1.3 Pulzációs sajátosságok	27
2. Periódusváltozások	31
2.1 A periódusváltozások elmélete	31
2.2 Megfigyelt periódusváltozások	35
2.2.1 RR Lyrae-k	36
2.2.2 Törpecepheidák	51
2.3 A periódusváltozások okai	56
2.3.1 A periódusváltozások kinematikai okai	56
2.3.2 A periódusváltozások asztrofizikai okai	63
3. RR Lyrae és törpecepheida csillagok többszörös periodicitása	77
3.1 Alap és felharmonikus rezgések együttes jelenléte	77
3.1.1 Többmódusu törpecepheidák	78
3.1.2 Kétmódusu RR Lyrae csillagok	81
3.1.3 Az AC Andromedae	83
3.2 Az RR Lyrae csillagok hosszú periódusu fény-görbeváltozásai. A Blazhko-effektus	86
3.2.1 A Blazhko-effektusos RR Lyrae csillagok gyakorisága	88
3.2.2 A Blazhko-effektussal rendelkező csillagok jellemzői. A periódusok	93
3.2.3 A Blazhko-effektussal rendelkező csillagok jellemzői. Fénygörbeváltozás	100
3.2.4 A Blazhko-effektussal rendelkező csillagok jellemzői. Spektroszkópiai megfigyelések	118
3.2.5 A hosszuperiódusu moduláció (Blazhko-effektus) lehetséges magyarázatai	122
Irodalom	126

B E V E Z E T É S

A pulzációs változók több szempontból is fontos szerepet játszanak a csillagászatban. Távolság és populációs indikátorok, ugyanakkor a csillagfejlődés jól meghatározott stádiumában vannak és a Hertzsprung - Russell diagram kitüntetett tartományait népesítik be. A pulzációelmélet pedig A. Eddington munkássága óta az asztrofizika egyik fontos területe, hiszen a csillagok szerkezetének megismerésében alapvető jelentőségű.

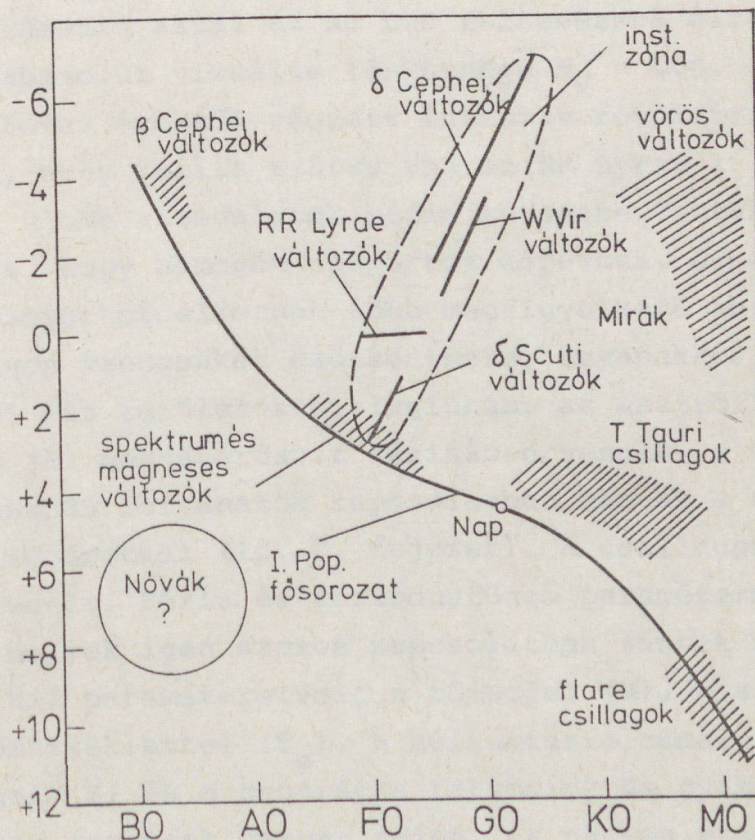
A változócsillagok, és különösen a pulzációs változók vizsgálatában az MTA Csillagászati Kutatóintézetének félévszázados hagyománya és nagy nemzetközi tekintélye van. Magam is több, mint husz éve foglalkozom változócsillagokkal és tíz éve vezetem a hazai változócsillag kutatást.

Jelen dolgozatban a pulzációs változók kutatásában elért eredményeimet kívánom összefoglalni. Fő érdeklődési körömhöz az RR Lyrae csillagok tartoznak. Minthogy a törpecepheidák - a δ Scuti csillagok nagyamplitudóju ($A_V \geq 0.3$ magn.) csoportja - hasonlóan az RR Lyrae csillagokhoz, stabil radiális pulzációs tulajdonságokkal rendelkeznek, s pulzációs mechanizmusuk teljesen megegyezik az RR Lyrae csillagokéval, érdemesnek tartottam vizsgálni őket is. Ugyanis érdekes összehasonlításokra nyújtanak alkalmat, s az eltérések alapvetően a fejlődési állapotukban lévő különbségekre vezethetők vissza.

Jelen dolgozatban nem tűztem ki célul magam elé általános, monográfia jellegű fejezetek megírását, csupán megpróbáltam saját kutatásaimat egy általános képbe beilleszteni. Ez természetesen óhatatlanul aránytalanságokhoz vezetett. Két problémakörrel foglalkoztam részletesebben, a periódusváltozásokkal (2. fejezet) és a többszörös periodicitással (3. fejezet). Az általános részben is (1. fejezet) főleg olyan kérdéseket tárgyaltam röviden, melyek a két fő problémakörrel kapcsolatosak.

1. RR LYRAE ÉS TÖRPECEPHEIDA CSILLAGOK. ÁLTALÁNOS ÁTTEKINTÉS.

A pulzációs változók asztrofizikai szempontból a csillagok egyik legfontosabb osztályát alkotják. A Hertzsprung-Russell diagramon egy közel függőleges sávban, az ún. instabilitási zónában helyezkednek el (1.1 ábra). A pulzáló változóknak ilyen elhelyezkedése a radiális pulzációs állapot feltételezése alapján várható is. Az instabilitási zónában találjuk növekvő abszolút fényességgel a δ Scuti és törpecepheida csillagokat, az RR Lyrae-eket valamint a δ Cephei és W Virginis típusu változókat. A sáv meghosszabbításában további vörös változók vannak, melyeknek pulzációs tulajdonságai kevésbé ismertek.



1.1 ábra: Változócsillagok a Hertzsprung-Russell diagramon (a csillagok abszolút fényessége a spektráltípus függvényében).

A törpecepheida változókat és az RR Lyrae csillagokat sokáig egy csoportba sorolták nagyon hasonló pulzációs sajátságaik és fénygörbéjük viselkedése alapján. Ma már tudjuk, hogy fizikai paramétereikben és fejlődési állapotukban lényeges különbségek vannak. Mindenesetre párhuzamos vizsgálatuk érdekes eredményeket ígér. A megfigyelt különbségek (pl. periódusváltozásokban, többszörös periodicitásban) fizikai állapotukban lévő különbségekre vezethetők vissza, ugyanakkor a több módusban jelentkező pulzáció a fényváltozás mechanizmusának azonosságára utal.

A következőkben az RR Lyrae és törpecepheida csillagok legfontosabb tulajdonságait külön alfejezetekben vizsgáljuk, majd fényváltozásuk mechanizmusát tekintjük át.

1.1 RR Lyrae csillagok

Az RR Lyrae csillagok több, mint 70 év óta kiemelkedő szerepet játszottak a Tejútrendszer szerkezetének megismerésében. Kezdetben gömbhalmazok távolságmodulusának meghatározására használták, majd az 50-es - 60-as években populációs indikátorként. Közel fél évszázadig azzal az ad hoc feltevessel éltek, hogy az RR Lyrae-k abszolút vizuális fényessége $M_V = 0.0$. Csak a gömbhalmazoknak a 60-as évektől végzett intenzív fotometriai vizsgálatai mutatták ki, hogy reális szórás van az RR Lyrae-k abszolút fényességében. Az újabb vizsgálatok pedig kétségbe vonták azt a korábbi feltevést is, hogy homogén csoportot képeznek. Az a tény, hogy heterogén csoportot alkotnak több megfigyelhető paraméterük szerint, bizonyos szerepüket csökkentette, ugyanakkor megnövelte jelentőségüket más területeken, leginkább az asztrofizikában. A csillagfejlődés jól meghatározott fázisában vannak, s a csillag belsőjében lejátszódó folyamatok kapcsolatban vannak a megfigyelhető periódusváltozásokkal (ld. 2. fejezet). A csillagpulzáció is egyedülálló jelenség. Fázis és periódusfüggő paramétereket lehet meghatározni, melyek igen szoros kapcsolatban vannak a csillag lényeges fizikai paramétereivel, a tömeggel (M), a sugárral (R), az effektív hőmérséklettel (T_e), a héliumtartalommal (Y), egyéb elemgyakorisággal (Z) és a centrális tartomány He gyakoriságával (Y_c). Ha többmódusu rezgések vannak jelen, ez nagyon szigorú megkötést jelent a lehetséges modellekre. A más okokra visszavezethető többszörös periodicitás egyéb paraméterek meghatározását is lehetővé teszi (ld. 3. fejezet). A pulzáló légkörben lejátszódó jelenségek

jelentősen függnék a fémtartalomtól, és ezen keresztül a populációs típustól. Kutatásuk - a periódusváltozások és a többszörös periodicitás vizsgálata mellett - sok érdekes felismeréssel kecsegtet.

A továbbiakban az RR Lyrae csillagokkal kapcsolatos kérdések tömör összefoglalását kívánom csak adni, a témában ugyanis több kiváló összefoglaló munka született, Preston (1964) és Woolley (1965) klasszikus munkája mellett az újabbak Stobie (1980), Cox (1974), Kraft (1977) munkái. A legújabb eredmények összefoglalása két, felkérésre készült munkámban található Szeidl (1979a, 1982).

1.1.1 Populációs típus, RR Lyrae csillagok fémtartalma

Az RR Lyrae csillagok a Tejútrendszerben mindenhol előfordulnak. Számos ilyen típusu csillagot találtak extragalaktikus rendszerekben, a Magellán Felhőkben, a Sculptor, a Draco, az UMi és Leo II törpegalaxisokban is (Baade és Swope, 1961; van Agt, 1973; Graham, 1975, 1981). Tejútrendszerünkben a galaktikus halo tipikus objektumainak tartották, ezért sokáig a II. populációs objektumok közé sorolták őket. Ezt támasztotta alá az a tény is, hogy előfordulásuk gömbhalmazokban igen gyakori, közel 50 halmazban több, mint 1200 RR Lyrae típusu változót ismerünk (Sawyer-Hogg, 1973, 1982). Az ismert mező RR Lyrae-k száma eléri az 5800-t (Heck és Lakaye, 1977). Számuk a Tejútrendszerben kb. 150 ezerre tehető. Kinman és Wirtanen (1963) két irányban, melyek mentesek voltak a Galaxis abszorbeáló gázanyagától, 25 kpc távolságban, Tejútrendszerünk külső határainál is fedeztek föl RR Lyrae-eket.

Az a felismerés, hogy az RR Lyrae típusu változók erősen koncentrálódnak a galaktikus centrum körül, s hogy igen gyakoriak a galaktikus korongban is, megkérdőjelezte a korábbi feltevést populációs hovatartozásukat illetően. Az igen alapos kinematikai vizsgálatok (ld. pl. Woolley, 1965) pedig egyértelműen eldöntötték a kérdést: korong, II. ill. extrém II. populációs objektumok lehetnek. Egyesek feltételezik, hogy az I. populációban is előfordulnak.

Ismert tény, hogy a populációs különbségek fémtartalombeli különbségeket is takarnak. A kémiai összetétel vizsgálata spektroszkópiai úton történhet. Az RR Lyrae csillagok viszont túl halványak, így tömegesen nem végezhető el nagydiszperziós spektroszkópiai vizsgálatuk. Preston (1959) ezért az RR Lyrae-k kis-

diszperzióju spektrumait vizsgálta, és hasonlította össze a fő-sorozati csillagok spektrumával. Külön klasszifikálta a változókat a hidrogén vonalak alapján (SpH) és a CaII K vonal intenzitása szerint (SpCa). Bevezette a

$$\Delta s = 10(\text{SpH} - \text{SpCa})$$

indexet (melyet az irodalomban Preston-féle indexnek is szokás nevezni), amely a csillag fényváltozása során természetesen változik. A minimum előtti (kb. 0.6 fázisnál) érték azonban igen jellegzetes az RR Lyrae-kre, itt a H-vonalakból meghatározott spektrum csillagról-csillagra csak kis eltérést mutat. A fényesség - minimum előtti Δs értékeket fogadják el jellemző paraméternek. $\Delta s = 0$ azt jelenti, hogy a CaII K vonal normális erősségű, a csillag fémtartalma normális, míg $\Delta s = 10$ extrém fémszegénységre utal.

Gyakran hasonlítják a csillagok fémgyakoriságát a Napéhoz. Ezt a $[\text{Fe}/\text{H}]$ index jellemzi:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = \log(\text{Fe}/\text{H})_{\star} - \log(\text{Fe}/\text{H})_{\odot}$$

Butler (1975) szerint a két index közötti kapcsolat

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -0.16\Delta s - 0.23$$

Prestont követve többen is foglalkoztak a Δs paraméter meghatározásával (Kinman, 1960; Clube et al., 1969; Willis, 1972; Alania, 1973), így közel 200 RR Lyrae csillagra ismerjük a fémtartalmat jellemző indexet. Gömbhalmazok RR Lyrae csillagait vizsgálva az M5-re $\Delta s \approx 4$, az M15-re és M92-re $\Delta s \approx 11$ érték adódott (Preston, 1961). Ez utóbbi a Napra jellemző Fe/H aránynál 100-szor kisebb értéknek felel meg. A fémekben legszegényebb mező RR Lyrae-knél is ez szélső értéket jelent.

A legújabb és legalaposabb vizsgálatok Butlertől (1975) származnak. 12 gömbhalmazban 47 RR Lyrae csillagot valamint 67 mező RR Lyrae csillagot vizsgált a Lick obszervatórium 3 m-es teleszkópján. E munkát Smith és Perkins (1982) további 10 gömbhalmazra terjesztette ki.

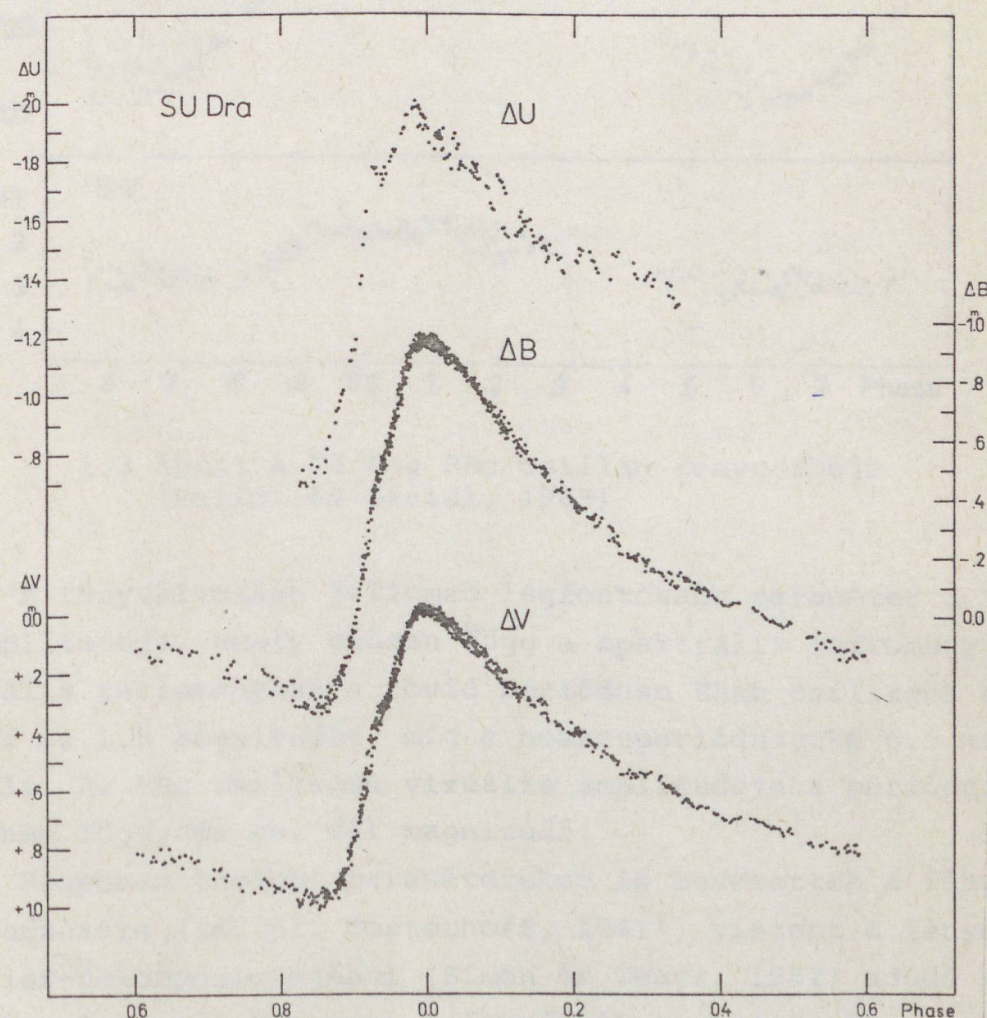
A várakozással egyezésben a $\Delta s < 3$ RR Lyrae-k a Tejútrendszer síkjában találhatók (korong populáció), míg $\Delta s > 5$ -tel általában magas galaktikai szélességeken fordulnak elő (II. populáció). Kinematikai sajátásaikban is feltűnő a különbség. A Nap relatív sebessége a $\Delta s < 3$ -mal rendelkező RR Lyrae-k csoportjához 55 km/sec,

míg a $\Delta s > 5$ -tel rendelkezők csoportjához 185 km/sec.

1.1.2 Fotometriai sajátosságok, halmazváltozók

Bailey (1902) az RR Lyrae csillagok tömeges felfedezése során észrevette, hogy a fényváltozás lefutása szerint ezek a csillagok csoportosíthatók. Három csoportot különböztetett meg (a, b, c). Később azonban világossá vált, hogy az a és b csillagok nem alkotnak egymástól elkülöníthető, jól definiálható csoportot, ezért manapság RRab és RRC csillagokat különböztetünk meg.

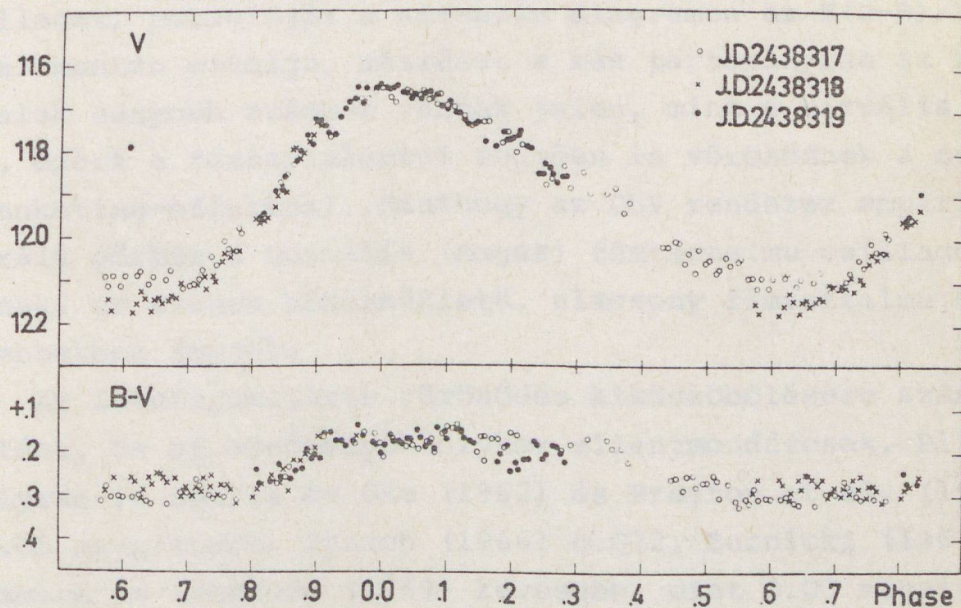
Az RRab csillagok periódusa 0.4 - 1.0 nap között van. Mérédek felszállóág (viszonylag gyors kifényesedés) és lassu leszállóág jellemzi a fénygörbét (pl. az 1.2 ábrán az SU Dra fénygörbéje).



1.2 ábra: Az SU Dra RRab csillag fénygörbéje
(Cláh és Szeidl, 1978)

A fénygörbe aszimmetriáját jellemző index $\epsilon = (T_{\max} - T_{\min})/P$ általában 0.1 - 0.2 körüli. A felszállóágon egy jellegzetes pup, "hump" van, amely a csillag légköri jelenségeivel áll szoros kapcsolatban.

Az RRc csillagok periódusa rendszerint 0.3 - 0.5 nap közötti. A fénygörbe formája szinuszgörbe-szerű, $\epsilon \approx 0.4$ körül van. A fényváltozást lassu növekedés, és hasonló lassu csökkenés jellemzi. Az 1.3 ábra az egyik tipikus RRc csillag, a VZ Peg fénygörbéjét mutatja. A maximum előtt egy mellékmaximum is van. A két maximum távolságának jellemzésére új paramétert vezettünk be (Barlai és Szeidl, 1965): $\epsilon^* \approx 0.10 - 0.13$.



1.3 ábra: A VZ Peg RRc csillag fénygörbéje
(Barlai és Szeidl, 1965)

A fényváltozást jellemző legfontosabb paraméter a fénygörbe A amplitudója, amely erősen függ a spektrális tartománytól. A vizuális tartományban a rövid periódusu RRab csillagok amplitudója eléri az 1.5 magnitúdót, míg a hosszuperiódusuaké 0.5 magnitúdó körüli. Az RRc csillagok vizuális amplitudója a periódus hosszától nem függ, és kb. fél magnitúdó.

Régebben további paramétereket is bevezettek a fénygörbék jellemzésére (ld. pl. Oosterhoff, 1941), viszont a fénygörbék Fourier-dekompozíciójából (Simon és Teays, 1982) adódó koefficiensek valamennyi lényeges információt tartalmaznak.

Fotoelektromos fénygörbék (UBV, RI, VBLUW vagy uvby rendszerben) közel 200 RR Lyrae csillagra állnak rendelkezésre. A legfontosabb UBV megfigyelések az állandó fénygörbéjü mező RR Lyrae-kről: Kinman (1960), Preston et al. (1961), Spinrad (1961), Preston (1961), Preston és Paczynski (1964), Fitch et al. (1966),

Paczynski (1965a, b, 1966), Stepień (1972), Bookmeyer et al. (1977) ill. a budapesti megfigyelések: Barlai és Szeidl (1965), Kanyó és Szeidl (1974), Oláh és Szeidl (1978) és Szeidl et al. (1984) munkájában találhatók.

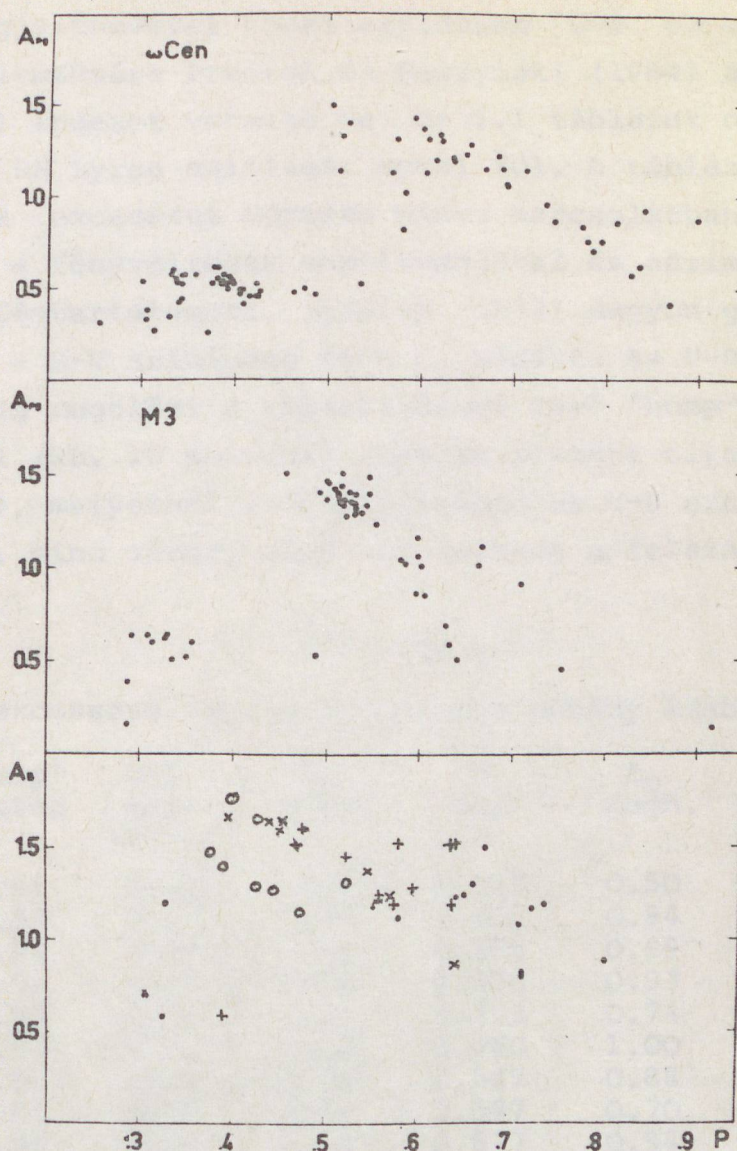
A megfigyelésekből nyerhető közepes $\overline{B-V}$ és $\overline{U-B}$ színindexek a csillag T_e hőmérséklete és a felszínén uralkodó g gravitáció értéke által meghatározott értékektől eltérnek, melynek két alapvető oka van. Egyrészt az intersztelláris anyag megvörösíti a csillagot, pozícióját a két-szin diagramon az $E(U-B)/E(B-V)=0.72$ vonal mentén eltolja, másrészt a kék tartományban az abszorpciós vonalak nagyobb számban vannak jelen, mint a vizuális tartományban, ezért a fémtartalomtól függően is vöröscdnek a csillagok (blanketing-effektus). Minthogy az UBV rendszer empirikusan kalibrált görbéi a normális (magas) fémtartalmu csillagokra vonatkoznak, az azonos hőmérsékletű, alacsony fémtartalmu csillagokat kékebbeknek kapjuk.

Az intersztelláris vöröscdés kiküszöbölésére számos kísérlet történt, de az eredmények olykor ellentmondásosak. Pl. magára az RR Lyrae-re Searle és Oke (1962) és Preston et al. (1965) $E(B-V)=0.05$ magnitúdót, Sturch (1966) 0.072, Burnicki (1967) 0.13, míg McNamara és Langford (1969) kevesebb, mint 0.03 magnitúdót ad meg.

A blanketing effektus mértékét különböző fémgyakoriság mellett modell-atmoszférákból könnyű megbecsülni. Feltételezéseink szerint a Δs index jó kifejezője a fémtartalomnak, ezért a színindexek vizsgálatát célszerű Δs szerint csoportosítva végezni.

Stepień (1972) végezte el az állandó fénygörbéjű RR Lyrae csillagok színindexeinek legkörültekintőbb vizsgálatát az említett két effektus figyelembevételével. Eredményei szerint a "gyenge vonalu" csillagok ($\Delta s > 5$) az V-ös luminozitási osztályu csillagok vonalán helyezkednek el a két-szin diagramon, míg az "erős vonalu" csillagok ($0 \leq \Delta s \leq 3$) 0.1 - 0.15 magnitúdóval lejjebb. A különbség csak úgy érthető, ha fizikai tulajdonságaikban (tömeg, abszolút fényesség) is különbségek vannak. Stepień (1972) szerint a gyenge vonalu csillagok $0.05 M_{\odot}$ -gel nagyobb tömegűek és 0.5 magnitúdóval fényesebbek, mint az erős vonalu RR Lyrae csillagok.

Érdekes összefüggés áll fenn a fényváltozás periódusa és amplitúdója között. Az 1.4 ábra alsó részén látható a mező RR Lyrae csillagok periódus-amplitúdó diagramja. A különböző Δs -ű csillagokat különböző jelekkel tüntettük fel. Az RRab csillagokra jellemző, hogy azonos periódusu csillagok közül az alacsonyabb fém-



1.4 ábra: Az ω Cen és M3 gömbhalmazok, valamint a mező RR Lyrae csillagok periódus-amplitudó diagramja. A mező RR Lyrae csillagok fémtartalmát $\Delta s = 0 - 2$ esetén körrel, $3 - 5$ esetén ferde kereszttel, $6 - 8$ esetén álló kereszttel, $9 - 11$ esetén pedig pontokkal jelöltük. (Szeidl, 1965)

tartalmuak nagyobb amplitudójuak, s az azonos fémtartalmuak esetén növekvő periódus mellett az amplitudó csökken. Az RRc csillagok amplitudója közel állandó.

A fotometriai vizsgálatok egyik legérdekesebb eredménye a felszálló ágon lévő "hump"-pal kapcsolatos. Néhány esetben a fényesség növekedése néhány percre megáll, s nyugalmi szakasz (still-stand) figyelhető meg. Egy-két esetben (pl. AT And) a felszálló ágon a gradiens hirtelen változása utal a "hump" jelenlétére.

A "hump" megjelenésével közel egyidőben U-B excesszus lép föl, melynek jellemzésére Preston és Paczynski (1964) a δ_1 (= excesszus amplitudója) indexet vezette be. Az 1.1 táblázat néhány, az effektust mutató RR Lyrae csillagot sorol föl. A táblázatból látható, hogy az U-B excesszus mértéke nincs kapcsolatban a csillag periódusával, a fényváltozás amplitudójával és aszimmetriájával, valamint a fémtartalommal. Stepień (1972) nagyon gyenge korrelációt talált a B-V színindex és a δ_1 között. Az U-B excesszus fázisban mindig megelőzi a felszállóágon lévő "hump"-ot a periódus 1 - 3 %-ával (kb. 10 perccel). Vannak viszont olyan változók is (pl. SW Aqr), melyeknél a felszállóágon az U-B excesszust nem követi "hump", mind sárga, mind kék színben a felszállóág sima.

1.1 táblázat

Az U-B excesszus fázisa és mértéke néhány RRab csillagra

csillag	"hump" fázisa	U-B exc. fázisa	δ_1 magn.	P nap	A_V magn.	Δs	ϵ
AT And	0.91	0.88	0.06	0.617	0.50	3	0.21
X Ari	0.93	0.92	0.07	0.651	0.94	10	0.15
AA CMi	0.94	0.93	0.10	0.476	0.99	-	0.19
RR Cet	0.94	0.91	0.12	0.553	0.93	5	0.16
DX Del	0.93	0.90	0.06	0.473	0.74	2	0.19
SU Dra	0.93	0.91	0.07	0.660	1.00	10	0.16
RX Eri	0.92	0.91	0.11	0.587	0.88	9	0.16
TT Lyn	0.92	0.90	0.06	0.597	0.70	10	0.16
IO Lyr	0.94	0.93	0.12	0.577	0.96	3	0.15
CG Peg	0.94	0.92	0.12	0.467	0.89	2	0.17
AR Per	0.94	0.93	0.08	0.426	0.90	0	0.18
VY Ser	0.91	0.89	0.07	0.714	0.69	9	0.20
TU UMa	0.94	0.93	0.09	0.558	0.98	6	0.16
UU Vir	0.95	0.94	0.10	0.476	1.16	2	0.16

Az U-B excesszus fellépését többféleképpen is magyarázzák. Hardie (1955) a H emisszióknak, Abt (1958) a lökeshullám által keltett folytonos sugárzásnak, Oke et al. (1962) a fotoszferikus rétegekben az effektív gravitáció megnövekedésének tudja be.

Minthogy a T_e effektív hőmérséklet a B-V színindexnek nem jól meghatározott függvénye, lényegesen pontosabb információk nyerhetők a változócsillagokról, ha a fotometriai rendszert, amelyben a megfigyeléseket végezzük, kiterjesztjük az infravörös tartományra. Manduca és Bell (1981) és Manduca et al. (1981) megmutatták, hogy a VRI fotometriai méréseket radiális sebességmérésekkel kiegészítve meghatározható a csillag sugara és abszolút

fényessége. Eredményeik szerint pl. az RR Lyrae minimális sugara $(4.81 \pm 0.72)R_{\odot}$, maximális sugara $(5.67 \pm 0.85)R_{\odot}$, a pulzáció során a relatív sugárváltozás: $\Delta R/R = 16.4\%$, míg közepes abszolút magnitúdója $\bar{M}_V = +0.61 \pm 0.35$. Az X Arietis megfelelő adatai: $(5.06 \pm 0.51)R_{\odot}$, $(5.96 \pm 0.60)R_{\odot}$, 16.3% és $+0.59 \pm 0.25$ magnitúdó.

Siegel (1982) az uvby β fotometriai rendszerben tanulmányozta az RR Lyrae csillagokat. Crawford (1975) kalibrációjának felhasználásával $\log g$, T_e , $E(b-y)$ és $[Fe/H]$ a fotometriából azonnal adódik, míg a Baade-Wesselink módszer az R és $\bar{M}_V$ értékeket szolgáltatja. Pl. Siegel (1982) szerint az SU Dra, RX Eri és az RR Lyr közepes abszolút fényessége 0.40 ± 0.12 , 0.41 ± 0.12 és 0.45 ± 0.16 magnitúdó.

A mező RR Lyrae csillagok vizsgálatából összefüggések feltárása komoly akadályokba ütközik, mert különböző populációhoz tartozó, különböző fejlettségű, különböző tömegű stb. csillagok keverékét képezik. Éppen ezért különös jelentősége van a gömbhalmazok RR Lyrae csillagai vizsgálatának. Egy-egy gömbhalmaz RR Lyrae változói optimálisan homogén csoportot képeznek, már ami korukat, eredeti kémiai összetételüket, távolságmodulusukat, intersztelláris vörösedésüket, stb. illeti. A különböző gömbhalmazok változói viselkedésében meglevő különbségek a gömbhalmazok fejlődéstörténetében lévő különbségekre (kor, kémiai összetétel, eltérő kezdeti luminozitási függvény, stb.) kell, hogy visszavezethetők legyenek.

Oosterhoff (1939, 1944) hívta föl elsőként a figyelmet arra, hogy az RR Lyrae csillagok perióduseloszlása szerint a gömbhalmazok két csoportot alkotnak. Az I-es csoportban lévők RRab csillagai átlagperiódusa 0.55 , a II-es csoportban lévőké 0.65 nap körül van, ugyanakkor az RRab és RRC csillagok relatív gyakoriságában és a horizontális ág helyzetében is jellemző különbségek vannak: az I-es csoportban $N_c/N_{ab+c} \approx 0.18$, míg a II-es csoportban 0.44 , a horizontális ág és az óriáság különbsége $(B-V)_0 = 1.4$ -nél $\Delta V(I) \approx 2.3$ és $\Delta V(II) \approx 3.0$. Az egyes gömbhalmazokra jellemző adatok az 1.2 táblázatban találhatóak. Csupán két halmaz mutat eltérést. Coutts et al. (1975) vizsgálta az IC 4499 28 RRab változóját, s közepes periódusként 0.582 napot, míg Liller (1975) az NGC 1851 röntgenforrást tartalmazó halmaz 8 RRab csillagára 0.577 napos átlagperiódust kapott.

A legkülönbözőbb vizsgálatok szerint (az óriáscsillagok spektrálanalizise, RR Lyrae-k Δs -e, gömbhalmazok integrált spektruma

1.2 táblázat

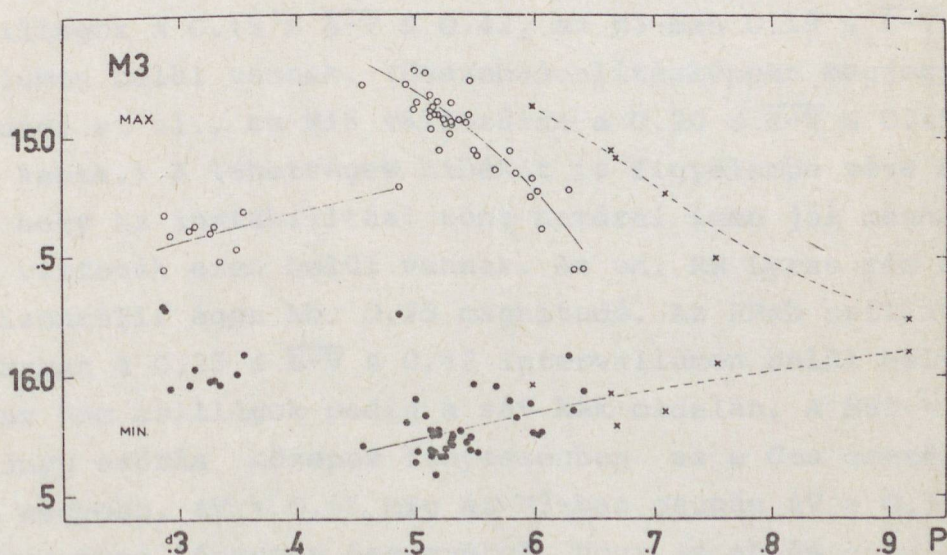
Az Oosterhoff - féle I és II gömbhalmazok jellemzői

NGC	Pc	Nc	Pab	Nab	ΔV	P _{tr}
I. csoport						
362	-	-	0.542	7	2.0	0.47
3201	0.329	14	0.557	69	-	0.48
4147	0.342	10	0.525	6	-	0.49
5272	0.328	27	0.553	150	2.64	0.50
5904	0.319	23	0.546	67	2.58	0.46
6121	0.301	10	0.548	31	2.5	0.44
6171	0.294	8	0.539	14	1.8	0.42
6229	0.306	3	0.526	11	-	0.47
6266	0.299	12	0.544	62	-	0.44
6362	0.345	8	0.535	7	2.1	0.46
6402	0.331	3	0.564	31	-	0.47
6712	0.366	3	0.556	7	-	0.50
6715	0.356	2	0.548	32	-	0.45
6723	0.291	5	0.540	24	2.3	0.43
6981	0.353	1	0.528	25	2.6	0.46
7006	0.294	4	0.566	55	2.6	0.49
átlag	0.321	133	0.550	598		0.46
II. csoport						
2419	0.384	7	0.654	25	3.15	0.56
4590	0.378	23	0.625	14	3.0	0.55
4833	-	-	0.684	6	-	0.63
5024	0.363	15	0.632	18	3.10	0.53
5053	0.365	3	0.673	5	3.1	0.59
5139	0.372	59	0.654	77	2.9	0.57
5466	0.328	9	0.636	11	-	0.57
5634	0.379	3	0.621	3	-	0.60
5824	0.35:	1	0.639	8	2.6	0.58
6333	0.279	3	0.614	7	-	0.57
6341	0.365	3	0.626	9	-	0.59
6426	0.346	6	0.665	4	-	-
6656	0.367	10	0.651	8	-	0.61
7078	0.378	37	0.636	27	3.1	0.57
7089	0.373	5	0.636	12	3.0	0.52
átlag	0.369	186	0.645	234		0.57

stb.) a II-es típusu halmazok extrém, míg az I-es típusuak mérsékeltén fémszegények.

A gömbhalmazoknak az RR Lyrae csillagtartalmuk szerint meglevő két csoportjának fizikai tulajdonságait több módon lehet értelmezni, amennyiben megfelelő különbségeket tételezünk föl luminositásukban, tömegükben, hőmérsékletükben vagy éppen horizontális ági fejlődési állapotukban. Legújabbán Cox et al. (1981) vizsgálta az Oosterhoff-féle csoportokat a változók pulzációjának szemszögéből. Eredményük szerint mindkét csoportban a He tartalom azo-

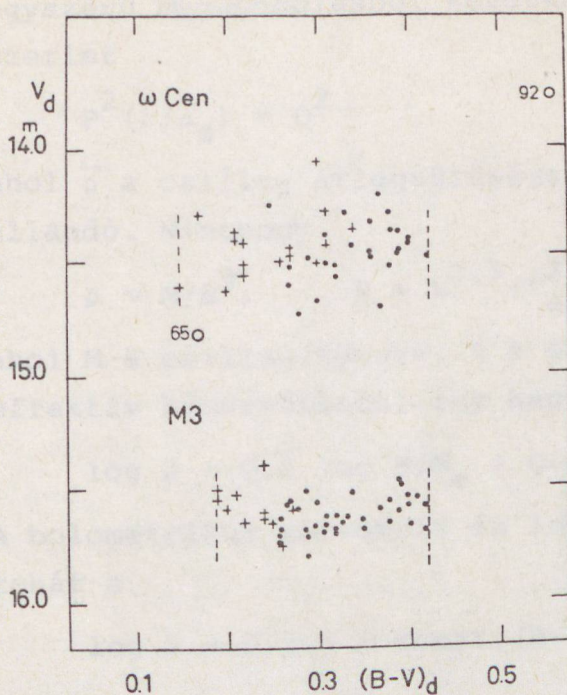
nos, $Y = 0.29$, a változók tömege az I-es csoportban $0.55 M_{\odot}$, a II-esben $0.65 M_{\odot}$, míg a közepes abszolút bolometrikus fényességük $+0.60$ ill. $+0.30$ magnitúdó. Sandage et al. (1981) az M3-ra és az M15-re vonatkozó adatokat hasonlította össze, és szerintük az M15 javára (II-es típus) 5%-os He többlet van az M3-mal (I-es típus) szemben. Közepes abszolút fényességben a különbség, az előbbiekkal egyezésben kb. 0.25 magnitúdó. Ugyanakkor a gömbhalmazok kora, típustól függetlenül, $t \approx 1.6 \times 10^{10}$ év. Sandage (1981) a két típus közötti ΔP perióduskülönbség és $\Delta \log z$ fémtartalombeli különbség között is összefüggést állapít meg. Hasonló különbségeket már taglaltunk az erős és gyenge vonalú mező RR Lyrae-kkel kapcsolatban. A párhuzam igen szembeötlő, ha a periódus amplitúdó diagramokat vizsgáljuk. Az 1.4 ábra a II. típusu ω Cen és az I. típusu M3 P - A diagramját is mutatja a mező RR Lyrae-k P - A diagramjával, a fémtartalombeli különbségek rögtön látszanak. Az ω Cen és M3 P - A diagramján egy igen érdekes vonás is látható, az RRab csillagok két ágra bomlanak. Az ω Cen-ban a hosszuperiódusu ág van erősen benépesítve, míg az M3-ban ezen az ágon csak néhány csillagot találunk. A két ágra történő bomlást az M3-ban a periódus-maximum ill. minimum diagram különösen jól szemlélteti (1.5 ábra, Szeidl, 1965).



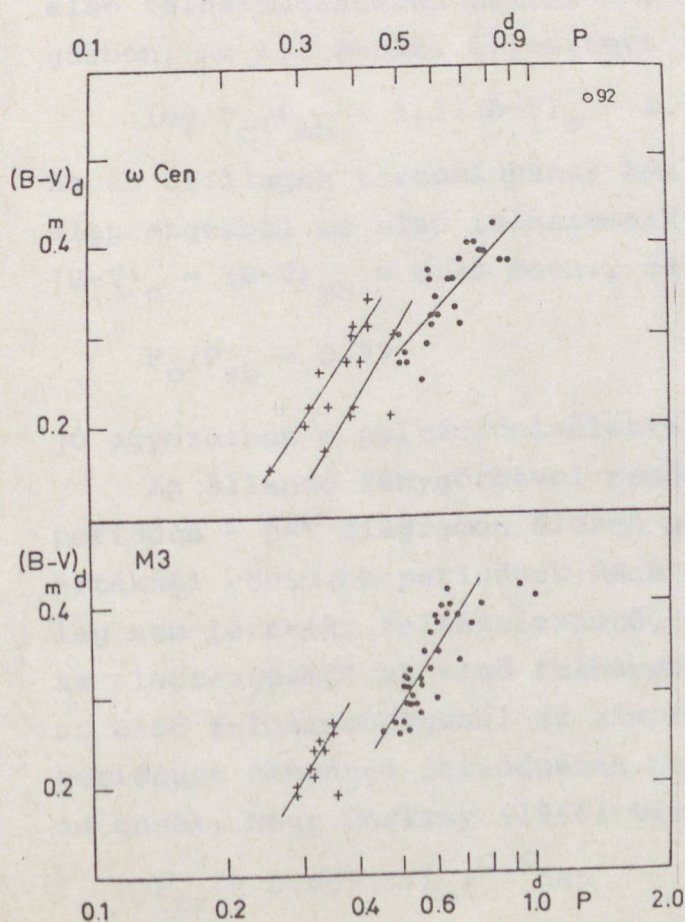
1.5 ábra: Az M3 RR Lyrae csillagainak periódus - fényességmaximum és periódus - fényességminimum diagramja. A hosszú- és rövidperiódusu ág szétválása jól megfigyelhető (Szeidl, 1965).

A jelenséget csak úgy tudjuk magyarázni, hogy egy gömbhalmazon belül is eltérő fémtartalmu csoportok léteznek (Szeidl, 1965). A fémtartalomra jellemző paramétereket mérték az ω Cen-ban (Butler et al., 1978) és megállapították, hogy az $[Fe/H]$ paraméter szerint két csoportot alkotnak az RR Lyrae csillagok. A fémgazdag RRab-k átlagos periódusa 0.57 nap, a fémszegényeké 0.66 nap, tehát úgy tűnik, hogy egy halmazon belül mindkét Oosterhoff-típus is előfordulhat. A becslések szerint a fémgazdag csillagok $0.1 M_{\odot}$ -el kisebb tömegűek, ami alátámasztja a fejlődés szempontjából fontos következtetést, hogy a He-felvillanást követő tömegveszteség (melynek során a csillag a horizontális ágra jut) mértéke a kémiai összetételtől függ.

A gömbhalmazok csillagainak többszínfotometriai vizsgálata további érdekes eredményekre vezetett. Három halmazra vonatkozó vizsgálatok, az RR Lyrae csillagok viszonylag nagy száma miatt, különösen érdekesek. Az M3-at Roberts és Sandage (1955) és Baker és Baker (1956), az M15-öt Sandage et al. (1981) és az ω Cen-t Geyer és Szeidl (1965, 1970) és Dickens és Saunders (1965) tanulmányozták részletesen. Ha az egyes halmazokat összehasonlítjuk, rögtön látjuk az általános összefüggéseket. Geyerrel közösen végzett munkám alapján az M3 és az ω Cen összehasonlításából a következőket mondhatjuk (Geyer és Szeidl, 1965, 1970). Az ω Cen-ban az RR Lyrae csillagok a $0.15 \leq \overline{B-V} \leq 0.42$, az M3-ban $0.19 \leq \overline{B-V} \leq 0.42$ intervallumon belül vannak. (Összehasonlításképpen megjegyzem, hogy Sandage et al., az M15 változóira a $0.20 \leq \overline{B-V} \leq 0.45$ intervallumot kapta.) A lehetséges hibákat is figyelembe véve ez azt jelenti, hogy az instabilitási zóna határai igen jól meghatározottak, s a változók ezen belül vannak. Az ún. RR Lyrae rés szélessége a horizontális ágon kb. 0.25 magnitúdó. Az RRab csillagok mindkét halmazban a $0.25 \leq \overline{B-V} \leq 0.42$ intervallumon belül helyezkednek el, az RRC csillagok pedig a sáv kék oldalán. A HRD-n a vertikális irányú szórás közepes fényességben az ω Cen esetében lényegesen nagyobb, $\Delta V \approx 0.55$, míg az M3-ban csupán $\Delta V \approx 0.35$ magnitúdó. Egy nagyon lényeges észrevétel, hogy az ab és c csillagok átfedése a Hertzsprung-Russell diagramon a két halmaz esetében igen eltérő. Az M3-ra ez nem lépi túl a 0.01 magnitúdót, tehát gyakorlatilag elválnak, viszont az ω Cen esetében az átfedés eléri a 0.1 magnitúdót. (Hasonló, kb. 0.1 magnitúdós átfedést figyelt meg Sandage et al. az M15 esetében is. Ez jellemzője az Oosterhoff II-es csoportnak.) (1.6 ábra). A periódus-szin összefüggést az 1.7



1.6 ábra: Az ω Cen és M3 gömbhal-
mazok RR Lyrae csillagai a
Hertzsprung-Russell diagramon.
A keresztek az RRc csillagokat
jelzik. (Az ω Cen-ban a 65-ös
változó egy RRs csillag, a 92-
es változó pedig egy BL Her
tipusu változó.) A d index a
közepes értéket jelenti.
(Geyer és Szeidl, 1970)



1.7 ábra: Az ω Cen és M3 gömbhal-
mazok RR Lyrae csillagainak
periódus-szín összefüggése.
(Jelölés ugyanaz, mint az 1.6
ábrán.) Az ω Cen esetében a
V123 (c típusu), a VI-42 és a
VI-100 (ab típusu) csillagok
a kiegyenlítésnél nem lettek
figyelembevéve. (Geyer és
Szeidl, 1970)

ábrán láthatjuk. Hogy ilyen összefüggésnek kell léteznie, már egy egyszerű megfontolásból következik. A periódus-sűrűség reláció szerint

$$P^2(\bar{\rho}/\bar{\rho}_{\odot}) = Q^2 \quad (1.1)$$

ahol $\bar{\rho}$ a csillag átlagsűrűsége, P a periódusa, Q pedig a pulzációs állandó. Minthogy

$$\rho \sim M/R^3, \quad R \sim L^{0.5}/T_e^2,$$

ahol M a csillag tömege, R a sugara, L a luminozitása és T_e az effektív hőmérséklete, így kapjuk:

$$\log P + 0.5 \log M/M_{\odot} + 0.3 M_{bol} + 3 \log T_e - 12.68 = \log Q$$

A bolometrikus korrekció és $\log T_e$ a $B-V$ színindex függvénye, tehát a

$$\log P + 0.3 \cdot V = \text{const.}(B-V) + \log Q - 0.5 \log M/M_{\odot} + \text{const.} \quad (1.2)$$

összefüggéshez jutunk.

Az ab és c csillagoknak két különálló ágon való elhelyezkedése egyértelmű következménye annak a ténynek, hogy az RRc csillagok az első felharmonikusban pulzálnak, míg az $RRab$ csillagok az alaprezgésben. Az 1.7 ábrára illesztett (1.2) alakú egyenesekből kapjuk:

$$\log P_c/P_{ab} \approx 1.33(B-V)_c - 1.85(B-V)_{ab} + 0.02$$

Az ab csillagok tartományának kék határán megy át feltehetőleg alaprezgésből az első felharmonikus rezgésbe a csillag, amikor is $(B-V)_c = (B-V)_{ab} \approx 0.26$ magn., és ekkor

$$P_c/P_{ab} = 0.77$$

jó egyezésben a pulzációelmélettel.

Az állandó fénygörbével rendelkező $RRab$ és RRc csillagok a periódus - $\overline{B-V}$ diagramon élesen szétválnak. Egy meghatározott P értéknél rövidebb periódusu $RRab$ vagy hosszabb periódusu RRc csillag nem létezik. Feltételezhető, hogy e periódusnál a pulzáció az alaprezgésből az első felharmonikusba vált át vagy fordítva, az első felharmonikusból az alaprezgésbe. Az így definiált P_{tr} periódust átmeneti periódusnak nevezzük. Különös jelentőséget az ad ennek, hogy Christy (1966) vizsgálatai szerint

$$P_{tr} = 0.057(L/L_{\odot})^{0.6} \text{ nap} \quad (1.3)$$

csak a horizontális ágon levő csillagok luminozitásától függ, ér-

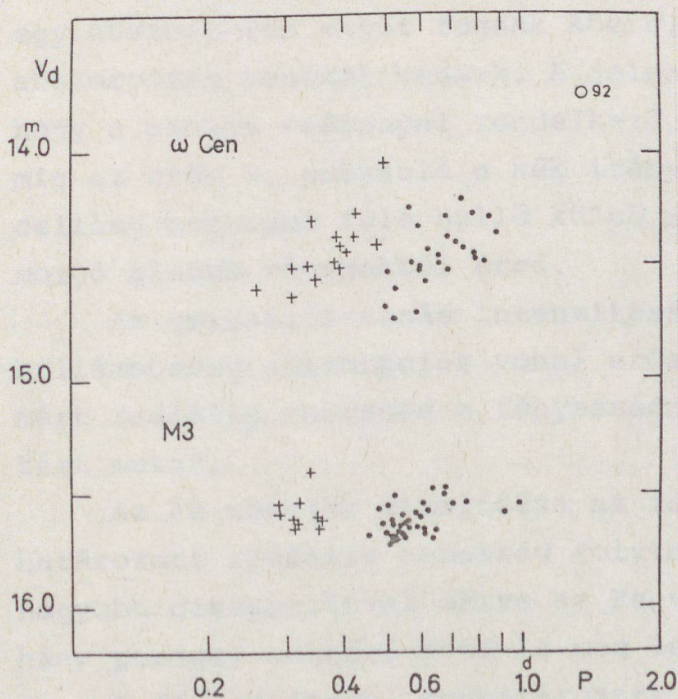
téke nem függ a tömegtől és kémiai összetételtől. (Az 1.2 táblázatban ezek értékét is megadtuk.)

P_{tr} -nek szokás a halmazban előforduló legrövidebb periódusu RRab csillag periódusát venni ($P_{ab\ min}$), ami nyilván nem mindig helyes. A problémát Cacciari és Renzini (1976) vizsgálták, és határozták meg P_{tr} értékét mintegy 40 gömbhalmaz és 5 extragalaktikus rendszer RR Lyrae csillagaira, továbbá a galaktikus centrumból és a halóból vett több mintára.

A gömbhalmazok RR Lyrae csillagainak abszolút fényességét nem csupán az (1.3) összefüggés alapján lehet meghatározni. A gömbhalmazok fősorozatát, a blanketing korrekció figyelembevételével, illeszteni lehet a zéró koru fősorozathoz (ZAMS). A különböző módon kapott eredmények általában jó összhangban vannak.

A cepheidákra ismert periódus-fényesség relációnak az RR Lyrae-k irányába történő meghosszabítására többen is kísérletet tettek (pl. Woolley, 1965). Választ a gömbhalmazok RR Lyrae csillagaitól várhatunk. Az 1.8 ábrán az M3 és az ω Cen változóinak vizuális közepes fényességét ábrázoltuk a periódus függvényében.

Formálisan meghatározható mind az RRab, mind pedig az RRC csilla-



gokra egy $V = a \cdot \log P + b$ alakú összefüggés. Az ω Cen-ra az $|a|$ együttható értéke nagyobb lesz, mint az M3 esetében. Ennek egyszerű magyarázata, hogy a hosszabb és rövidebb periódusu RR Lyrae-k csoportja keverten fordul elő, s arányuk a különböző halmazokban más és más (Geyer és Szeidl, 1970).

1.8 ábra: Az ω Cen és az M3 RR Lyrae csillagainak periódus-fényesség diagramja. (Jelölés mint az 1.6 ábrán.) (Geyer és Szeidl, 1970)

1.1.3 Spektroszkópiai tulajdonságok

A legfényesebb RR Lyrae csillagnak, magának az RR Lyrae-nek a spektroszkópiai vizsgálatai alapján Struve (1947) és Sanford (1949) felfedezték, hogy a fényváltozás bizonyos fázisában H emisszió és vonalkettőződés lép föl. Sanford nagyobb diszperziót használva kimutatta, hogy az abszorpciós komponenshez képest az emisszió a rövidebb hullámhossz irányába kb. 100 km/sec-mal eltolódva jelenik meg. Ez arra utal, hogy az emisszió egy kifelé mozgó gágrétegből ered.

A légköri jelenségeket Preston és Paczynski (1964) vizsgálta 6 RRab (SW And, X Ari, RR Cet, RX Eri, SV Eri, TU UMa) és 3 RRC (TV Boo, DH Peg, T Sex) csillagra. Az SV Eri kivételével valamennyi RRab csillag mutatott H emissziót, a legerősebb az X Ari-nál volt, s 40 percig tartott, a leggyengébb az SW And-nál volt, s időtartama is csak 12 perc volt. Az RRC csillagoknál nem tapasztaltak H emissziót. A H emisszió időben az U-B excessszussal esik egybe, de az emisszió intenzitása nincs kapcsolatban a δ_1 értékkel. Ha az emisszió erős, mint az X Ari esetében, nemcsak a rövid hullámhossz irányába, hanem a hosszú hullámhossz irányába eltolódott emissziós vonás is világosan látható. Az emissziós vonalak egy abszorpciós magot fognak közre, s az ellentétes oldalakon is abszorpciós vonások vannak. A jelenség legegyszerűbb értelmezése, hogy a széles szárnyal rendelkező $H\gamma$ abszorpció a vörös irányba, míg az erős $H\gamma$ emisszió a kék irányba tolódik el. Az előbbi a csillag centruma felé hulló külső rétegekben, az utóbbi kifelé mozgó alsóbb rétegekből ered.

Az emissziós vonás intenzitásának csökkenésével a rövidebb hullámhosszu abszorpciós vonal erősödik, ezért a H-vonalakból mért radiális sebesség a fényességnövekedés idején diszkontinuitást mutat.

Az Fe vonalak eltolódása az időben folyamatos, a belőlük meghatározott radiális sebesség folytonos. Az elég fényes RR Lyr-t nagyobb diszperzióval mérve az Fe vonalak rövid ideig tartó (néhány perces) kettőződését is meg lehetett figyelni (Preston, 1964).

A fémvonalakból meghatározott radiális sebességváltozás amplitudójamindig kisebb, mint a H-vonalakból mért amplitudó. Ez nyilván azzal van összefüggésben, hogy a csillag atmoszférájában különböző mélységekben keletkező vonalakat mérjük, s az atmoszférára különböző rétegei eltérő sebességgel mozognak. A sebességgradiens létezésének azonban egy súlyos következménye is van. A hő-

mérséklet és a nyomás változásával megváltozik az opacitás és ez a jelenség önmagában is eltolja egy adott vonal keletkezésének a szintjét. Ez pedig egy olyan látszólagos sebességváltozást idéz elő, amelynek semmi köze az egyes rétegek valóságos mozgásához. Ennek értéke Oke et al. (1962) szerint a 15 km/sec-ot elérheti. Ezért is, a Baade-Wesselink módszernek az RR Lyrae csillagokra való mechanikus alkalmazása hibás eredményekre vezethet.

A fényváltozás és sebességváltozás amplitudója az RR Lyrae csillagok esetében is, hasonlóan a cepheidákhoz, lineáris kapcsolatban van. Preston és Paczynski (1964) szerint:

$$A_{\text{rad.s.}} = 63A_V = 48A_B$$

Az ultraibolya tartományban végzett spektrofotometriai vizsgálatok további lehetőséget adnak az atmoszférák tanulmányozásához. Eddig az ANS-el (Bonnell et al., 1982) és az OAO-2-vel (Hutchinson et al., 1977) az RR Lyr-re kapott Uv észleléseket analizálták, s kimutatták, hogy a felszállóág előtti és a felszállóágon lévő pupok két, különálló lökeshullám fellépésének következményei. A spektrális tartomány kiszélesítésével az RR Lyrae-k légkörének pontosabb hidrodinamikai modellje megalkotható lesz.

1.1.4 Az RR Lyrae csillagok fejlődési állapota

A hélium-felvillanást követően a vörös óriás ágról a csillagok a horizontális ágra jutnak. Minhogya különböző módon számított RR Lyrae tömegek $0.6 M_{\odot}$ körül vannak, a fejlődési elméletek szerint viszont a gömbhalamzok fősorozatától ennél az értéknél némileg nagyobb tömegű csillagok fejlődtek el, fel kell tételezni, hogy a felvillanás tömegvesztéssel jár. A folyamat függvénye lehet a csillag rotációjának, mágneses terének, esetleg egyéb paraméterének. A stochasztikus tömegvesztés folyamatát kellően még nem tisztázták, de a horizontális ágra kerülő csillagok tömegében szóródást idéz elő (Iben, 1972). A nulla-korú horizontális ágon (ZAHB) a modell helye legalább öt paramétertől függ: a csillag tömegétől (M), a He-mag tömegétől (M_{He}), a H-égő héjban a CNO elemek gyakoriságától (Z_{CNO}), a H-ban gazdag burok opacitás-forrásaitól és a burokban a He/H arányától. (Természetesen egyszerűsítő feltevésekkel a paraméterek számát csökkenteni szokták.) A paraméterek megfelelő választásával a megfigyelt horizontális ágak reprezentálhatók. Iben és Rood (1970) különböző kezdeti paraméterekkel

($Y = 0.1, 0.2, 0.3$; $Z = 0.001, 0.0001$; $M = 0.6 - 0.8 M_{\odot}$) indították a modelleket a nulla-korú horizontális ágakról, melyeket különböző M_c értékek ($0.475, 0.525, 0.55, 0.575, 0.60 M_{\odot}$) jellemezték.

Gömbhalmazok horizontális ágaival összevetve a modelleket, az RR Lyrae csillagokra $Y \approx 0.3$; $Z = 0.001, 0.0001$; $M_c = 0.475-0.5 M_{\odot}$. $0.55 M_{\odot} \leq M \leq 0.75 M_{\odot}$ választás kielégítő eredményre vezet. Az óriás ágon lévő csillagok evolúciós tömege $0.75 M_{\odot}$ -nél kissé nagyobb, ezért legalább $0.03 M_{\odot}$ -nyi tömegvesztést kell föltételezni. Iben és Rood (1970) eredményei szerint egy reális, $0.1 - 0.2 M_{\odot}$ tömegdiszperzió létezik a horizontális ágon, a kék oldalon vannak a kisebb tömegűek, a vörös oldalon a nagyobb tömegűek. A nulla-korú horizontális ágról induló csillagok fejlődésük során többször is keresztezik az instabilitási zónát, s közben az RR Lyrae csillag periódusa és abszolút fényessége is változik. Az evolúciós pályák azonban közel futnak a nulla-korú horizontális ághoz, így a megfigyelt horizontális ág is kb. 0.1 magnitúdó széles lehet. A számított evolúciós pályákból ($Z = 0.001$, M3 gömbhalmaznak felel meg) az RR Lyrae csillagok L_{RR} luminozitására $\log L_{RR} \approx 1.68$ adódott, mely jó egyezésben van az egyéb úton kapott értékekkel, míg a gömbhalmazok korára (z értékétől függetlenül) 13×10^9 évet vezetett le Iben és Rood (1970). Érdemes megjegyezni, hogy Sandage et al. (1981) más úton $(16.4 \pm 3.3) \times 10^9$ évet kapott, függetlenül z értékétől. Az indulási paraméterektől függően a csillagok kb. 10^8 évig tartózkodnak a horizontális ágon (néhányszor 10^7 évig az instabilitási zónában), majd, a centrumban a He kiégése után, héj-He égéssel az aszimptotikus ág felé fejlődnek. Ha az instabilitási zónán áthaladnak, BL Her típusú változócsillagként figyelhetők meg. A fejlődés gyors, ezért a gömbhalmazok igen kevés ilyen típusú változót tartalmaznak.

Van Albada és Baker (1973) egy korábbi munkájukban (van Albada és Baker, 1971) levezetett összefüggések szerint kimutatták, hogy a két Oosterhoff csoportba tartozó RR Lyrae csillagok a horizontális ág mentén ellentétes irányba fejlődnek. A II-es csoportcsillagai a vörös, az I-es csoport csillagai a kék irányba. Szerintük az (1.3) formula nem érvényes, a P_{tr} átmeneti periódus nem a luminozitás függvénye. P_{tr} -ben a két csoport közötti különbséget a különböző fejlődési irányok miatt a pulzációban fellépő hiszterézis effektussal magyarázzák. Lehetséges, hogy egy gömbhalmaz hosszú és rövid periódusú RRab csillagai az ellenkező irányba fejlődő horizontális ági csillagokat reprezentálják

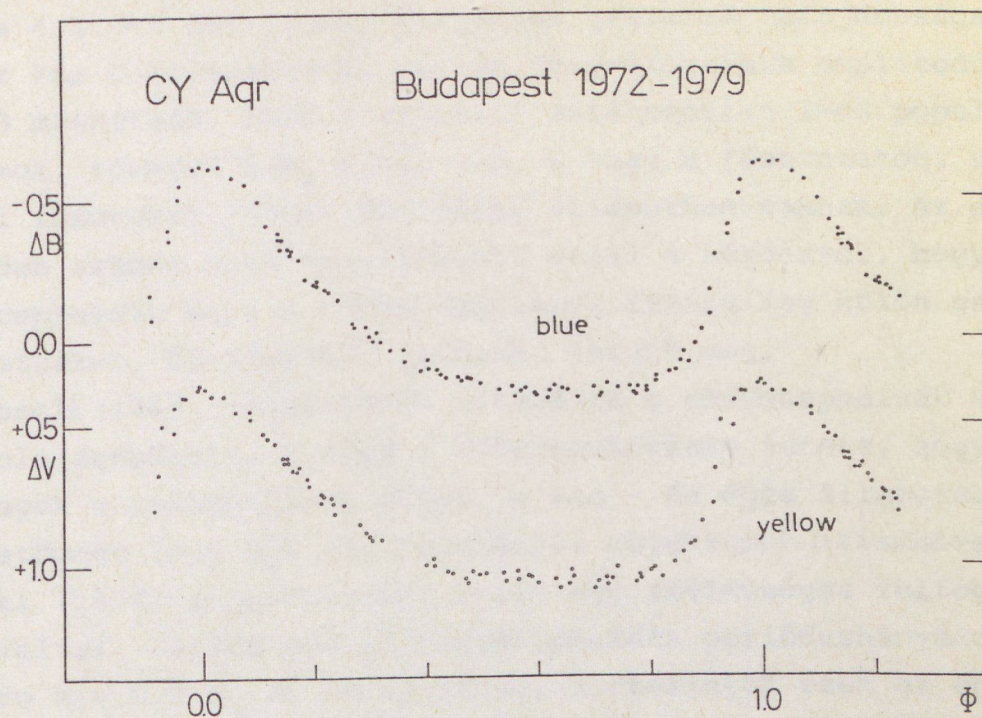
(Szeidl, 1965), és ez azt jelenti, hogy egy halmazon belül két jellemző P_{tr} van.

1.2 Törpecepheidák

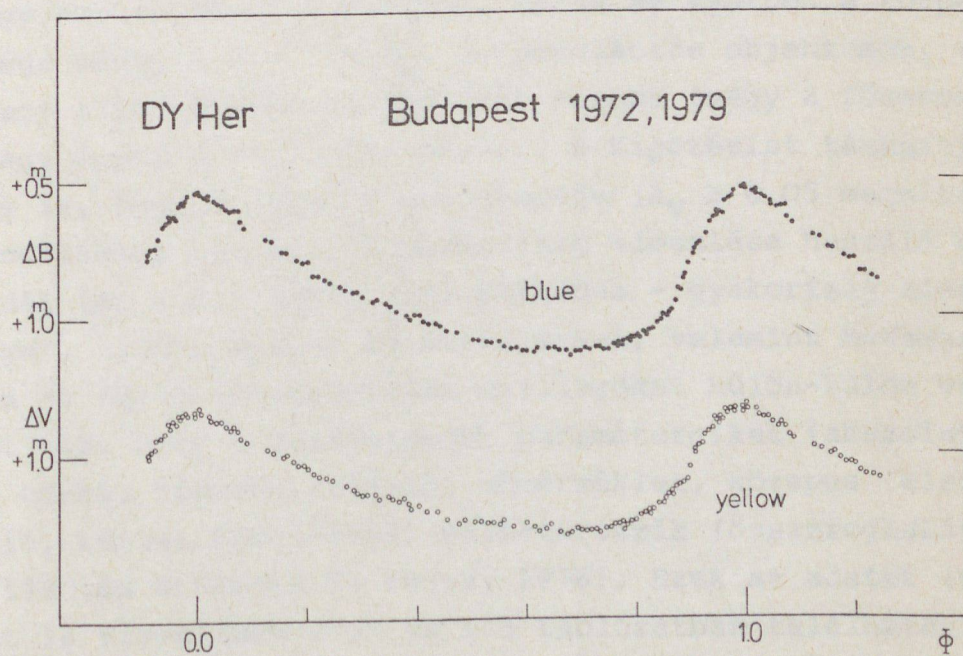
Az egy napnál rövidebb periódusu pulzációs változókat (pl. XX Cyg) az ötvenes évek elejéig az RR Lyrae típusu változócsillagok közé sorolták. Eggen (1952) felfedezte az SX Phe ($P = 0.055$ nap) fényváltozását, s meghatározta sajátmozgását: $\mu = 0.886''$. Az RR Lyrae-k akkor elfogadott $M_V = 0.0$ abszolút fényességével a tangenciális sebességre ez az érték 1110 km/sec-et eredményezett. Ez nyilván azt jelentette, hogy az SX Phe lényegesen halványabb az RR Lyrae-knél. Smith (1955) ismerte fel, hogy a változócsillagoknak egy külön csoportja létezik, melyeknek periódusa $P < 0.25$ nap, fényváltozásának amplitudója $A_V > 0.3$ magnitúdó és abszolút fényességük kb. 2 magnitúdóval van az RR Lyrae-ké alatt. E csoport a törpecepheidák, vagy egyik legfényesebb képviselője után az AI Velorum csillagok nevet kapta, majd később az RRs jelölést. A jelölés arra utal, hogy pulzációs tulajdonságaikban az RR Lyrae-ekkel rokon objektumok, az instabilitási zónában alattuk helyezkednek el, de periódusuk lényegesen rövidebb.

A változócsillag katalógus (Kukarkin et al. 1969, 1970, 1971, 1974, 1976) közel 70 AI Vel csillagot tartalmaz, de csak 24 fényesebb fényességmaximumban a 12. fényrendnél. Ennek ellenére az egyik legnépesebb változócsillagfajta, minthogy abszolút fényességük alacsony.

Fényváltozásuk lefutása nagyon hasonló az RRab csillagokéhoz, meredekebb felszállóág és enyhébb leszállóág jellemzi őket. A fénygörbe aszimmetriáját jellemző paraméter $\epsilon = 0.2 - 0.3$ között van. A fényváltozás amplitudója a vizuális tartományban $A_V \approx 0.5$ magnitúdó. Létezik nagyobb amplitudóju (CY Aqr, XX Cyg) és kisebb amplitudóju (AD CMi, V567 Oph) csillag is. Az 1.9 és 1.10 ábrákon két csillag (CY Aqr és DY Her) fénygörbét mutatom be. Az AI Vel csillagokra periódus-amplitudó reláció nincs. Fennáll viszont egy periódus-spektráltípus összefüggés: mennél hosszabb a periódus, annál későbbi a közepes spektráltípus. A legrövidebb periódusuaknál A2, a leghosszabb periódusuaknál F1 - F2 a közepes spektráltípus. A kétdimenziós klasszifikáció szerint az V. vagy IV. luminositási osztályhoz tartoznak.



1.9 ábra: A CY Aqr fénygörbéje (Mahdy és Szeidl, 1980)



1.10 ábra: A DY Her fénygörbéje (Szeidl és Mahdy, 1981)

Létezik a változócsillagoknak egy olyan igen népes csoportja is, a δ Scuti csillagok, melyeknek jellemző tulajdonságai azonosak az RRs csillagokéval, csupán fényváltozásuk amplitudója $A_V < 0.3$ magnitúdó. Ezek a változók határozottan I-es populációs objektumok, tömegük $2 M_\odot$ körül van, s vagy a fősorozaton, vagy közvetlenül fősorozat utáni fejlődési állapotban vannak. Az elmúlt évtizedben számos cikk foglalkozott azzal a kérdéssel, hogy vajon a törpecepheidák és a δ Scuti csillagok fizikailag külön csoportot alkotnak-e, és többféle javaslat jelent meg.

Bessell (1969) részletesen vizsgálta a törpecepheidák kinematikai tulajdonságait, s arra a következtetésre jutott, hogy ezek a csillagok a helium-flash utáni, a mag - He égés állapotában vannak, kistömegű ($0.5 M_\odot$) II. populációs objektumok. Dziembowski és Kozłowski (1974) e hipotézisen belül egy szélsőséges felfogás mellett érveltek. Kettős módusu törpecepheidák periódushányadosából tömegükre $M = 0.2 M_\odot$ -et vezettek le, s szerintük ezek az objektumok a fehér törpe állapot felé fejlődnek.

A ma általánosan elterjedt nézet (Baglin et al., 1980) szerint a törpecepheidák δ Scuti típusu változók, csak valamilyen ok miatt (Breger szerint a lassu rotáció következtében, ld. Percy, 1982) nagy amplitudóval pulzálnak. Ebben az esetben a törpecepheidák tömege nagy, $1.5 - 2.5 M_\odot$, I. populációs objektumok, vagy a mag-H, vagy a héj-H égés állapotában vannak (vagy a fősorozaton vannak vagy éppen elfejlődtek onnan). E hipotézist támasztja alá az a tény is, hogy a nagyobb amplitudójú ($A_V \geq 0.05$ magnitúdó) δ Scuti csillagok periódus - gyakoriság eloszlása hasonló a törpecepheidák ($A_V \geq 0.3$ magnitúdó) periódus - gyakoriság eloszlásához (Breger, 1980). Breger és munkatársai, valamint McNamara és csoportja az egyes törpecepheida csillagokat külön-külön vették vizsgálat alá, hogy a legfontosabb paramétereiket (abszolút fényesség, tömeg, közepes felszíni hőmérséklet, közepes felszíni gravitáció, kémiai összetétel) meghatározzák (összefoglalást ld. Breger, 1980, és McNamara és Feltz, 1978). Ezek az adatok (újabb méréseket is figyelembe véve) az 1.3 táblázatban találhatók.

Az XX Cyg adatai (Joner, 1982) nem illeszkednek a többi közzé. A csillag fémszegény, s úgy tűnik, hogy a fémszegény (a táblázatban az első négy) csillagokkal rokon. A megfigyelt paramétereiből származtatott tömeg $M = 1 M_\odot$ és sugár $R = 2.4 R_\odot$. Meg kell jegyezni, hogy ugyanerre a csillagra McNamara és Feltz (1980) $\langle \log g \rangle = 3.34$, $\langle T_{\text{eff}} \rangle = 7250$ értékeket kapott, melyekből az

1.3 táblázat

Törpecepheidák legfontosabb jellemző adatai

csillag	P(nap)	$\langle \log g \rangle$	Δs	[Fe/H]	$\langle T_{\text{eff}} \rangle$	$M_V(g, T)$
BL Cam	0.039	4.18	-	-1.5	8050	4.4
SX Phe	0.055	4.20	6	-0.7	7850	2.9
CY Aqr	0.061	4.12	2	-0.6	7930	2.8
DY Peg	0.073	4.00	6	-0.7	7800	2.7
EH Lib	0.088	4.06	0	-0.2	7930	1.3
YZ Boo	0.104	3.97	0	-0.1	7650	1.4
AI Vel	0.112	3.98	0	-0.1	7620	1.1
SZ Lyn	0.121	3.88	0	+0.1	7540	1.3
AD CMi	0.123	3.94	0	0.0	7580	0.9
XX Cyg	0.135	3.66	-	-0.5	7530	1.9
RS Gru	0.147	3.83	0	-0.3	7600	0.7
DY Her	0.149	3.77	-	+0.3	7130	1.8*
VZ Cnc	0.178	3.64	0	+0.2	7100	1.3
BS Aqr	0.198	3.60	0	+0.1	7200	0.8
VX Hya	0.223	3.47	-	+0.1	6980	1.1
DE Lac	0.254	3.57	-	+0.2	6960	0.1

*Mintegy 0.5 magnitudoval fényesebb: $M_V \approx 1.3$ magn. (ld. szöveg)

$R = 1.08 R_{\odot}$ és $M = 0.1 M_{\odot}$ értékeket származtatták, ha a törpecepheidákra érvényes összefüggéseket az XX Cyg-re is érvényesnek tekintették. A kis sugár érték mellett szól az a megfigyelési eredmény, hogy a radiális sebességváltozás amplitudója 34 km/sec, mintegy 20 km/sec-mal kisebb a többire jellemző értéknél (McNamara és Feltz, 1980), viszont a fényváltozás amplitudója az átlagos értéknél ($A_V \approx 0.5$ magnitudo) lényegesen nagyobb, $A_V = 0.7$ magnitudo (Szeidl és Mahdy, 1981).

A DY Her felszíni gravitációját McNamara (1978) tulbecsülte. Radiális sebességméréseiből a Wesselink módszer alapján $R = 2.7 R_{\odot}$ sugarat határozott meg, ami mintegy 20%-al kevesebb a várt értéknél. A kérdés tisztázása egyszerű volt, ugyanis a Dominion Astrophysical Observatory 1.8 m-es távcsövének Cassegrain spektrográfjával öt 60 Å/mm diszperzióju spektrumot készítettem, amelyek egyértelműen a radiális sebességváltozás nagyobb, 34 km/sec-os amplitudóját eredményezték (Szeidl, 1979b). Az új radiális sebességadatokkal $R = 3.1 R_{\odot}$ adódott, összhangban a más uton nyert eredményekkel. Ekkor viszont a csillag az 1.3 táblázatban közölt értéknél kb. 0.5 magnitudoval fényesebb.

Az 1.3 táblázatból látható, hogy a BL Cam, SX Phe, CY Aqr, DY Peg és XX Cyg változók fémszegények, és abszolút fényességük a többinél halványabb. Ezen csillagok kivételével a normál I. populációs hipotézis a megfigyelésekkel teljes összhangban van, s

nincs okunk feltételezni, hogy a törpecepheida csillagok különböznek a δ Scuti változóktól. Itt jegyzem meg, hogy egy csillagról, az SZ Lyn-ről biztosan tudjuk, hogy kettős rendszer tagja, így tömegére közvetlenül is következtethetünk. E csillagra az $M = 1.7 M_{\odot}$ feltevés teljesen összhangban van a megfigyelésekkel (Szeidl, 1983). Amennyiben az SZ Lyn a fősorozattól elfejlődött már, akkor tömegének nagyobbnak kell lenni, ami még inkább az I. populációs hipotézist támasztja alá.

Az említett öt fémszegény csillag mellett még további 8 törpecepheidát sorol föl Frolov és Irkaev (1984). Ezek térbeli sebessége nagy, s nyilvánvalóan a II. populációhoz tartoznak. Fontos tény, hogy az SX Phe-re megbízható trigonometrikus parallaxis létezik, amely $M_V = 4.1 \pm 0.7$ magnitudós abszolút fényességre vezet. Így tehát az alacsony abszolút fényesség reális, s lehetséges, hogy ezek a csillagok a fősorozat alatt helyezkednek el. Még nem tisztázott kérdés, hogy ezek a fémszegény törpecepheidák az I. populációs δ Scuti csillagok II. populációs megfelelői és közvetlenül a fősorozat utáni fejlődési állapotban vannak (héj-H égés állapotában, $M \approx 1.1 M_{\odot}$) vagy a fejlődés késői állapotában vannak már (Dziembowski és Kozłowski, 1975; $M \approx 0.2 - 0.5 M_{\odot}$).

Bár az RRs csillagok inhomogén csoportot alkotnak, s nagyrészek a δ Scuti csillagok kategóriájába tartozik, az RR Lyrae változókkal való összehasonlítására nagy amplitúdójuk révén igen alkalmasak. Éppen ezért az elkövetkező fejezetben a kisamplitúdójú csillagokkal nem foglalkozom.

1.3 Pulzációs sajátosságok

Az instabilitási sáv csillagainak fényességváltozásáért nyilvánvalóan azonos fizikai mechanizmus felelős: a csillagok pulzációja.

A pulzációs hipotézist a csillagok fényváltozásának magyarázatára A. Ritter vetette föl elsőként 1879-ben. Ugy tűnik, H. Shapley volt az első csillagász, aki a cepheida típusú változócsillagok fényváltozása okának egyértelműen a pulzációt tartotta, elvetve a korábbi kettőscsillag hipotézist. A pulzációelmélet alapjait A.S. Eddington fektette le 1917-től megjelent cikkeiben. Az elmélet, különösen az utóbbi huszonöt évben, rendkívül sokat fejlődött. Az elért eredmények részletes összefoglalásai Zhevakin (1963), Christy (1966a) és Cox (1974, 1980) munkáiban találhatók. A továbbiakban

a pulzációelméletnek csak néhány kérdésével foglalkozom, amelyekre az eddig elmondottakban utaltam vagy a következőkben hivatkozni fogok. Éppen ezért a nem-radiális pulzáció kérdéseit nem érintem, mert az RR Lyrae és törpecepheida csillagok csak radiális pulzációval rendelkeznek.

A pulzációs instabilitást leíró egyenletrendszer bizonyos egyszerűsítő feltevések mellett (szférikusan szimmetrikus mozgások, mágneses effektusok és rotáció figyelmen kívül hagyása, konvekciós energiatranszport és az ezzel kapcsolatos turbulens nyomás elhanyagolása) könnyen megadható. Legyen a tömegelemnek a centrumtól mért távolsága $r(t)$, akkor a csillagnak az r' sugaru gömbön belüli része:

$$M(r') = \int_0^{r'} 4\pi r^2 \rho(r) dr \quad (1.4)$$

ahol $\rho(r)$ a sűrűség a csillag centrumától r távolságban. A mozgásegyenlet:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\frac{GM(r)}{r^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P(r)}{\partial r} \quad (1.5)$$

ha $P(r)$ a nyomást jelöli. Ha Q az abszorbeált hő, ϵ a termelt nukleáris energia, E pedig a gáz belső energiája tömegegységenként, akkor az energiatranszport egyenlete:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial t} + P \frac{\partial V}{\partial t} = \epsilon - \frac{dL}{4\pi r^2 \rho dr} \quad (1.6)$$

ahol $V = \rho^{-1}$ a specifikus térfogat, míg $L(r)$ az r sugaru gömb felületén kiáramló energiafluxus (luminozitás):

$$L(r) = -4\pi r^2 \frac{4a}{3} \frac{d(T^4)}{\kappa(v, T) \rho dr} \quad (1.7)$$

ahol a a sugárzási állandó, κ a v frekvenciától és T hőmérséklettől függő opacitás (tömeg-abszorpciós koeficiens).

Az (1.4)-(1.7) egyenletrendszer megoldása (természetesen az említett egyszerűsítő feltevések által korlátozva) adja a csillag pulzációjának leírását: periódust (vagy periódusokat), felszíni hőmérséklet (T_e) és bolometrikus fényesség (M_{bol}) változását, stb. Nyilvánvaló, hogy az a mód, ahogyan a csillag pulzál, belső struktúrájától függ (melyet egyéb tényezők, pl. mágneses tér, rotáció befolyásolhat). Ez azt jelenti, hogy a pulzáló csillagok megfigye-

lésével ellenőrizhetjük a csillagok belső szerkezetére vonatkozó elképzeléseinket, sőt, igen lényeges új ismeretekhez is jutunk. A megfigyelt paraméterekből (legfontosabb paraméter a periódus) meghatározható a "pulzációs tömeg". Ha a csillag több módusban pulzál egyidejűleg, a periódusok arányától független, további tömegbecslés is adható, stb.

Ha a pulzáció amplitudóját infinitezimálisan kicsinek tételezzük föl, egyenleteink linearizálásával juthatunk azok megoldásához. A lineáris elmélet, egyszerűsége ellenére, a periódusokat és a pulzáló csillag HRD-n belüli helyzetét a megfigyelésekkel egyezésben igen jól adja vissza.

A fény- és radiális sebességváltozás görbéi azonban világosan mutatják, hogy nem-lineáris effektusok is jelen vannak. Az első igen jelentős nem-lineáris modellszámításokat (több, mint 100 RR Lyrae modellre) Christy (1966b) végezte el. A He tartalmat $0 - 60\%$, a tömegeket $0.166 - 1.33 M_{\odot}$, az abszolút fényességet $M_V = +0.08$ és $+0.76$ magnitúdó között változtatta, s így az instabilitási zóna egy jelentős részét végigpásztázta. Kimutatta, hogy az instabilitási sáv kék határa a He tartalomtól függ. A gömbhalmazok RR Lyrae csillagainak színindexeiből 30% He tartalom adódott, egyezésben a fejlődési modellekkel. Magyarázatot kapott az a tény is, hogy a sáv kék oldalán az első felharmonikus rezgést, a vörös oldalon az alaprezgést preferálják a csillagok. A P_{tr} átmeneti periódusra levezette az (1.3) formulát. (Mint korábban említettem, ennek általános érvényét újabban megkérdőjelezzük.) Bár a periódus-amplitudó diagram általános jellemzőit: az RRab csillagok növekvő periódusa csökkenő amplitudóval jár, visszakapta, a Z (vagy Δs) függést azonban nem vizsgálta. Két általános érvényű összefüggést sikerült azonban levezetnie, melyek a megfigyelési eredmények értelmezésében fontos szerepet játszanak. A pulzáció alapperiódusa:

$$P_0 \approx 0.022 (g_{\odot}/g)^{7/8} (M/M_{\odot})^{1/8} \quad (1.8)$$

és a hozzátartozó pulzációs állandó

$$Q_0 \approx 0.022 (R/R_{\odot})^{1/4} (M_{\odot}/M)^{1/4} \quad (1.9)$$

(1.8) mutatja, hogy a periódust szinte teljes egészében a felszíni gravitáció értéke szabja meg.

Az RR Lyrae-k tömegére az $M \approx 0.6 M_{\odot}$ érték adódott, más módon meghatározott tömegértékekkel egyezésben. Minthogy a fejlődé-

si tömegek ennél nagyobbak, a He-flash-t követő tömegvesztés ki-
kerülhetetlen feltevés.

Christy uttörő vizsgálatait óta számos modellszámítást végez-
tek, melyek tovább finomították ismereteinket. Gyakorlatilag a tel-
jes instabilitási sávot feltérképezték a legkülönbözőbb kezdeti
paraméterek (M , M_c , X , Y , Z , L) mellett. Az újabb eredmények tömör
összefoglalása Cox (1979, 1982) munkáiban található meg.

A kutatás egyik legfontosabb területe a modell periódusok meg-
határozása és azonosítása reális csillagokban. Több csillag egy-
idejűleg több periódussal (alap és felharmonikus) is pulzálhat.
A periódushányadosok nagyon erős megszorításokat adnak a modellekre.
E kérdéskörrel részletesebben a 3. fejezetben foglalkozom.

2. PERIÓDUSVÁLTOZÁSOK

Mióta Martin (1938) felfedezte, hogy az Omega Centauri gömbhalmaz RR Lyrae csillagainak többsége periódusnövekedést mutat, számos vizsgálatot végeztek különböző gömbhalmazok (M3, M5, M15 stb.) RR Lyrae csillagain, a mező RR Lyrae-ken és törpecepheidákon, hogy tanulmányozzák periódusváltozásaikat. E vizsgálatokra főleg a moszkvai Sternberg Intézetben, az asiagói (Olaszország), a torontói (Kanada) és a budapesti csillagvizsgálókban került sor, s ezeket a vizsgálatokat leginkább az inspirálta, hogy a csillagfejlődési elméletek egyik legerősebb kontrolljának ígérkeztek. E kérdés, a számos vizsgálat ellenére, vagy éppen azok eredményeként, ma sokkal komplikáltabbnak tűnik, mint mondjuk 20 évvel ezelőtt.

2.1 A periódusváltozások elmélete

A periódusváltozások vizsgálatához természetesen pontosan definiálni kell, mit is értünk egy változócsillag periódusán. Egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a csillag fényváltozásának lefutása szigorúan ismétlődő. A periódust szokás úgy meghatározni, hogy két egymást követő fényességmaximum (vagy minimum) között eltelt idővel egyenlő. Ha T_E az E-edik fényességmaximum időpontja, akkor a periódus

$$P(E) = T_{E+1} - T_E. \quad (2.1)$$

Azon maximum időpontját, ahonnan az időt számítjuk ($E = 0$), kezdeti epochának (T_0) nevezzük. Így

$$T_E = T_0 + \sum_{i=0}^{E-1} P(i). \quad (2.2)$$

Ha $P(E) = P(0) = \text{állandó} (= P_0)$, akkor

$$T_E = T_0 + P_0 \cdot E. \quad (2.3)$$

Egy feltételezett T_{Fo} kezdeti epocha és egy P_F feltételezett periódus alapján megadhatjuk a fényességmaximumok számított időpontjait:

$$C_E = T_{Fo} + P_F \cdot E. \quad (2.4)$$

Amennyiben T_{Fo} és P_F különbözik a valódi értéktől, vagy a periódus nem állandó, az

$$\begin{aligned} (O-C) &= T_E - C_E = T_O - T_{Fo} + \sum_{i=0}^{E-1} P(i) - P_F \cdot E = \\ &= T_O - T_{Fo} + \sum_{i=0}^{E-1} [P(i) - P_F] \end{aligned} \quad (2.5)$$

érték általában különbözik nullától.

Ahhoz, hogy a periódusban bekövetkező változásokat vizsgálhassuk, meg lehetőségen pontosan kell ismerni a csillag periódusát. Egy maximum időpontját általában $\delta T \approx \pm 0.001$ nap ($\approx \pm 1.5$ perc) pontossággal lehet meghatározni. Ha két, n ciklussal elválasztott megfigyelt maximum bekövetkezésének időpontja T_n és T_o , és a periódus közben állandónak tekinthető, akkor

$$P = \frac{T_n - T_o}{n}, \text{ és az így meghatározott periódus hibája}$$

$$\delta P = \frac{\sqrt{2}}{n} \delta T.$$

Ha a két megfigyelést körülbelül egy év választja el, akkor tipikus RR Lyrae csillag esetén ($n \approx 700$), $\delta P \approx 2 \cdot 10^{-6}$ nap, tipikus törpecepheida esetén ($n \approx 4000$), $\delta P \approx 4 \cdot 10^{-7}$ nap. Természetesen több megfigyelést végezve és azt hosszabb időszakra kiterjesztve a pontosság fokozható. Egy-két szélsőséges esettől eltekintve, a periódus néhány éven át általában állandónak tekinthető. Az RR Lyrae csillagok periódusát általában 6-7, a törpecepheidákét 8-9 jegyre szokás megadni.

Ha a periódus lineárisan változik:

$$P_E = P_o + \beta^* \cdot E \quad (2.6)$$

akkor az $(O-C)$ értéke (2.5)-ből

$$\begin{aligned}
 (O-C) &= (T_O - T_{Fo}) + \sum_{i=0}^{E-1} [P_O + \beta^* \cdot i - P_F] = \\
 &= (T_O - T_{Fo}) + (P_O - P_F) \cdot E + \frac{\beta^*}{2} \cdot E \cdot (E - 1) = \\
 &= (T_O - T_{Fo}) + (P_O - P_F - \frac{\beta^*}{2}) \cdot E + \frac{\beta^*}{2} \cdot E^2 \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

Mint láttuk, a periódus értéke $\sim 10^{-7}$ -re pontos, s majd látni fogjuk, hogy $|\beta^*| < 10^{-8}$, így kapjuk a szokásos alakot:

$$(O-C) = (T_O - T_{Fo}) + (P_O - P_F) \cdot E + \frac{\beta^*}{2} \cdot E^2 \quad (2.8)$$

Ha $\beta^* = 0$, az u.n. (O-C) diagram egyenes, melynek iránytényezője éppen a valódi és a használt periódus közötti különbség. Ha $\beta^* > 0$, a periódus nő, az (O-C) diagram alulról konvex (pozitív) parabola, ha $\beta^* < 0$, a periódus csökken, az (O-C) negatív parabola. A kezdeti epocha téves megválasztását jelzi, ha $T_O - T_{Fo} \neq 0$.

A csillagfejlődési elméletek általában lineáris periódus-változásokat jósolnak, ezért a megfigyelt (O-C) diagramok (2.8)-cal történő (sokszor erőltetett) közelítése az elmúlt közel 50 évben fontos célkitűzés volt.

(2.6) helyett szokásos a periódusváltozást az idő függvényében megadni:

$$P_t = P_O + \beta t \quad (2.9)$$

Ha a periódusváltozáshoz képest nem túl nagy időintervallumot tekintünk, akkor (2.6) és (2.9) összehasonlításából kapjuk, hogy

$$\beta = \frac{1}{P} \cdot \beta^*.$$

A szokásos, nem éppen ellentmondásmentes közelítésben (ugyanis a $T_E - C_E$ függvényt eddig csak egész E-kre értelmeztük) (2.5) így írható:

$$(O-C) = T_O - T_{Fo} + \int_0^E [P(E') - P_F] dE' \quad (2.10)$$

Amennyiben (2.6) teljesül, (2.10)-ből rögtön adódik (2.8).

(2.4) figyelembevételével (2.8) így is írható:

$$T_E = T_O + \int_0^E P(E') dE' \quad (2.11)$$

vagy

$$P = \frac{dT_E}{dE} . \quad (2.12)$$

A (2.12) formulával az irodalomban először F.W.A. Argelander Commentatio-jában (1859-ben jelent meg) találkozunk. A (2.11) formulát először E.C. Pickering alkalmazta Dimensions (1881) c. munkájában az Algol periódusváltozásainak vizsgálatához. E probléma kör történelmi vonatkozásainak részletes feldolgozását Hagen (1921) munkájában találhatjuk.

A periódusnak egy általánosabb értelmezését is adhatjuk (maga Argelander is így értelmezte 1844-ben megjelenő Disquisitio c. munkájában) : a csillag periódusa a fényváltozás egy teljes ciklusa lefolyásának ideje. Azaz, ha a fényváltozás egy tetszőleges fázisát x jelöli, akkor

$$P(x) = T(x+1) - T(x) . \quad (2.13)$$

x egész részét epochaszámnak hívjuk: $[x] = E$ és szokás a tört részét is fázisnak nevezni: $x - [x] = \phi$. A fázis értelmezése igen egyszerű, ha a fényváltozás ciklusai önmagukat ismétlik. Ekkor a felszállóág (vagy leszállóág) azonos fényességű pontjaihoz az x azonos törtrészeit rendeljük. A többszörös periódusu (fénygörbe-változást mutató) változócsillagok esetén a fázis definiálása komplikáltabb, de mint látni fogjuk, eredményeink ezen csillagok esetében is alkalmazhatók. Egyszerű és nyilvánvaló feltevéseket téve (2.13)-ból kapjuk, hogy

$$P(x) = \frac{dT}{dx} + \frac{1}{2!} \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{1}{3!} \frac{d^3T}{dx^3} + \dots$$

vagy

$$P(x) = [\exp(\frac{d}{dx}) - 1]T(x) \quad (2.14)$$

(2.14)-hez hasonlóan az x fázisu pont számított időpontja

$$C(x) = T_{Fo} + P_F x \quad (2.15)$$

(2.14) és (2.15)-ből kapjuk az x fázisu pont $y(x) = (O-C) = T(x) - C(x)$ értékére, hogy

$$P(x) - P_F = [\exp(\frac{d}{dx}) - 1][T(x) - C(x)] \quad (2.16)$$

A $p(x) = P(x) - P_F$ rövidítéssel élve:

$$p(x) = [\exp(\frac{d}{dx}) - 1]y(x) \quad (2.17)$$

Anélkül, hogy a részletesebb diszkusszióba mennénk, a megoldást $x = E$ egész értékekre adjuk meg:

$$y(E) = y(0) + \int_0^E p(\xi) d\xi - \frac{1}{2}[p(E) - p(0)] + \\ + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{B_{2j}}{(2j)!} [p^{(2j-1)}(E) - p^{(2j-1)}(0)] \quad (2.18)$$

ahol B_n az ismert Bernoulli-számokat jelenti.

Lineáris periódusváltozást tételezve fel (2.6) szerint, (2.18) visszaadja (2.7)-et. Ha komplikált periódusváltozásokról van szó, úgy a (2.18) formulát kell használni a (2.11) közelítő formula helyett.

Például Kopal és Kurth (1957) vizsgálták a - fedési változók esetében igen fontos - eseteket, amikor a periódus

$$P(E) = P_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (a_j \cos \omega_j E + b_j \sin \omega_j E) \quad (2.19)$$

szerint periodikusan, vagy

$$P(E) = P_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j e^{-j\omega E} \quad (2.20)$$

szerint szekulárisan változik. Mindkét esetben a (2.11) formulával kapott közelítő értékek jelentősen eltérhetnek a pontos értékektől.

Reális eseteket vizsgálva általában sem a $P(E)$ (vagy $p(E)$) sem pedig a $T(E)$ (vagy $y(E)$) függvényeket nem ismerjük, csupán néhány helyen az O-C értékeket, melyeket egyenesekkel approximálunk ugrásszerű periódusváltozásokat feltételezve, vagy (2.8) alakú parabolával közelítünk, (2.6) szerint lineáris periódusváltozást fogadva el.

2.2 Megfigyelt periódusváltozások

Arra, hogy a változócsillagok periódusa változó lehet, már Argelander (1844) felhívta a figyelmet. Az áthidalt megfigyelési időszak és a megfigyelések pontossága azonban csak az 1930-as években tették lehetővé a reális periódusváltozások vizsgálatát. Lénye-

gében a változócsillagok minden osztálya mutatja a jelenséget, az osztályra jellemző speciális tulajdonságokkal. A következőkben, az eredeti célkitűzésünknek megfelelően csupán az RR Lyrae típusu és törpe cepheida változók periódusváltozásaival foglalkozunk.

2.2.1 RR Lyrae-k

Az RR Lyrae típusu változók nagy számban találhatók gömbhalmazokban (Sawyer-Hogg, 1973). Pl. 50-nél több RR Lyrae csillagot tartalmaz az NGC 3201, 5139 (ω Centauri), 5272 (Messier 3), 5904 (Messier 5), 6266 (Messier 62), 6402 (Messier 14), 6715 (Messier 54), 7006, 7078 (Messier 15) és IC 4499.

Nyilvánvalóan a periódusváltozások annál pontosabban vizsgálhatók, mennél nagyobb időintervallumot fognak át a megfigyelések. A gömbhalmazok változóinak első szisztematikus megfigyelését Bailey (1902, 1913, 1917, 1919) végezte el a múlt század végén, a század elején az ω Cen, M3, M5 és M15-ben. E halmazok későbbi intenzív újraészlelései szolgáltatották az első igen érdekes eredményeket az RR Lyrae típusu változók periódusváltozásairól.

Martin (1938) végezte el az első alapos vizsgálatot az NGC 5139 = ω Cen RR Lyrae típusu változói periódusváltozásaira vonatkozólag. Bailey (1902) észlelésein túl két további időpontban (1931-ben és 1935-ben) végzett megfigyeléseket. Feltételezve, hogy a periódus lineárisan változik, 68 RRab csillag periódusváltozásának mértékét és irányát határozta meg. Az RRC csillagokat figyelmen kívül hagyta, mert úgy találta, hogy azok periódusukban nagy fluktuációkat mutatnak. A periódusváltozás átlagos értékére:

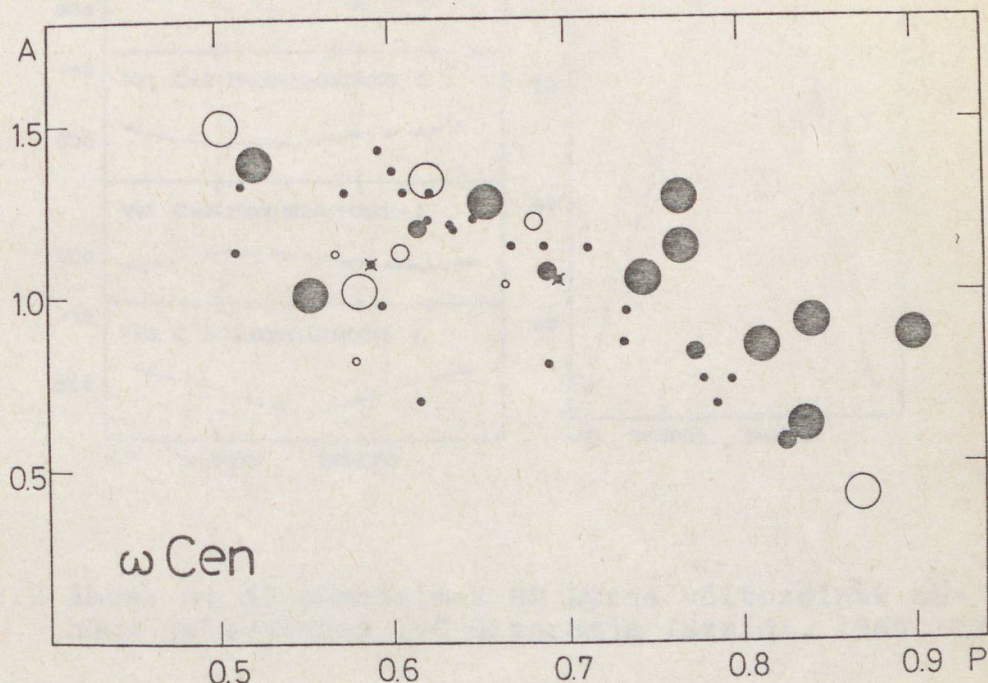
$$10^{10} \overline{\beta}_{ab} = 5.2 \pm 1.7 \text{ nap/nap}$$

eredményt kapott. 19 csillagnál kapott perióduscsökkenést, míg 49-nél periódusnövekedést. Az extrém negatív értékek a legrövidebb periódusoknál, az extrém pozitív értékek pedig a 0.8 naphoz közeli periódusoknál fordultak elő.

Ujabb megfigyelési anyaggal kiegészítve Bailey és Martin észleléseit, Belserene (1964) újravizsgálta az ω Cen RRab változócsillagainak periódusváltozásait mintegy 30 évvel hosszabb időintervallumban. Belserene eredményei lényegében megerősítették Martinét. 47 vizsgált periódusból 34 (72%) volt növekvő, és 8 (17%) volt csökkenő. A periódusváltozásra kapott átlagérték:

$$10^{10} \overline{\beta}_{ab} = 3 \text{ nap/nap.}$$

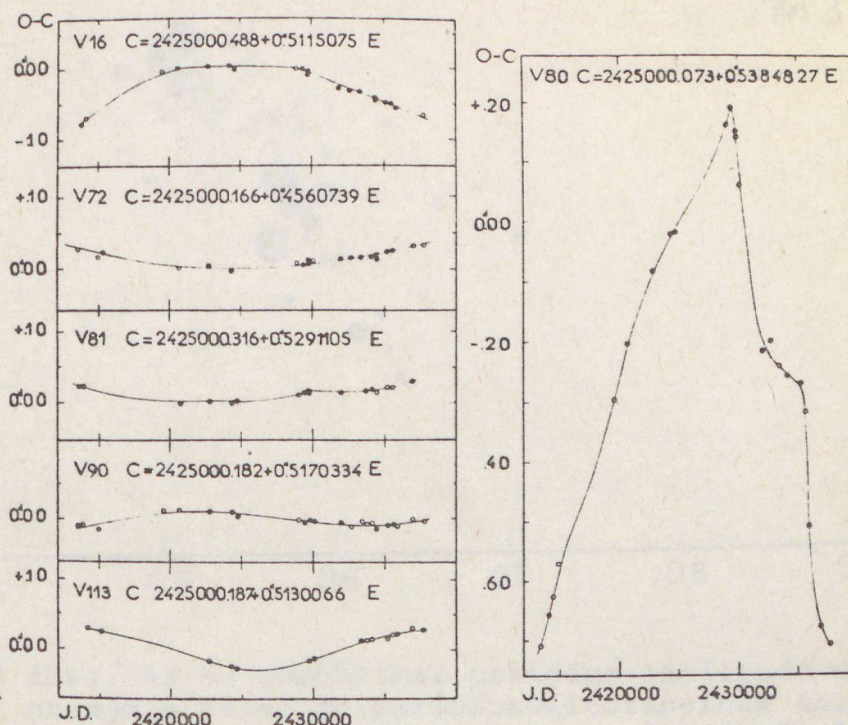
A legfeltűnőbb jelenség azonban a lassan növekvő periódusok nagy száma volt (24 csillagra $0.00 < \beta < 0.25$ nap/ 10^6 év). A 2.1 ábra mutatja a 47 RRab csillag helyét a periódus-amplitudó diagramon. Az üres körök perióduscsökkenést, a kitöltött körök periódusnövekedést jelentenek. Feltűnő, hogy a perióduscsökkenés zömében a rövidebb periódusoknál van.



2.1 ábra: Az ω Cen periódus-amplitudó diagramján az egyes csillagok periódusváltozásait is feltűntettük. Az üres körök perióduscsökkenést, a kitöltött körök periódusnövekedést, a keresztek állandó periódust jelentenek. A körök mérete a β értékek abszolút értékét is jelzi: a legnagyobbaknál $|\beta| \geq 10$, a közepeseknél $10 > |\beta| \geq 5$, a legkisebbeknél $5 > |\beta| > 0$.

Az NGC 5272 = M3 gömbhalmaz változói periódusváltozásainak vizsgálatára Martin (1942) tette az első kísérleteket. Később Belserene (1952) és Kukarkina és Kukarkin (1970) is vizsgálták a periódusváltozásokat. A halmaz RR Lyrae típusu változói periódusváltozásainak legátfogóbb vizsgálata tőlem származik (Szeidl, 1965, 1973). Néhány jellegzetes O-C diagram található a 2.2 ábrán.

Az M3 gömbhalmaz 118 RR Lyrae típusu változójára sikerült az O-C diagramot megszerkeszteni a teljes megfigyelési anyagra (1895-től). A 118 változó közül 101 RRab, 17 pedig RRC típusu.



2.2 ábra: Az M3 gömbhalmaz RR Lyrae változóinak néhány jellegzetes O-C diagramja (Szeidl, 1965, 1973)

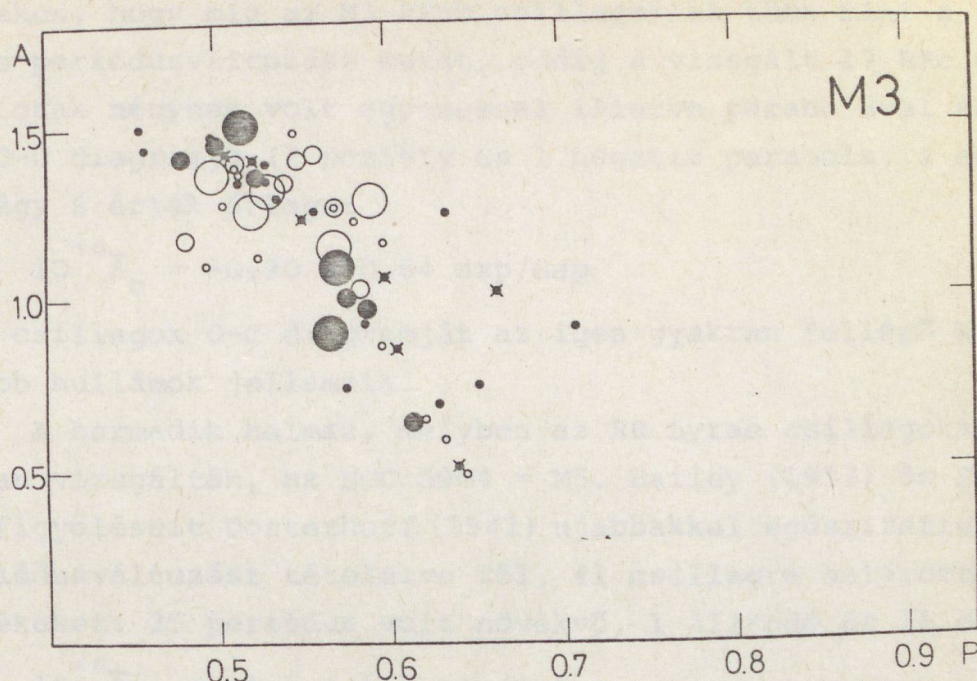
A vizsgált RRab csillagok közül 55-nek az O-C diagramja volt közelíthető parabolával vagy egyenessel (9 egyenes, 22 pozitív parabola, 24 negatív parabola). Az 55 β érték átlagára kapjuk:

$$10^{10} \beta_{ab} = -0.97 \pm 1.08 \text{ nap/nap}$$

Tehát semmiféle szisztematikus irány sem létezik a periódus változásában, sem növekedésre, sem csökkenésre.

Felvetődik persze a kérdés, hogy a másik 46 RRab csillag vajon hogyan viselkedik. Lehetséges, hogy a nagy fluktuációk elnyomják a lineáris periódusváltozást, ha egyáltalán létezik. (E kérdésre a következő fejezetben még visszatérünk.)

A 2.3 ábra a lineáris periódusváltozással rendelkező RRab csillagok periódus-amplitudó diagramját mutatja. A jelek ugyanolyan jelentésűek, mint a 2.1 ábrán. Ha a két diagramot összehasonlítjuk, feltűnő, hogy az ω Cen-ban az erős átlagos periódusnövekedést a $P > 0.7$ napos periódusok adják, míg ezek a csillagok az M3-ban hiányoznak. A $P < 0.7$ napos periódusok között a növekedés



2.3 ábra: Az M3 gömbhalmaz periódus-amplitudó diagramja a változók periódusváltozásainak ábrázolásával. A jelölések azonosak a 2.1 ábrán levőkkel.

és a csökkenés vegyesen fordul elő. A β értékek periódus szerinti eloszlása a 2.1 táblázatban található.

2.1 táblázat

Az RRab csillagok $10^{-10} \beta$ értékeinek periódus szerinti eloszlása az ω Cen, az M3 és az M5 gömbhalmazokban

	ω Cen	M3	M5
$P < 0.5$	-	-1.71 ± 2.57 (7)	$+0.57 \pm 0.95$ (11)
$0.5 \leq P < 0.6$	$+ 1.92 \pm 2.17$ (13)	-1.37 ± 1.52 (37)	-0.27 ± 0.61 (21)
$0.6 \leq P < 0.7$	$+ 0.26 \pm 1.96$ (19)	$+0.68 \pm 0.88$ (10)	$+0.76 \pm 0.37$ (10)
$0.7 \leq P < 0.8$	$+10.20 \pm 5.35$ (9)	$+2.30$ (1)	0.00 (1)
$0.8 \leq P$	$+10.90 \pm 18.56$ (6)	-	$+2.90$ (1)

Az is lehetséges, hogy a $P - A$ diagramon a hosszuperiódusu ág csillagai többségükben periódusnövekedéssel rendelkeznek, míg a rövidperiódusu ágon a növekvő és csökkenő periódusok vegyesen fordulnak elő.

Érdekes, hogy míg az M3 RRab csillagainak több mint a fele lineáris periódusváltozást mutat, addig a vizsgált 17 RRc csillag közül csak négynek volt egyenessel illetve parabolával közelíthető az O-C diagramja (2 pozitív és 1 negatív parabola, 1 egyenes).

A négy β érték átlaga:

$$10^{10} \overline{\beta}_c = +0.90 \pm 0.84 \text{ nap/nap}$$

A c csillagok O-C diagramját az igen gyakran fellépő kisebb-nagyobb hullámok jellemzik.

A harmadik halmaz, melyben az RR Lyrae csillagokat igen alaposan vizsgálták, az NGC 5904 = M5. Bailey (1917) és Shapley (1927) megfigyeléseit Oosterhoff (1941) újabbakkal egészítette ki. Lineáris periódusváltozást tételezve föl, 41 csillagra határozta meg a β értékeket: 25 periódus volt növekvő, 1 állandó és 15 csökkenő, és:

$$10^{10} \overline{\beta}_{ab} = +1.5 \pm 1.2 \text{ nap/nap}$$

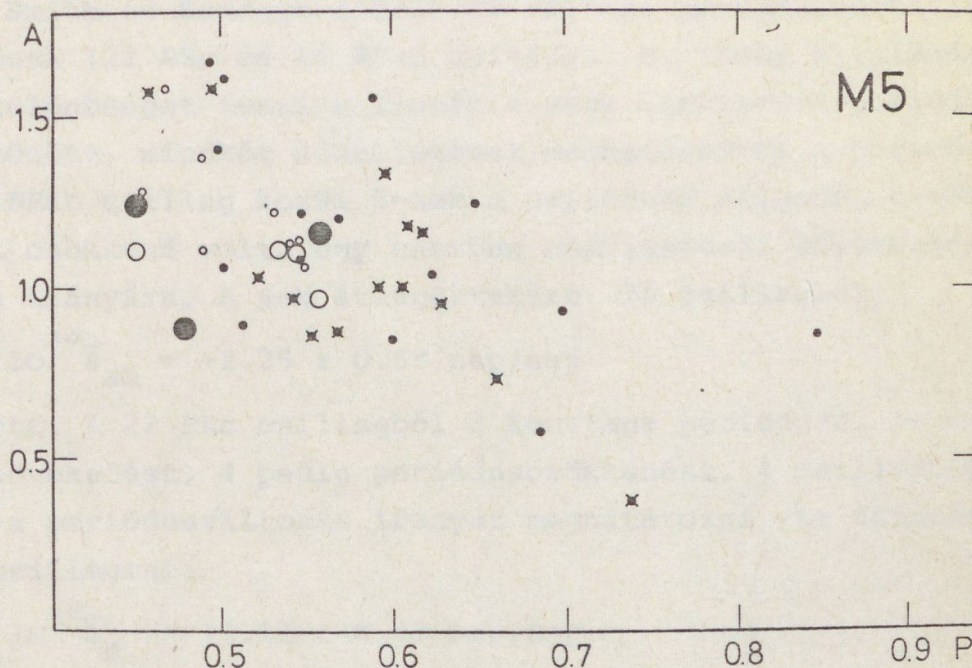
Oosterhoff tehát nem kapott szignifikáns periódusnövekedést az M5 RR Lyrae típusu változóira.

E vizsgálatokat, lényegesen nagyobb és hosszabb időintervallumot átfogó megfigyelési anyagon, egymástól függetlenül Kukarkin és Kukarkina (1971) és Coutts és Sawyer-Hogg (1969) megismételték a periódusváltozásokra. Kukarkin és Kukarkina egyenes szakaszokkal (poligonnal) közelítette az O-C diagramot ugrásszerű változásokat tételezve fel a periódusokban, amint azt Parenago (1956) javasolta. Az 51 vizsgált csillag közül 27 növekvő, 9 állandó, 14 csökkenő periódussal rendelkezett, 1-nek a periódusa teljesen szabálytalanul változott.

Az M5 gömbhalmaz változói periódusváltozásaira Coutts és Sawyer-Hogg publikálta a legátfogóbb vizsgálatot. Ha az M5 periódus-amplitudó diagramját (2.4 ábra) összehasonlítjuk az ω Cen és az M3 megfelelő diagramjaival (2.1 és 2.3 ábra) feltűnő, hogy az M5-ben a periódusváltozások abszolút értéke általában lényegesen kisebb mint a másik két halmazban. Feltűnő még, hogy csökkenő periódust $P \approx 0.6$ nap fölött nem találunk. A β értékek periódus szerinti függése a 2.1 táblázatban található. Előbbi kijelentésünket jól alátámasztja, hogy a szórásértékek az M5 esetében a legkisebbek. Valamennyi RRab csillagra az M5-ben, melyre lineáris periódusváltozás tételezhető fel (56 vizsgált csillag közül 44) a β értékek átlagos értéke:

$$10^{10} \bar{\beta}_{ab} = +0.25 \pm 0.39 \text{ nap/nap}$$

E szerint szignifikáns periódusnövekedés vagy csökkenés nincs.



2.4 ábra: Az M5 gömbhalmaz periódus-amplitudó diagramja a változók periódusváltozásainak ábrázolásával. A jelölések azonosak a 2.1 ábrán levőkkel.

Wilkins (1976) M5-re vonatkozó vizsgálatai alátámasztják azt a következtetést, hogy az O-C diagramok többsége parabolával jobban közelíthető, mint egyenes szakaszokkal, ami azt jelenti, hogy a periódusok inkább lineárisan változnak, mint ugrásszerűen.

A negyedik halmaz, melyre Bailey (1919) vizsgálataitól hosszú adatsor áll rendelkezésre, az NGC 7075 = M15. RR Lyrae csillagok periódusváltozásait sokan vizsgálták (Grubbisich, 1956; Mannino, 1956a, b; Nobili, 1957; Notni és Oleak, 1958; Bronkalla, 1960; Fritze, 1963; Makarova és Akimova, 1965; Wesselink, 1974; Smith és Wesselink, 1977; Filippenko és Simon, 1981; Smith és Sandage, 1981; és Barlai, 1984a), itt csupán a legujabb eredményeket soroljuk föl.

Smith és Wesselink 24 változót vizsgált, melyek közül 5 teljesen szabálytalanul változtatta a periódusát. A többi 19 változó (11 RRC, 8 RRab típusu) O-C diagramját sikerült többé-kevésbé elfogadható módon parabolával közelíteni. A közelítés nehézségeit

mutatja, hogy a β értékek hibái igen tekintélyesek ($1.0-15.1 \times 10^{-10}$ nap/nap), s a 19 esetből 10 esetben (6 RRc, 4 RRab) túllépi az $|\beta|$ értékeket. Ezért eredményüket, hogy a periódusok tulnyomóan növekvők, óvatosan kell kezelni.

Smith és Sandage (1981) 38 változó periódusváltozását tanulmányozta (22 RRc és 16 RRab csillag). Minthogy általában nem tudtak különbséget tenni a lineáris vagy ugrásszerű periódusváltozások között, mindkét közelítéssel meghatározták a paramétereket. A 16 RRab csillag közül 5-nek a periódusa állandó, 8-nak növekvő, 2-nek csökkenő volt, egy esetben nem lehetett következtetni a változás irányára. A β -k átlagértékére 15 csillagból:

$$10^{10} \overline{\beta}_{ab} = +2.25 \pm 0.58 \text{ nap/nap}$$

adódott. A 22 RRc csillagból 3 konstans periódusu, 11 mutat periódusnövekedést, 4 pedig perióduscsökkenést. 4 csillagnál nem lehetett a periódusváltozás irányát meghatározni. Az átlagos növekedés (18 csillagra):

$$10^{10} \overline{\beta}_c = +1.11 \pm 0.49 \text{ nap/nap}$$

Ugrásszerű periódusváltozásokat feltételezve az átlagos periódusugrás a 80 éves megfigyelési időszakra:

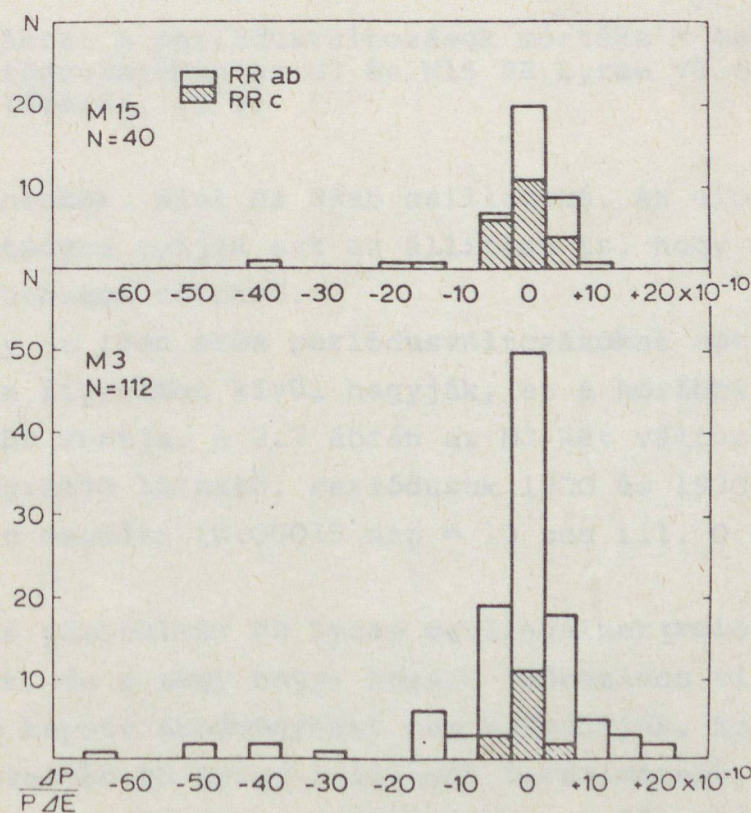
$$10^4 \overline{\Delta P}_{ab} = +0.06 \pm 0.04 \text{ nap} \quad (n = 15)$$

$$10^4 \overline{\Delta P}_c = +0.02 \pm 0.01 \text{ nap} \quad (n = 15)$$

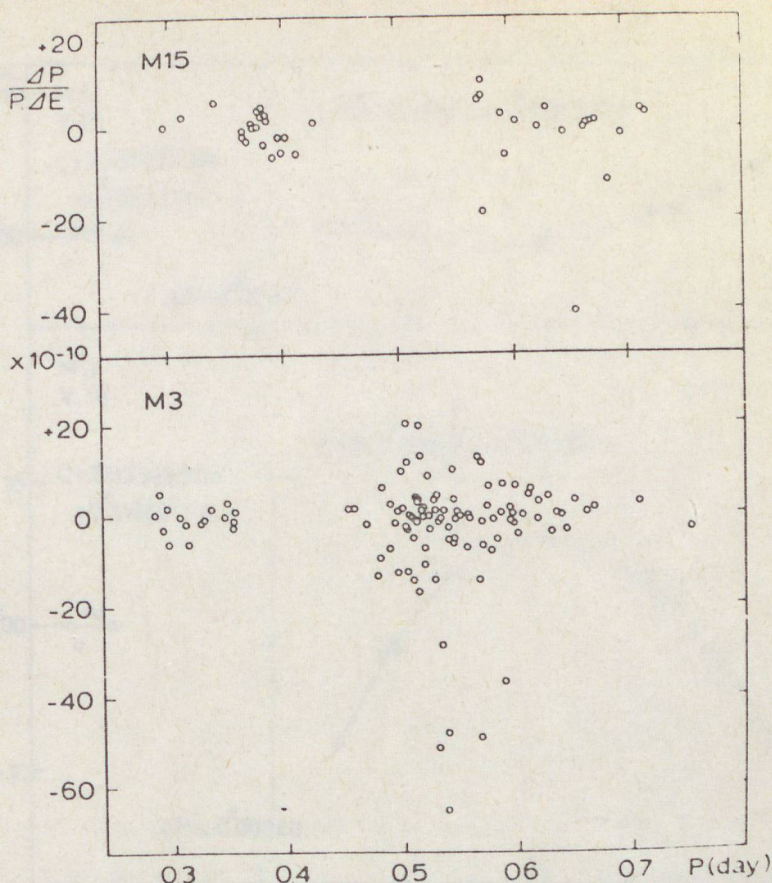
Az M15 gömbhalmaz változóit vizsgálva Barlai (1977) azonban arra a megállapításra jutott, hogy különböző szerzők, különböző módszereket használva igen eltérő eredményeket kaphatnak. Néhányan, mint azt Wesselink (1974), Smith és Wesselink (1977) és Smith és Sandage (1981) is tették, több éves anyagból egy-egy csoportot képeznek, s ez az O-C diagramok mesterséges kisimitásához vezet, s közben a finomabb részleteket elveszítjük. A még publikálatlan budapesti anyag (Barlai, 1984) figyelembevételére is jelentősen megváltoztatja az M15-ről kialakított képet. Az M3-mal összehasonlítva a következőket mondhatjuk (Szeidl, 1975). Az O-C diagramok parabolával való közelítése az M15-ben kisebb sikerrel jár, mint az M3-ban. Az M3 101 RRab csillagának O-C diagramjából 42 ($\approx 40\%$), míg az M15 20 vizsgált RRab csillaga esetén 5 ($\approx 25\%$) volt parabolával vagy egyenessel approximálható. Az RRc csillagoknál az arány még rosszabb, az M3 vizsgált 15 csillaga közül 3 ($\approx 20\%$), míg az M15 vizsgált 20 RRc csillaga közül egy sem volt

lineáris periódusváltozással leírható. A változások általában erratikusak, és az O-C diagramok általában egyenes szakaszokkal sem közelíthetők. Nyilvánvalóan a periódusváltozások mértékének összehasonlítására sem a β indexek, sem pedig a periódus ugrásszerű változásait feltételező indexek nem alkalmasak.

A periódusváltozások jellemzésére egy $\Delta P/P\Delta E$ indexet vezettünk be, amely lényegében a ΔE epochaszám alatti, egy ciklusra eső átlagos periódusváltozást jelenti. Minthogy mind az M3, mind pedig az M15 megfigyelései két jól elkülöníthető szakaszra voltak bonthatók (J.D. 2415000 - 25000, J.D. 2430000 - 37000), e szakaszokra átlagos periódusokat számolva határoztuk meg az új paramétert. Bár e paraméter a finom változásokat kisimitja, az általános változások jellemzésére használható, s nagy előnye, hogy valamennyi vizsgált RR Lyrae csillagot tekintetbe vehetjük, s a mintát kiválasztási effektusok nem torzítják el. Az eredmény a 2.5 és 2.6 ábrán látható: a periódusváltozások eloszlását ill. a periódusváltozásoknak a periódustól való függését adtuk meg. Feltűnő, hogy minden korábbi állítással ellentétben, az RRc csillagok periódusváltozásai



2.5 ábra: A periódusváltozások eloszlása az M3 és M15 RR Lyrae változóira (Szeidl, 1975)



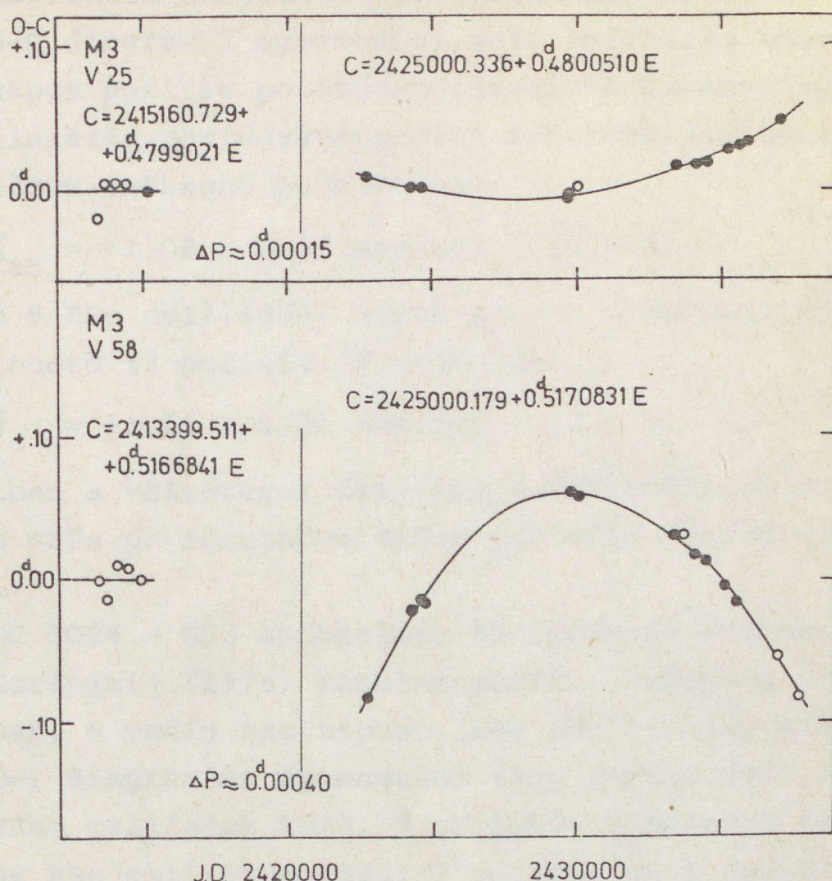
2.6 ábra: A periódusváltozások mértéke a periódus függvényében az M3 és M15 RR Lyrae változóira (Szeidl, 1975)

jelentéktelenebbek, mint az R Rab csillagoké. Az eloszlások vizsgálatából kétségbe vonjuk azt az állítást is, hogy az M15-ben a periódusok többsége növekvő.

Minthogy az igen erős periódusváltozásokat mutató csillagokat általában figyelmen kívül hagyják, ez a korábbi statisztikák értékét tovább rontja. A 2.7 ábrán az M3 két változójának (V25 és V58) O-C diagramja látható. Periódusuk 1900 és 1930 között igen tekintélyesen megnőtt (0.00015 nap = 13 sec ill. 0.00040 nap = 35 sec).

Több más gömbhalmaz RR Lyrae csillagainak periódusváltozásait is vizsgálták, de a négy nagy, hosszú időbázison vizsgált halmaz RR Lyrae-ire kapott eredményeket nem módosítják. Ezek a halmazok általában kevesebb RR Lyrae csillagot tartalmaznak, s a vizsgált időintervallum is rövidebb. Teljességre nem törekedve, az eredményeket röviden a következőkben lehet összefoglalni.

Az NGC 6121 = M4 halmaz változóit Sujarkova és Shugarov (1981) vizsgálták. A tanulmányozott 34 változóból 27 R Rab, 7 R Rc



2.7 ábra: Példák az igen erős periódusváltozásokra (Szeidl, 1975)

tipusu volt. Feltűnő, hogy a periódusok zöme (15 ab és 4 c) állandó. 4 csillagnak volt növekvő (3 ab, 1 c) és 7 csillagnak csökkenő (6 ab, 1 c) periódusa. 4-nél (3 ab, 1 c) mindkét irányú változás előfordul.

Az NGC 6402 = M14 gömbhalmaz 29 RRab csillaga közül 12 perióduscsökkenést, 12 pedig periódusnövekedést mutat, 5-nek a periódusa állandónak volt tekinthető. Érdekes, hogy a 3 RRC csillag mindegyike csökkenő periódusa. A periódusváltozások átlagos mértéke:

$$10^{-10} \bar{\beta}_{ab} = +2.79 \pm 2.44 \text{ nap/nap} \quad (n = 29)$$

$$10^{-10} \bar{\beta}_c = -4.07 \pm 1.55 \text{ nap/nap} \quad (n = 3)$$

A periódusváltozások szempontjából a halmaz viselkedése nagyon hasonlít az M3- és az M5-éhez (Wehlau, Conville és Sawyer-Hogg, 1975).

Az NGC 6656 = M22-ben Wehlau és Sawyer-Hogg (1978) 19 RR Lyrae változó periódusváltozásait vizsgálták. A 10 RRab csillag közül

egynek a periódusa teljesen szabálytalanul változik, egy esetben pedig az O-C diagram 2 egyenessel volt leírható, mégpedig $\Delta P = 0.000063$ napos pozitív periódusugrással. A további nyolc csillag esetében lineáris periódusváltozást lehetett feltételezni: öt növekvő és három csökkenő periódussal.

$$10^{10} \overline{\beta}_{ab} = +1.08 \pm 0.97 \text{ nap/nap} \quad (n = 8)$$

A vizsgált 9 RRc csillagból 5-nek az O-C diagramja volt parabolával közelíthető (3 pozitív, 2 negatív):

$$10^{10} \overline{\beta}_c = +2.35 \pm 1.80 \text{ nap/nap} \quad (n = 5)$$

Három esetben a változások teljesen szabálytalanok voltak, míg egy esetben az erős periódusnövekedést egy erős perióduscsökkenés váltotta fel.

Az NGC 5024 = M53 gömbhalmaz RR Lyrae-it Wachmann (1965, 1968) és Goranskij (1976) tanulmányozták. Wachmann 24 csillagából 18 volt RRab, 6 pedig RRc típusu. Egy RRc csillag kivételével valamennyi O-C diagramját egyenessel vagy parabolával tudta közelíteni. Az RRab csillagok közül 8 pozitív, 7 negatív parabola és 3 egyenes, az RRc csillagok közül 2 pozitív és 1 negatív parabola mellett 2 egyenes állította elő az O-C diagramot. Az átlagos β értékek:

$$10^{10} \overline{\beta}_{ab} = -0.86 \pm 2.78 \text{ nap/nap} \quad (n = 18)$$

$$10^{10} \overline{\beta}_c = +7.56 \pm 13.42 \text{ nap/nap} \quad (n = 5)$$

Goranskij (1976) 20 RRab és 11 RRc csillagot vizsgált a halmazban. Szerinte a periódus rövid időszakokban állandó, majd hirtelen ugrásszerű változást mutat. Az ab csillagok közül egynek volt állandó a periódusa a teljes megfigyelési időszakra, 6 többszörös pozitív ugrásszerű változást szenvedett, 8 ismételt negatív ugrást, 5 pedig váltakozva pozitív és negatív irányu ugrásszerű változásokat. A c csillagok közül egynek volt egyenes az O-C diagramja a teljes megfigyelési időszakra, 10-nél viszont vegyesen előforduló pozitív és negatív változások voltak jellemzőek.

Mintegy 70 évet átfogó, igen gondos mérések állnak rendelkezésre az NGC 6934 gömbhalmaz 50 RR Lyrae típusu változójára (Stagg és Wehlau, 1980). Közülük 3 RRab csillag O-C diagramját nem lehetett egyenessel vagy parabolával approximálni. Kettő irreguláris változásokat mutat, egynél pedig egy hirtelen, negatív irányu periódusugrás lépett föl. 13 RRab csillag periódusa nő, 15-é állandó.

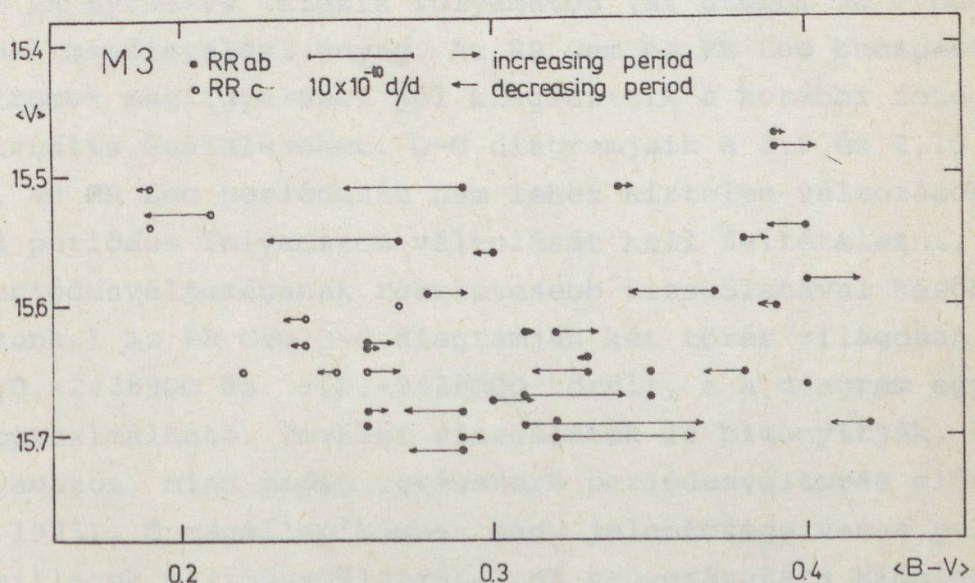
dó, 14-é pedig csökken. A vizsgált 5 RRc csillag közül 3 periódusa állandó, 2-é pedig csökken. Lineáris periódusváltozást feltételezve 47 csillagra ismert a β érték. Ezek átlagértéke:

$$10^{10} \overline{\beta}_{ab} = -0.37 \pm 0.92 \text{ nap/nap} \quad (n = 42)$$

$$10^{10} \overline{\beta}_c = -0.16 \pm 0.27 \text{ nap/nap} \quad (n = 5)$$

Az eddigiekben csak a gömbhalmazok RR Lyrae típusu változói periódusváltozásaira vonatkozó leglényegesebb eredményeket foglaltam össze. Több más érdekes vizsgálat is létezik (NGC 3201: Wilkens, 1965; NGC 5053: Mannino, 1963; NGC 5466: Gryzunova, 1972; NGC 6171 = M107: Coutts és Sawyer-Hogg, 1971, Gryzunova, 1979; NGC 6341 = M92: Kheylo, 1965, Bartolini et al., 1968, Kukarkin és Kukarkina, 1980; NGC 6981 = M72: Dickens és Flinn, 1972; NGC 7089 = M2: Kulikov, 1961, Mantegazza, 1961), melyek kiegészíthetik az eddig elmondottakat, de érdemben újat nem adnak.

Kísérletek történtek arra, hogy a periódusváltozásokat kapcsolatba hozzuk a változócsillag különböző jellemző paraméterével, pl. a Hertzsprung-Russell diagram horizontális ágán elfoglalt helyével, a halmaz centrumától mért távolságával, színindexeivel (U-B, B-V), periódusával, stb., de a vizsgálatok, a periódustól való függés kivételével, negatív eredményt hoztak (Szeidl, 1975). A 2.8 ábra az M3 RR Lyrae típusu változóit mutatja a szín-fényesség diagramon (HRD), nyilakkal jelölve a periódusváltozásokat.



2.8 ábra: Az M3 RR Lyrae változói a szín-fényesség diagramon. A nyilak a periódusváltozások irányát és nagyságát jelzik (Szeidl, 1975).

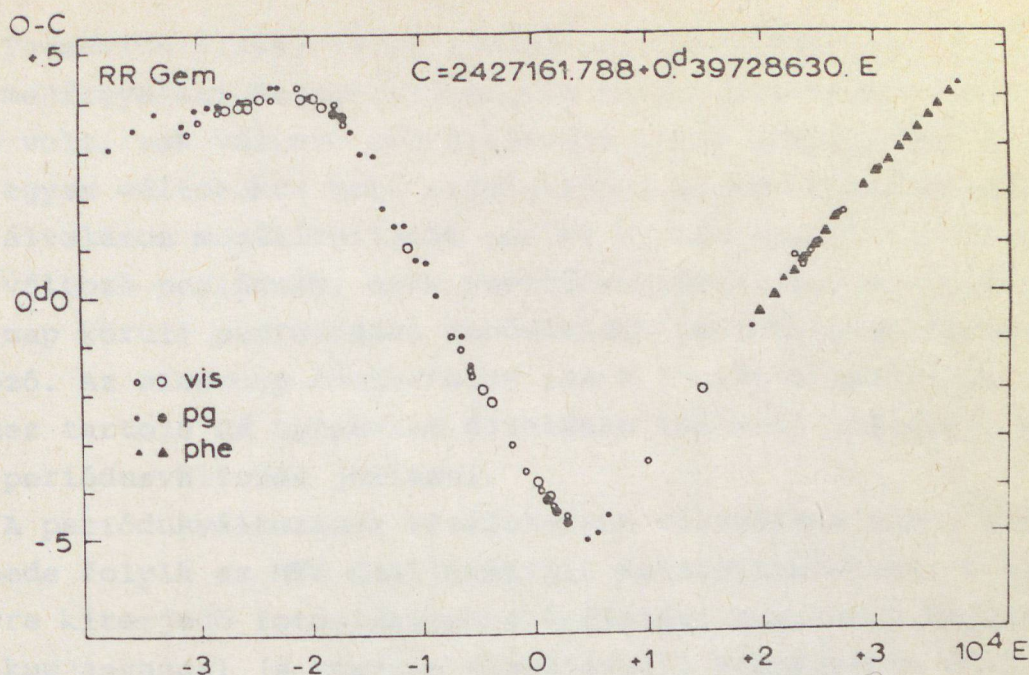
Smith és Sandage (1981) is megvizsgálták az M15-re a periódusváltozások esetleges függését a színindextől, s hasonló negatív eredményre jutottak.

A periódusváltozásoknak a periódustól való függése vitatott kérdés. A 2.1 táblázat azt sugallja, hogy hosszabb periódusoknál periódusnövekedés a gyakoribb.

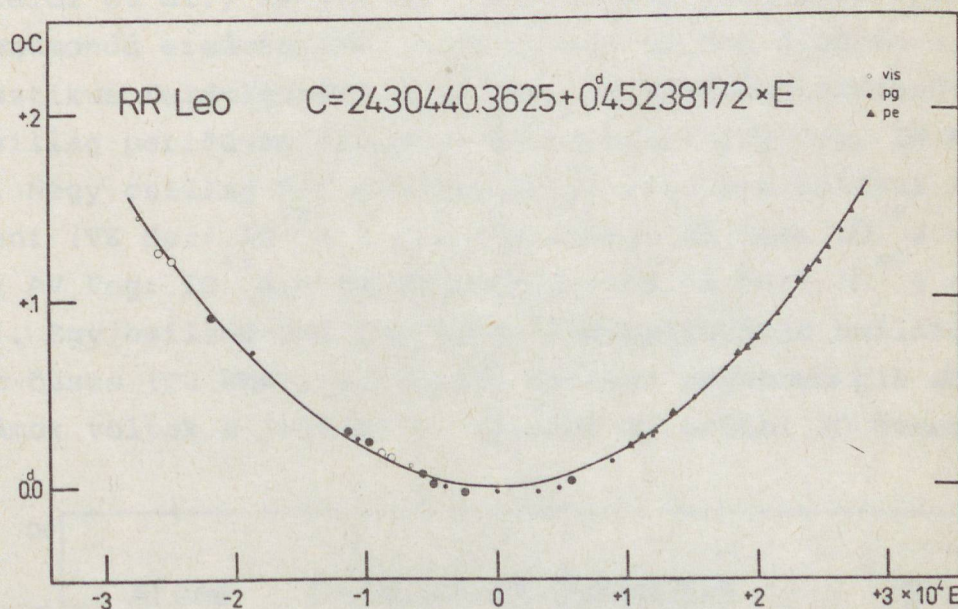
A β értékek, azaz a folytonos periódusváltozás realitását néhányan kétségbevonják. Feltételezik, hogy a periódusnak konstans szakaszai vannak, amelyekre legfeljebb igen kis oszcillációk rakódnak. A nyugalmi szakaszokat (amelyekben az O-C diagram egyenessel közelíthető) hirtelen éles változások követik, a periódusban egy ugrás lép föl. (Ettől a ponttól az O-C diagram egy más iránytényezőjű egyenessel közelíthető.) Goranskij, Kukarkin és Samus' (1973) néhány példával kívánja ezt alátámasztani. Természetesen, ha egy parabola helyett (3 választható paraméter) három egyenessel (6 szabad paraméter) közelítjük a 10-15 pont által kirajzolt O-C diagramot (s a pontoknak tekintélyes szórása is lehet) jobb közelítést kaphatunk. E kérdésnek igen nagy az elvi jelentősége, hiszen úgy tudjuk, hogy a periódusváltozások jelentős részét a csillag belsejében bekövetkező változások okozzák. Sajnos, a gömbhalmazok RR Lyrae-ire vonatkozó megfigyelési anyag e kérdésben egyértelmű döntést jelenleg még nem tud adni. Választ kaphatunk erre a kérdésre viszont a mező RR Lyrae-k megfigyeléséből.

Több RR Lyrae-re létezik folyamatos (az utóbbi 30 évben fotoelektromos) megfigyelési anyag. Az RR Gem és RR Leo budapesti fotoelektromos megfigyelései jól kiegészítik a korábbi fotografikus és vizuális észleléseket. O-C diagramjaik a 2.9 és 2.10 ábrán láthatók. Az RR Leo periódusát nem lehet hirtelen változásokkal leírni, a periódus folyamatos változását kell feltételezni. (Az RR Leo periódusváltozásának részletesebb vizsgálatával később még foglalkozunk.) Az RR Gem O-C diagramján két törés világosan kivehető (J.D. $\approx$ 2428900 és J.D. $\approx$ 2438000 körül), s a diagram egyesekkel approximálható. További vizsgálatok is bizonyítják, hogy mind folyamatos, mind pedig ugrásszerű periódusváltozás előfordul (Szeidl, 1975). E megállapításnak nagy jelentősége van a pulzáló változócsillagok periódusváltozásainak magyarázatára kidolgozott elméletekben (pl. Sweigart és Renzini, 1979).

A mező RR Lyrae-k periódusváltozásainak vizsgálatára az első kísérletet Detre (1955) tette. A vizsgált 69 RR Lyrae közül 19-nek



2.9 ábra: Az RR Gem O-C diagramja (Szeidl, 1975)

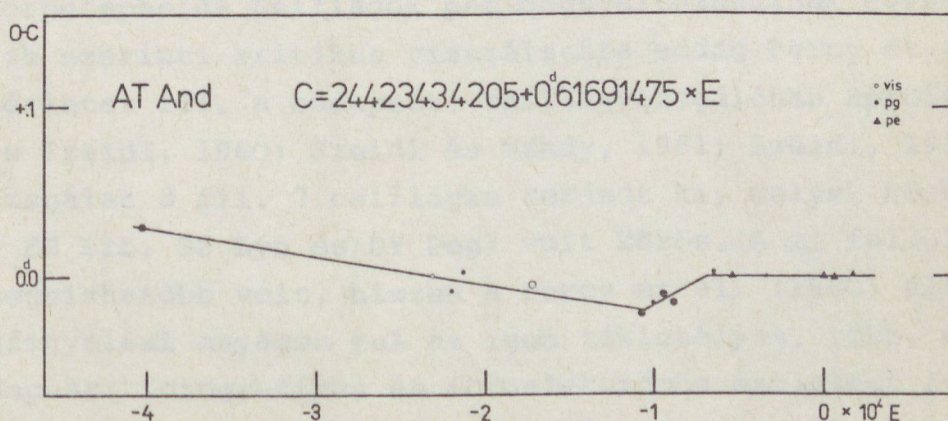


2.10 ábra: Az RR Leo O-C diagramja (Oláh és Szeidl, 1978)

az O-C diagramja volt egyenessel előállítható, 20 esetben kapott pozitív és mindössze 4 esetben negatív parabolát. 11 változó esetében semmiféle szekuláris effektust sem talált, a maradék 15 esetben az O-C diagramokat szekuláris és periodikus változások szuperpozíciójaként tudta előállítani. Ezek a vizsgálatok, ha nem is egészen egyértelműen, a periódusnövekedést részesítik előnyben.

Tsesevich (1966, 1972) 190 változót vizsgált. Az általa használt megfigyelési anyag tekintélyes része pontatlan vizuális észlelés volt, sok változó O-C diagramja nincs megfelelően lefedve, s az egyes változókra tett kijelentései megkérdőjelezhetők. Néhány általános megállapítását emelem ki csupán. 75 csillagnál talált változó periódust, ezek periódushatárai: 0.269 - 0.838 nap. 0.36 nap körüli periódussal rendelkezők periódusa általában nagyon változó. Az alacsony fémtartalmu ($\Delta s \geq 5$) azaz a szférikus alrendszerhez tartozó RR Lyrae-eket általában instabil pulzáció, nagyon erős periódusváltozás jellemzi.

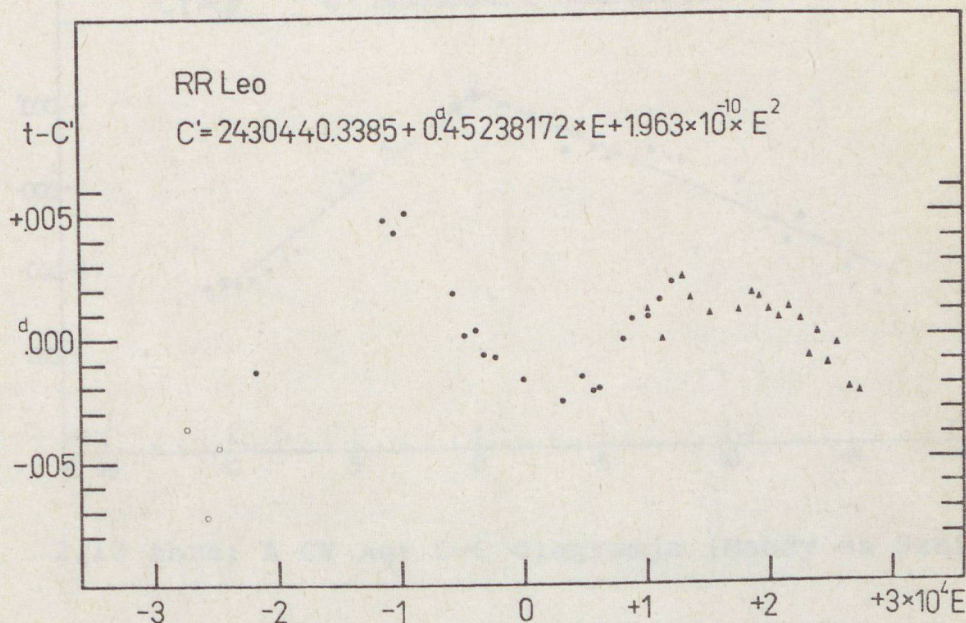
A periódusváltozások részletesebb vizsgálata több, mint két évtizede folyik az MTA Csillagászati Kutatóintézetben. A mintegy 25 évre kiterjedő fotoelektromos észlelési anyagot a korábbi fotografikus anyaggal (s részben vizuálissal) kiegészítve 60-70 éves időszakra tudjuk az O-C diagramokat megszerkeszteni. Eddig tíz RR Lyrae változó (AT And, UY Cyg, SU Dra, TW Her, VZ Her, RR Leo, TT Lyn, AV Peg, AR Per, TU Uma) vizsgálata zárult le (Oláh és Szeidl, 1978; Szeidl et al., 1984), és több esetben Tsesevich vizsgálatainak ellentmondó eredményeket hozott. Bár 10 O-C diagram még kevés a statisztikus feldolgozáshoz, mégis, az eredmény szembeötlő: három csillag periódusa állandónak bizonyult (UY Cyg, TW Her és TT Lyn). Négy csillag O-C diagramját pozitív parabolával lehetett közelíteni (VZ Her: $10^{10} \beta = +3.87$ nap/nap; RR Leo: $10^{10} \beta = +8.68$ nap/nap; AV Peg: $10^{10} \beta = +4.63$ nap/nap; és AR Per: $10^{10} \beta = +0.55$ nap/nap). Egy csillag O-C diagramja kisamplitúdójú hullámokból tevődött össze (TU Uma), egy másik esetben ugyancsak kis amplitúdójú hullámok voltak a jellemzők, viszont az utóbbi 20 évben a peri-



2.11 ábra: Az AT And O-C diagramja (Oláh és Szeidl, 1978)

ódus állandó volt (SU Dra). Egy csillag (AT And) O-C diagramját három egyenessel lehetett előállítani, azaz a periódus 50 év alatt kétszer ugrásszerűen változott, úgy, hogy az ugrások ellentétes irányúak (2.11 ábra).

Az RR Leo periódusának viselkedése különösen érdekes. Ha az O-C értékekből a kvadrátikus maradékot levonjuk (2.12 ábra) $0.0025 \text{ nap} \approx 220 \text{ mp}$ -es amplitudóju, $13000 \text{ nap} \approx 35.6 \text{ év}$ ciklus-hosszu hullámot kapunk.



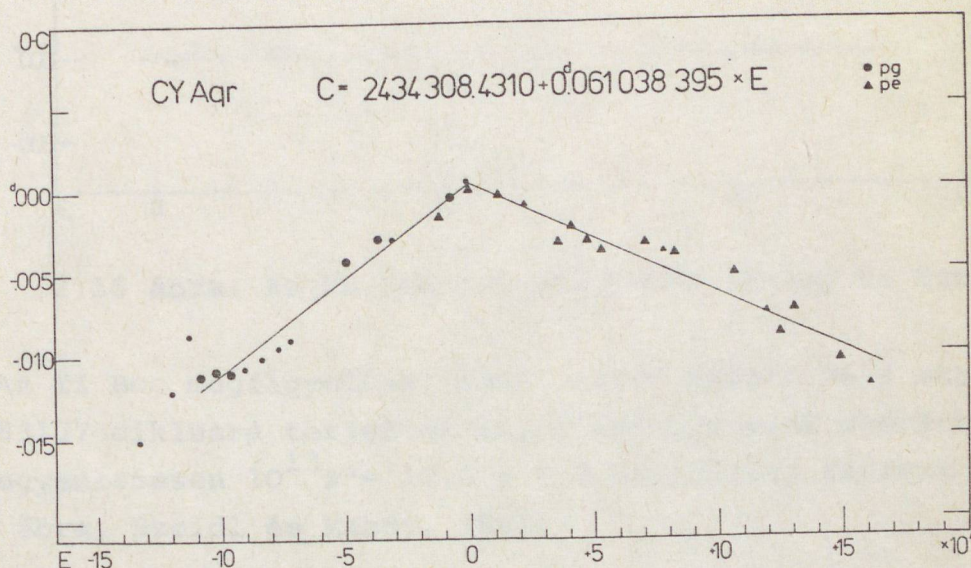
2.12 ábra: Az RR Leo O-C értékeinek eltérése az O-C diagramjára illesztett parabolától. (v.ö. 2.10 ábra) (Oláh és Szeidl, 1978)

2.2.2 Törpecepheidák

A törpecepheida csillagok periódusváltozásainak egységes szempontok szerinti kritikus vizsgálatára eddig Percy et al. (1980) tett kísérletet ill. a budapesti csillagvizsgálóban került sor (Mahdy és Szeidl, 1980; Szeidl és Mahdy, 1981; Szeidl, 1983). A két vizsgálat 8 ill. 7 csillagra terjedt ki, melyek közül négy (CY Aqr, EH Lib, SZ Lyn és DY Peg) volt közös. A mi feldolgozásunk sokkal megbízhatóbb volt, hiszen a Percy et al. (1980) által használt megfigyelési anyagon túl az igen tekintélyes, több, mint 6000 budapesti fotografikus és fotoelektromos észlelést is felhasználunk új maximum időpontok meghatározásához ill. az O-C diagramok megkonstruálásához. A 7 csillag (CY Aqr, YZ Boo, XX Cyg, DY Her, EH Lib, SZ Lyn és DY Peg) igen pontos O-C diagramja a

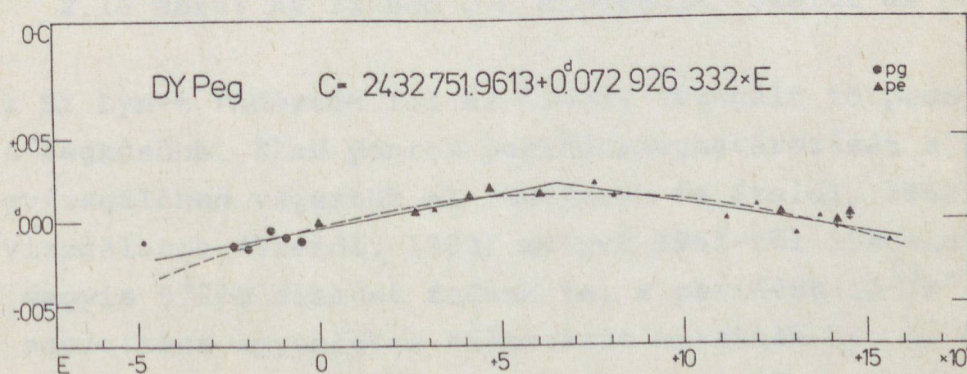
2.13 - 2.19 ábrákon látható növekvő periódus szerint.

A CY Aqr megfigyelései 1930-tól 1979-ig 17999 napot, azaz 294877 ciklust fognak át. Ebben az időszakban, 1952-ben a periódus egy $\Delta P = -(181 \pm 6) \times 10^{-9}$ nap = -15.6 ± 0.5 msec-os hirtelen csökkenést szenvedett, előtte és utána állandó volt, az O-C diagramon a megfigyelési hibahatárhoz közeli hullámok vannak (2.13 ábra, Mahdy és Szeidl, 1980).



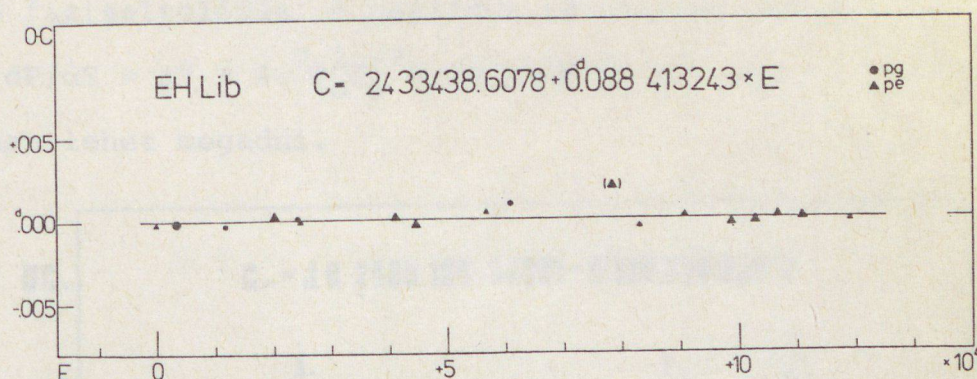
2.13 ábra: A CY Aqr O-C diagramja (Mahdy és Szeidl, 1980)

A DY Peg észlelései 1938-tól 1979-ig tartottak, 14920 napot, ill. 204591 ciklust fogva át. Jelenleg nem lehet eldönteni még, hogy a periódus folyamatosan csökkent-e $10^{13} \beta^* = -7.6 \pm 0.6$ nap/ciklus ütemben, vagy egy $\Delta P = -(65 \pm 7) \times 10^{-9}$ nap = -5.6 ± 0.6 msec-os hirtelen, ugrásszerű csökkenést szenvedett volna el. (Az utóbbi eset valószínűbbnek látszik.) (2.14 ábra, Mahdy és Szeidl, 1980)



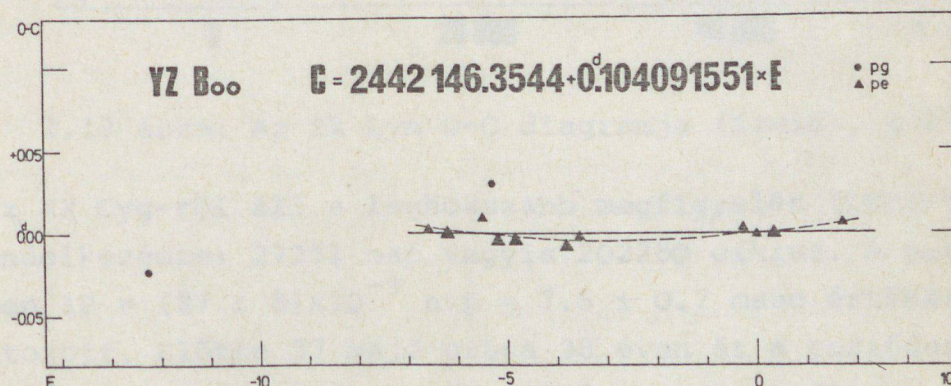
2.14 ábra: A DY Peg O-C diagramja (Mahdy és Szeidl, 1980)

Az EH Lib periódusa 1950 - 1979 között 10519 napon, azaz 118975 cikluson át 1 msec-os hibán belül állandó volt: $10^{13} \beta^* = 0.7 \pm 1.4$ nap/ciklus. (2.15 ábra, Mahdy és Szeidl, 1980)



2.15 ábra: Az EH Lib O-C diagramja (Mahdy és Szeidl, 1980)

Az YZ Boo megfigyelései 1955 - 1979 között 8654 napra, vagyis 83137 ciklusra terjedtek ki, s eredményeink szerint periódusa egyenletesen $10^{13} \beta^* = 10.6 \pm 5.2$ nap/ciklus rátával növekszik. (2.16 ábra, Szeidl és Mahdy, 1981)



2.16 ábra: Az YZ Boo O-C diagramja (Szeidl és Mahdy, 1981)

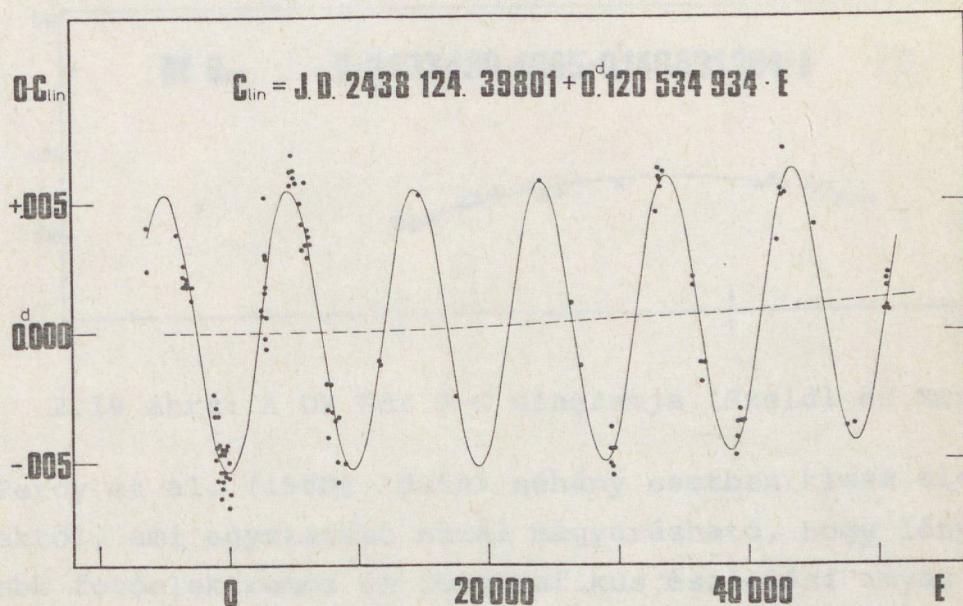
Az SZ Lyn-t fedezték fel az összes vizsgált törpecpheida közül a legkésőbb. Első pontos periódusmeghatározását a budapesti csillagvizsgálóban végeztük el (Gefferth és Szeidl, 1962). A legújabb vizsgálatok (Szeidl, 1983) melyek 1961-től 1980-ig 6902 napot, vagyis 57260 ciklust fednek le, a periódus $10^{13} \beta^* = 10 \pm 7$ nap/ciklus egyenletes változását mutatták ki. Az O-C diagramon (2.17 ábra) e változást jellemző parabolára egy $P_1 = 1170 \pm 3$ napos ciklushosszu, $A = 0.00540 \pm 0.00011$ nap = 467 ± 10 másodperc amplitudóju:

$$A \cos 2\pi \left(\frac{P_0}{P_1} E - \psi_0 \right) \quad (2.21)$$

alakú hullám adódik, ahol $P_0 = (120\,534\,938 \pm 18) \times 10^{-9}$ nap az alapperiódus, $\psi_0 = -0.015 \pm 0.005$ a kezdeti epocha megválasztásából eredő fáziseltolódás. A periódus változását pedig

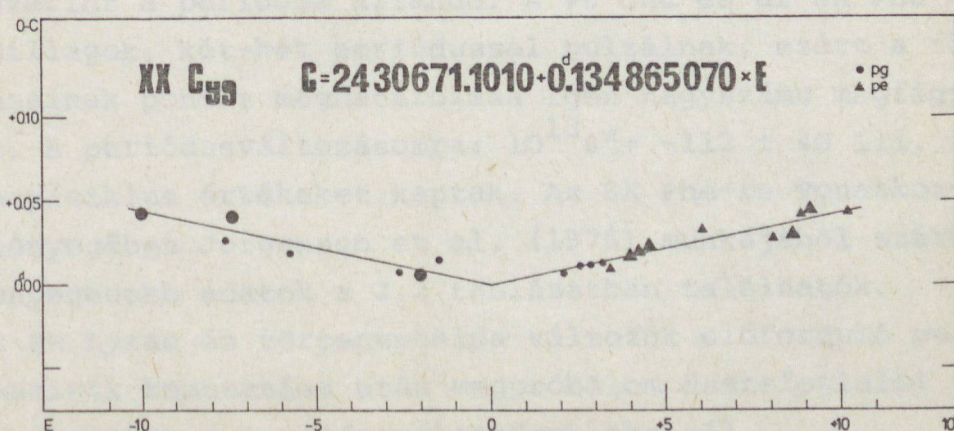
$$dP/dE = \beta^* + 4\pi^2 P_0^2 P_1^{-2} A \cos 2\pi (P_0 P_1^{-1} E - \psi_0) \quad (2.22)$$

alakban lehet megadni.



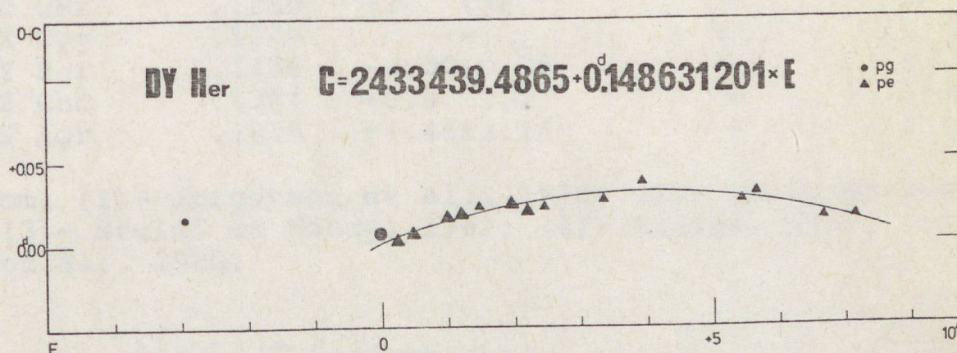
2.17 ábra: Az SZ Lyn O-C diagramja (Szeidl, 1983)

Az XX Cyg-ről áll a leghosszabb megfigyelés (1905-től 1980-ig) rendelkezésre: 27281 nap vagyis 202280 ciklus. A periódus 1942-ben $\Delta P = (87 \pm 8) \times 10^{-9}$ nap = 7.5 ± 0.7 msec értékkel hirtelen megváltozott. Előtte 37 majd utána 38 éven át a periódus állandónak mutatkozott. (2.18 ábra, Szeidl és Mahdy, 1981)



2.18 ábra: Az XX Cyg O-C diagramja (Szeidl és Mahdy, 1981)

A DY Her esetében, ha egy bizonytalan 1938-as észleléstől eltekintünk, az O-C diagramot egy parabolával közelíthetjük. Ha az 1950 - 1979 közötti igen pontos megfigyeléseket vesszük tekintetbe (melyek 10684 napot, ill. 71880 ciklust fednek le), azt kapjuk, hogy a periódus $10^{13}\beta^* = -37.2 \pm 3.8$ nap/ciklus értékkel folyamatosan és egyenletesen csökkent. (2.19 ábra, Szeidl és Mahdy, 1981)



2.19 ábra: A DY Her O-C diagramja (Szeidl és Mahdy, 1981)

Percy et al. (1980) adatai néhány esetben kissé eltérnek a fentiektől, ami egyszerűen azzal magyarázható, hogy lényegesen kevesebb fotoelektromos és fotografikus észlelési anyag állt rendelkezésükre, és ezért kénytelenek voltak felhasználni az igen pontatlan vizuális észleléseket is.

Percy et al. 8 csillaga közül 4-et a mi mintánk nem tartalmazott. A BS Aqr-ra kevés és pontatlan megfigyelés áll rendelkezésre, melyből $10^{13}\beta^* = -88 \pm 23$ nap/ciklus változásra következtettek. Az AD CMi-ről ugyanez mondható el. A periódusváltozás mértékére $10^{13}\beta^* = 37 \pm 470$ nap/ciklus adódott, ami nyilván mutatja az eredmény bizonytalanságát. Egyébként az AD CMi budapesti megfigyelései szerint a periódus állandó. A VZ Cnc és az SX Phe dupla módusu csillagok, két-két periódussal pulzálnak, ezért a főperiódus változásainak pontos meghatározása igen nagyszámu megfigyelést igényel. A periódusváltozásokra: $10^{13}\beta^* = -112 \pm 40$ ill. $10^{13}\beta^* \leq 4.1$ nap/ciklus értékeket kaptak. Az SX Phe-re vonatkozó utóbbi érték lényegében Jorgensen et al. (1976) munkájából származik. A leglényegesebb adatok a 2.2 táblázatban találhatók.

Az RR Lyrae és törpecepheida változók előforduló periódusváltozásainak bemutatása után megpróbálom összefoglalni jelenlegi ismereteinket a periódusváltozások okairól.

2.2 táblázat

Csillag	P(nap)	$10^{11} \beta$ (nap/nap)	$10^9 \Delta P$ (nap)	pop. típus	Irodalom
SX Phe	0.0550	≤ 0.75	-	II	(1)
CY Aqr	.0610	-	-181 ± 6	II	(2)
DY Peg	.0729	-1.04 ± 0.09	v. -65 ± 7	II	(2)
EH Lib	.0884	-0.08 ± 0.16	-	I	(2)
YZ Boo	.1041	$+1.02 \pm 0.50$	-	I	(3)
SZ Lyn	.1205	$+0.83 \pm 0.58$	-	I	(4)
AD CMi	.1230	$+3 \pm 38$	-	I	(5)
XX Cyg	.1349	-	$+87 \pm 8$	II	(3)
DY Her	.1486	-2.50 ± 0.26	-	I	(3)
VZ Cnc	.1784	$+6.3 \pm 2.2$	-	I	(5)
BS Aqr	.1978	$+4.46 \pm 1.14$	-	I	(5)

Irodalom: (1)- Jorgensen et al., 1976; (2)- Mahdy és Szeidl, 1980; (3)- Szeidl és Mahdy, 1981; (4)- Szeidl, 1983; (5) - Percy et al., 1980.

2.3 A periódusváltozások okai

A változócsillagok periódusváltozásainak igen eltérő okai lehetnek. Elvileg lehetséges, hogy az időskálák esetleges különbözősége látszólagos periódusváltozásokhoz vezet. Pl. a fényváltozás időbeli lefutását világidőben mérjük, ami eltér az ephemeris időtől, stb. Ezek az effektusok a törpecepheidák és RR Lyrae csillagok esetében biztosan elhanyagolhatók.

A periódusváltozások okait két nagy csoportba oszthatjuk. Az egyiket kinematikai okoknak nevezhetjük: a megfigyelő és a megfigyelt objektum között sebességváltozás léphet föl, ami periódusváltozásként jelentkezik. Másrészt a csillag szerkezetében bekövetkező változás (tömegvesztés, fejlődés, stb.) is a periódus megváltozásához vezet. Ezeket asztrofizikai okoknak hívhatjuk.

2.3.1 A periódusváltozások kinematikai okai

Valamennyi változócsillagászati megfigyelést a Nap középpontjára vonatkoztatjuk. A Nap középpontja azonban nem esik szűképpen egybe a naprendszer tömegközéppontjával, "baricentrum"-ával. A heliocentrikus és a baricentrikus fényidő korrekcióhoz Ahnert (1961) az 1850 - 2051 közötti időre táblázatban közli a Nap centrumának és a baricentrumnak a D távolságát fényidőben (fénynapban) kifejezve. A ΔT fényidő korrekció:

$$\Delta T = -D[\sin \delta \sin \delta^* + \cos \delta \cos \delta^* \cos (\alpha - \alpha^*)] \quad (2.23)$$

ahol α és δ a baricentrum, α^* és δ^* a változó ekvatoriális koordinátái.

A D kiszámításánál csak az öt külső bolygót vette figyelembe. $|D| < 0.0006$ nap, ezért ez az effektus a törpecepheidák és RR Lyrae csillagok esetében elhanyagolható.

Természetesen, ha a csillag a megfigyelőhöz képest a látóirányban v_r sebességgel relativ mozgást végez, a megfigyelt periódus ΔP értékkel eltolódik a valódi periódushoz képest. Ha c ($\gg v_r$) a fény sebessége, P a megfigyelt, P_0 a tényleges pulzációs periódus:

$$\Delta P = P - P_0 \approx P_0 v_r / c$$

Ha pl. $v_r \approx 50$ km/sec, ami egy reális radiális sebesség, a periódus értéke $\sim 10^{-4}$ nap ≈ 10 sec-mal lesz meghamisítva. A megfigyelt periódus értékét RR Lyrae csillagok esetében általában 7 jegyre, kb. 10 msec pontossággal szokás megadni.

Nyilvánvaló, hogy minden radiális sebességváltozás látszólagos periódusváltozást eredményez:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P_0}{c} \frac{dv_r}{dt} \quad (2.24)$$

Stellárdinamikai megfontolások azonban eleve kizárják olyan nagy gyorsulások létezését (kivéve kettős vagy többszörös csillagoknál), amelyek megfigyelhető periódusváltozásokat eredményezhethének. Kordylewski (1965) tett kísérletet arra, hogy a periódusváltozásokat a változócsillagok gyorsulásaira vezesse vissza. 140 fedési, 7 RR Lyrae és 7 δ Cephei változó adatait összegezve azt kapta, hogy a Nap a 154 csillag rendszeréhez képest a galaktikus déli pólus irányába 0.118 km/sec/év gyorsulással mozog. Ha azonban a gömbhalmazok változócsillagainak rendszerére végezzük ugyanezt az analízist, teljesen ellentmondó eredményhez jutunk.

Detre (1970) hívta föl a figyelmet arra, ha tangenciális irányban egyenletesen mozog az objektum, akkor is föllép a periódusváltozás. Egyszerűen kapjuk, ha a látóiránnyal α szöget bezáró irányba egyenletes v sebességgel mozog az objektum, hogy

$$\frac{dP}{dt} \approx \frac{P_0 v^2}{cr} \sin^2 \alpha$$

ahol r az objektum távolsága a megfigyelőtől.

Vagy $\alpha = 90^\circ$ -os határesetben

$$\frac{dP}{dt} \approx \frac{P_0 v^2}{rc}$$

Reális sajátmozgásokat figyelembe véve az RR Lyrae-kre és törpe-cepheidákra elhanyagolható eredményt kapunk. (Detre a pulzárok periódusnövekedésének lehetséges magyarázatához javasolta a fénysebesség néhány %-át elérhető tangenciális sebességek figyelembevételét.)

Ha a pulzáló csillag egy kettős rendszer komponense, a keringő mozgás a pulzációs periódus O-C diagramján egyértelműen tükröződik. Az effektust Coutts (1971) vizsgálta az RR Lyrae csillagokra, felhasználva az M3-ra kapott periódusváltozási adataimat (Szeidl, 1965).

Ha a tényleges pulzációs periódus P_0 , akkor a keringő mozgás miatt megfigyelt periódus

$$P = P_0 \left[1 + \frac{V_r(v)}{c} \right] \quad (2.25)$$

lesz, ahol V_r a látóirányba eső sebességkomponens a $\underline{y}$ "valódi anomália" függvényében, c a fény sebessége. Ha K a radiális sebességváltozás amplitudója, P_k a keringési periódus, e a pálya excentricitása, w a periasztron szöge, a a pálya fél nagytengelye és i a pálya normálisa és a látóirány által bezárt szög, akkor (ld. pl. Petrie, 1962):

$$V_r(\text{orbitális}) = K \cos(v + w) + Ke \cos w \quad (2.26)$$

ahol

$$K = \frac{2\pi}{P_k} \frac{a \sin i}{\sqrt{1-e^2}}$$

A periódus megváltozása (2.25) és (2.26) alapján

$$\Delta P = P(v) - P_0 = \frac{KP_0}{c} [\cos(v + w) + e \cos w] \quad (2.27)$$

(2.11) és $t = P_0 E$ figyelembevételével kapjuk, hogy

$$O-C = -\int_0^t \frac{\Delta P}{P_0} dt' = -\frac{K}{c} \int_0^t \frac{P(v)}{P_0} [\cos(v + w) + e \cos w] dt' \quad (2.28)$$

A kéttestprobléma ismert összefüggését felhasználva, és az integrálást elvégezve, majd K értékét behelyettesítve:

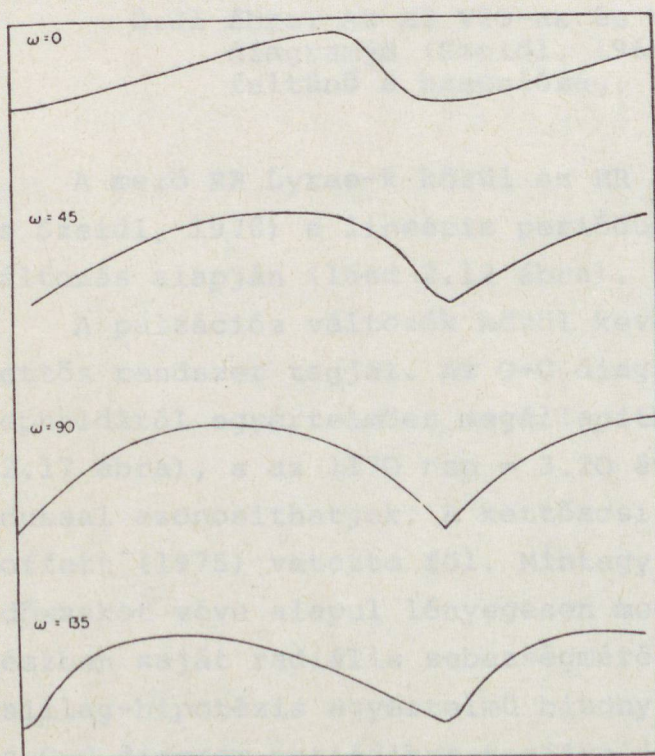
$$O-C = - \frac{a(1 - e^2) \sin i}{c} \left[\frac{\cos w \sin v}{1 + e \cos v} - \frac{\sin w}{e(1 + e \cos v)} \right] \Big|_{v_0}^v \quad (2.29)$$

(2.28)-ből vagy (2.29)-ből rögtön kapjuk, hogy az $O-C$ görbe a szélsőértékeit akkor veszi föl, amikor $\cos(v + w) = -e \cos w$. Ha a tömegekre józan feltevással élünk (egyik komponensként RR Lyrae csillagot tételezve fel): $M_1 + M_2 \approx 1M_{\odot}$, kiszámíthatjuk az $O-C$ görbe teljes amplitudóját:

$$\sim 0.01 P_k^{2/3} \cdot (1 - e^2 \cos^2 w)^{1/2} \sin i,$$

ha a keringési periódust években mérjük. Figyelembe véve a fotografikus észlelési anyag tekintélyes szórását, $P_k \geq 10$ év esetén következtethetünk az $O-C$ diagramból az esetleges kettősségre.

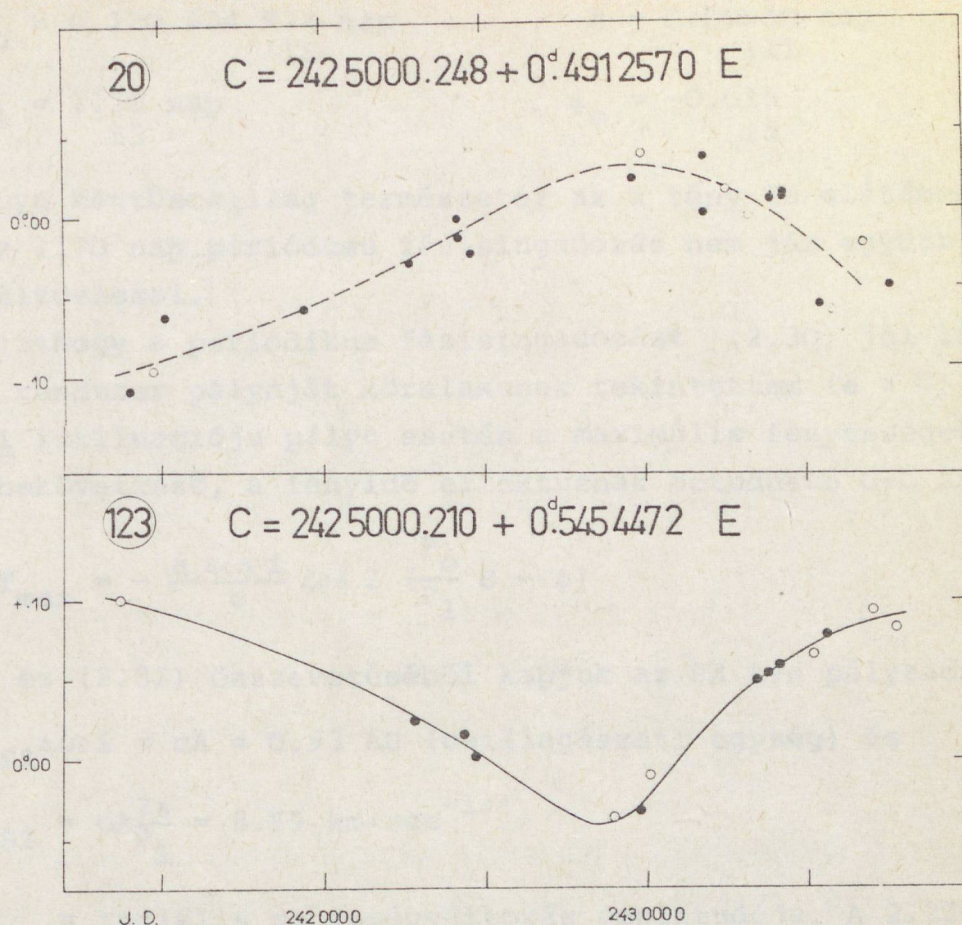
Bizonyos esetekben gyaníthatjuk, hogy a periódusváltozást kettősség okozza. A 2.20 ábra standard $O-C$ diagramokat mutat $e = 0.75$ és $w = 0, 45, 90$ és 135° -os periasztron értékekre. A 2.21 ábra az M3-ban megfigyelt két $O-C$ diagramot mutatja (V20 és V123).



Bár a hasonlóság feltűnő, egyértelműen nyilatkozni nem lehet, hiszen egy esetleges ciklusnak tört részét figyeltük meg. További bizonyítékok, pl. radiális sebességmérések lennének szükségesek.

A legtöbb $O-C$ diagram formája eleve kizárja a kettősséggel való magyarázat lehetőségét. Sok a parabola az M3-ban, holott a megfigyelt $O-C$ diagramok fázisában random eloszlást várnánk.

2.20 ábra: Standard $O-C$ diagramok kettőscsillagok esetén, $e = 0.75$ -re (Coutts, 1971)



2.21 ábra: Az M3 V20-as és V123-as változóinak O-C diagramja (Szeidl, 1965). A 2.20 ábra görbéivel feltűnő a hasonlóság.

A mező RR Lyrae-k közül az RR Leo lehet kettős-jelölt (Oláh és Szeidl, 1978) a lineáris periódusváltozására rakódó periodikus változás alapján (lásd 2.12 ábra).

A pulzációs változók közül kevésről tudjuk biztosan, hogy kettős rendszer tagjai. Az O-C diagramja alapján az SZ Lyn törpecpheidáról egyértelműen megállapíthatjuk, hogy kettős csillag (2.17 ábra), s az 1170 nap = 3.20 éves periódust a keringési periódussal azonosíthatjuk. A kettőscsillag-hipotézist Barnes és Moffett (1975) vetette föl. Mintegy kétszer hosszabb megfigyelési időszakot véve alapul lényegesen megjavítottam az elemeket, s részben saját radiális sebességméréseket is felhasználva a kettőscsillag-hipotézis egyértelmű bizonyítást nyert (Szeidl, 1983). Az O-C diagram periodikus tagjára jó közelítésben az

$$(O-C)_{\text{per}} = -A \cos 2\pi \left(\frac{P_0}{P_1} E - \phi_0 \right) \quad (2.30)$$

tagot kaptam, ahol

$$P_O = 0.120\ 534\ 934\ \text{nap} \\ \pm 18$$

$$A = 0.00540\ \text{nap} \\ \pm 11$$

$$P_1 = 1170\ \text{nap} \\ \pm 3$$

$$\psi_O = -0.015 \\ \pm 5$$

Az SZ Lyn kettőscsillag természetét az a tény is alátámasztja, hogy az 1170 nap periódusu fázisingadozás nem jár együtt fénygörbeváltozással.

Minthogy a periodikus fázisingadozást (2.30) jól írja le, a kettős rendszer pályáját köralakunak tekintettem ($e \approx 0$). a sugaru, i inklinációju pálya esetén a maximális fényességek időpontjában bekövetkező, a fényidő effektusnak betudható O-C ingadozás:

$$\Delta T_{\max} = - \frac{a \sin i}{c} \cos 2 \left(\frac{P_O}{P_1} E - \psi \right) \quad (2.31)$$

(2.30) és (2.31) összevetéséből kapjuk az SZ Lyn pályaadatait:

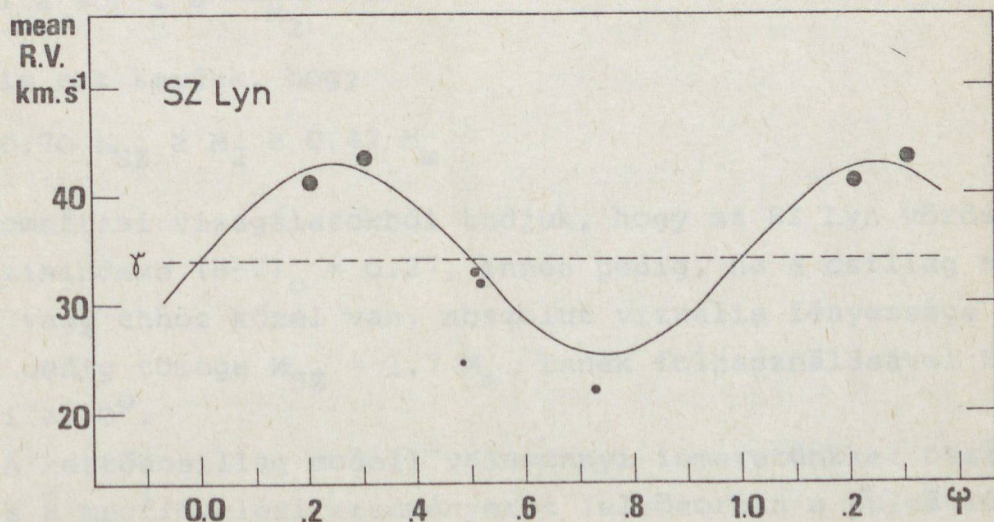
$$a_{SZ} \sin i = cA = 0.93\ \text{AU} \text{ (csillagászati egység) és}$$

$$K_{SZ} = cA \frac{2\pi}{P_1} = 8.69\ \text{km} \cdot \text{sec}^{-1}$$

ahol K_{SZ} a radiális sebességváltozás amplitudója. A 2.22 ábra mutatja a közepes pulzációs radiális sebességek függését a ψ keringési fázistól. A

$$\text{mean R.V.} = \gamma + K_{SZ} \sin 2\pi \left(\frac{P_O}{P_1} E - \psi_O \right) \quad (2.32)$$

görbét Bardin és Imbert (1981) igen nagy pontossággal meghatáro-



2.22 ábra: Az SZ Lyn kettősségéből adódó radiális sebességgörbéje (Szeidl, 1983)

zott radiális sebességadataihoz illesztettem, s a fentiekben meghatározott paraméter értékeket használtam. Így a rendszer tömegközéppontja radiális sebességére $\gamma = 34.00 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1}$ adódott.

A radiális sebességmérések $e > 0$ excentricitást sugallnak, de e kérdés tisztázásához lényegesen több mérési adatra lenne szükség.

Az SZ Lyn-ről a Dominion Astrophysical Observatory-ban (Victoria, Kanada) a 180 cm-es teleszkóppal nyert spektrumokat alaposan átvizsgálva semmiféle vonalkettőződést sem fedeztem fel. Ez azt jelenti, hogy az SZ Lyn egy-vonalu spektroszkópiái kettős, a kísézője legalább 1.5 magnitúdóval halványabb. A fenti adatokból az

$$f(M_2) = \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_{SZ} + M_2)^2} = 1.038 \times 10^{-7} (1 - e^2)^{1.5} K^3 P_1 \quad (2.33)$$

tömegfüggvény könnyen megadható, ha $e = 0$ feltevéssel élünk:

$$f(M_2) = 0.080 M_{\odot}$$

M_{SZ} a rendszer pulzáló (törpe cepheida) komponensének, M_2 a láthatatlan kísézőjének tömege naptömegben kifejezve. Ha mindkét csillag a fősorozaton van és McCluskey és Kondo (1972) tömeg-fényesség függvényét elfogadjuk, akkor:

$$\frac{M_{SZ}}{M_2} \geq 1.43$$

Ezt a rendszer tömegfüggvényével összehasonlítva nyerjük:

$$1 \geq \sin^3 i \geq \frac{0.47 M_{\odot}}{M_2}$$

Végülis azt kapjuk, hogy

$$0.70 M_{SZ} \geq M_2 \geq 0.47 M_{\odot}$$

A fotometriai vizsgálatokból tudjuk, hogy az SZ Lyn vörösödésmentes színindexe $(B-V)_{\odot} = 0.27$, innen pedig, ha a csillag a fősorozaton vagy ahhoz közel van, abszolút vizuális fényessége $M_V = +2.6$, akkor pedig tömege $M_{SZ} = 1.7 M_{\odot}$. Ennek fölhasználásával kapjuk, hogy $i \geq 50^{\circ}$.

A kettőscsillag modell valamennyi ismeretünkkel összhangban van, s a megfigyelési eredményeket (elsősorban a pulzációs periódus változásait) jól magyarázza.

Természetesen reális feltevés lehet, hogy a láthatatlan kíséző fehér törpe. Ekkor $1.44 M_{\odot} \geq M_2 \geq 0.79 M_{\odot}$ és $40^{\circ} \leq i \leq 90^{\circ}$ adódik.

Mint láttuk, bizonyos esetekben a periódusváltozás értelmezhető kettősséggel, az esetek többségében viszont nem. (Ez azért is meglepő, mert a közönséges csillagoknak több, mint fele kettős vagy többszörös rendszer tagja.)

A kettősség más pulzációs változók O-C diagramjai alapján is kimutatható (pl. cepheida változók esetén lásd Szabados, 1981).

2.3.2 A periódusváltozások asztrofizikai okai

A több száz ismert O-C diagram áttekintéséből látható, hogy a pulzáló változócsillagok periódusa, olykor igen erősen, mindkét irányban lineárisan változhat, a változások szabálytalanok, kváziperiodikusak, folytonosak, és hirtelen, ugrásszerűek. E sokféle változásra különféle magyarázatok születtek.

A fejlődésük során változik a csillagok sugara, s ez pedig a periódus lassu, folytonos megváltozásával jár. A csillagfejlődés bizonyos fázisaiban a folyamatok felgyorsulhatnak, igen gyors periódusváltozásokat idézve elő. Más folyamatok, mint a tömegvesztés (csillagszél), a csillag belső tartományai közötti szakaszos keveredések, a pulzációnak a csillag mágneses terével való kölcsönhatása, mind a periódus megváltozását eredményezheti.

Mielőtt az említett kérdések tárgyalásába belemennénk, az O-C diagramok értelmezésével kapcsolatos veszélyre fel kell hívni a figyelmet.

A változócsillagok periódusainak hibái részben kumulatív jellegűek. A pulzációs mechanizmus periodicitását számos, random módon fellépő tényező befolyásolja. Ha az epochák megfigyelési hibáit zérusnak is vesszük, az egymást követő ciklusok, periódushosszak randomszerűen különbözni fognak egymástól. Ezért a P periódust valószínűségi változóként kell kezelni. Ha a P_i individuális periódushosszak sűrűség - eloszlás függvénye $f(P)$, akkor a periódus várható értéke:

$$\bar{P} = \int_0^{\infty} P f(P) dP \quad (2.34)$$

Ha a periódushosszak az E epochaszám függvényei is (a periódus ténylegesen változik) és $f(P, E) dP$ jelenti annak a valószínűségét, hogy az E-edik ciklus hossza P és P + dP közé esik, akkor:

$$\bar{P}(E) = \int_0^{\infty} P f(P, E) dP \quad (2.35)$$

A (2.34) ill. (2.35)-tel definiált $\bar{P}$ körüli fluktuációkat nem szabad azonosítanunk a periódus igazi változásaival. A fluktuációk alkalmas összegződésével tetszőleges O-C diagram előállíthat (Sterne, 1934).

Az individuális periódusoknak a $\bar{P}$ (2.34) ill. (2.35)-ben definiált értékétől való eltérései, azaz a periódus statisztikus fluktuációi különböző típusúak lehetnek (Eddington és Plakidis, 1929):

1/ A fluktuáció független az öt megelőzőtől. Az ilyen fajta fluktuációt periódus-zajnak nevezzük.

2/ Az individuális periódus korrelációban van az öt megelőzővel. A korreláció pozitív, ha tendencia van az átlagosnál hosszabb (vagy rövidebb) periódusok csoportos előfordulására. A korreláció negatív, ha az átlagosnál hosszabb periódust valószínűleg egy annál rövidebb követ és megfordítva.

A periódus-zajból eredő "periódusváltozásokat" Balázs Julia és Detre (1965) vizsgálták. A feladat a bolyongási problémával azonos az O-C diagram síkjában az O-C = y tengely irányában.

Legyen $\Delta P_i = P_i - \bar{P}$, ahol $\bar{P}$ a (2.34)-ben definiált érték. A ΔP_i független, azonos eloszlású valószínűségi változók sűrűségfüggvénye legyen $\varphi(\Delta P)$. Nyilvánvaló, hogy $f(P) = \varphi(\Delta P)$. Az E-edik lépésben az O-C érték:

$$y_E = \sum_{i=1}^E \Delta P_i$$

Legyen továbbá

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\Delta P_i)^2 \varphi(\Delta P_i) d(\Delta P_i)$$

Ha $\varphi_E(y)$ az y_E valószínűségi változó sűrűségfüggvénye, akkor egyszerű megfontolások után a centrális határeloszlástétel lokális alakjából következik, hogy

$$\lim_{E \rightarrow +\infty} [\varphi_E(y) - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}\sqrt{E}} \exp(-\frac{y^2}{2E\sigma^2})] = 0 \quad (2.36)$$

(2.36)-ban a konvergencia egyenletes és nagyon gyors, ezért φ_E igen jó közelítésben normálisnak fogadható el. A σ érték, amelyet a periódus, amplitudó, stb. mellett a csillag fontos paraméterének kell tekinteni, egyértelműen meghatározza az O-C diagram struktúráját, ha a periódus tényleges változását kiváltó tényezők nincsenek, a $\bar{P}$ periódusra csak zaj rakódik.

A fentiek szerint (2.36)-ból σ meghatározása csak akkor lehetséges, ha $\bar{P}$ értéke ismert. Viszont az O-C értékeket a P_F feltételezett periódussal határozzuk meg. (Természetesen, ha elég hosszú a megfigyelési időintervallum, $\bar{P} \approx P_F$.) A probléma egyszerűen megkerülhető. Legyen a P_F periódussal előállított, E epochaszámhoz tartozó O-C érték y'_E . Ekkor nyilvánvalóan

$$y_E = y'_E + (P_F - \bar{P})E$$

és így

$$y_E = y_E + y_{-E} = y'_E + y'_{-E} = y_E$$

Ha y_E sűrűségfüggvényét ψ_E -vel, y'_E -ét ψ'_E -vel jelöljük, akkor (2.36) felhasználásával egyszerűen kapjuk:

$$\psi'_E = \psi_E \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\sqrt{2E}} \exp\left(-\frac{y^2}{4E\sigma^2}\right) \quad (2.37)$$

Balázs Julia és Detre (1965), feltételezte, hogy az O-C változásokat teljes egészében a periódus-zaj okozza, az M3 RR Lyrae változói O-C diagramjaiból (Szeidl, 1965) az ab csillagokra $\sigma \approx 0.0005$ ($P > 0.58$ nap) és a c csillagokra $\sigma \approx 0.0004$ értéket kaptak.

A megfigyelési anyagban azonban több egyenes O-C is előfordul, ami a fenti értelmezés általános érvényét megkérdőjelezi. Ugyancsak ellene szól, hogy sok parabola is van az O-C-k között. Mindezek alapján el kell fogadnunk, hogy az O-C diagramok reális periódusváltozásokat tükröznek, melyeknek asztrofizikai okai vannak.

Az RR Lyrae csillagok erraticus periódusváltozásainak egy lehetséges elméleti magyarázatára Laskarides (1974) tett javaslatot. Az instabilitási zónában a változók tömegét általában állandónak tekintik. Laskarides (1974) viszont feltételezte, hogy a csillag tömegvesztéseget szenved folytonos csillag-szél által, amint az instabilitási zónát keresztezi.

A periódus - sűrűség reláció általánosan használt alakjából (M a csillag tömege, R a sugara, P a pulzációs periódus):

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{1}{M} \frac{dM}{dt} + \frac{3}{2} \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \quad (2.38)$$

látható a tömegvesztés szerepe. Laskarides számításaihoz Castellani et al. (1971) fejlődési modelljeit használta, és $5 \times 10^{-11} M_{\odot}/\text{év}$,

$1 \times 10^{-10} M_{\odot}/\text{év}$ és $3 \times 10^{-10} M_{\odot}/\text{év}$ tömegveszteségi rátát tételezett föl. Első esetben a modell $P = 0.594$ napról indult és 13.0×10^6 év után $P = 0.431$ napot ért el. Bár az átlagos periódusváltozás -3.45×10^{-11} nap/nap volt, a periódus a fejlődés során $+3.56 \times 10^{-11}$ nap/nap és -1.20×10^{-10} nap/nap rátájú értékek között változott. Az így kapott értékek tulságosan kicsinyek voltak a reális változások magyarázatához. Az $1 \times 10^{-10} M_{\odot}/\text{év}$ tömegveszteség esetén a modell induláskor 0.594 napos, 12.87×10^6 év elteltével 0.377 napos periódusu volt. A fejlődés során a periódusváltozások $+2.87 \times 10^{-10}$ és -3.94×10^{-10} nap/nap között ingadoztak, míg a periódusváltozás átlagos értéke -4.61×10^{-11} nap/nap-nak adódott. Még ezeknél az értékeknél is nagyobb változások, ha nem is nagy számban, előfordulhatnak, ezért Laskarides tovább növelte a tömegveszteség mértékét: $3 \times 10^{-10} M_{\odot}/\text{év}$. Az ismét 0.594 napos periódussal induló modell periódusa gyorsan csökkent -3.86×10^{-10} nap/nap ütemben. A perióduscsökkenés mértéke fokozatosan lassult, s 2×10^6 év után a periódus 0.456 napra csökkent -1.89×10^{-10} nap/nap átlagos ütemben. Ezt követően hirtelen igen erős, $+77.97 \times 10^{-10}$ nap/nap ütemű periódusnövekedés lépett föl, s a periódus 100000 év alatt 0.645 napra nőtt fel, $+51.69$ nap/nap átlagos ütemben. Laskarides (1974) hipotézisével szemben több ellenvetés is tehető. Az erős negatív periódusváltozások nem léptek föl a modellben, ugyanakkor a néhány év alatt bekövetkező hirtelen változásokat sem tudja magyarázni. Mindenesetre vizsgálatai a tömegveszteségre kb. $3 \times 10^{-10} M_{\odot}/\text{év}$ felső határt szabnak. E fölött már meg nem figyelt igen nagy folytonos periódusváltozásokat szolgáltat a modell. Ugyanakkor gyakori a megfigyelt periódusváltozások között az előjelváltás is, s ezt a jelenséget a modell nem tudja értelmezni.

A periódusváltozások kérdéskörét teljesen új megvilágításba helyezte a konvektív magot körülvevő szemikonvektív zóna (SCZ), a benne ill. a környezete között lejátszódó keveredési folyamatok periódusváltozásokat előidéző szerepének tisztázása (Sweigart és Renzini, 1979).

A zéró koru horizontális ági (ZAHB) állapotban a konvektív mag kb. $0.1 M_{\odot}$, amely fokozatosan $0.15 M_{\odot}$ -ra nő föl. E tulnövekedés ("overshooting") a konvektív mag bizonyos zavaraihoz vezet, s az egyensúly fenntartása csak egy szemikonvekciós zóna kialakulásával lehetséges. A SCZ-ben (a konvektív mag szélétől kifelé a teljes tartományban) a sugárzási és az adiabatikus hőmérséklet gradiens azonos. A $\nabla_{\text{rad}} = \nabla_{\text{ad}}$ állapotot kanonikus szemikonvekció-

nak is szokás nevezni. Ez az állapot rendkívül érzékeny a kémiai összetételre, főleg a He tartalomra (Y). A folyamatok olyan irányuak, hogy a He tartalmat úgy igazítsák, hogy a SCZ fennmaradjon.

A SCZ szerkezetét a horizontális ági fejlődés során különböző Y_c kezdeti értékek mellett Sweigart és Gross (1974) vizsgálták. A SCZ tömege legalább $0.1 M_\odot$, s fejlődésének nyilván lényeges következményei vannak a belső szerkezetre vonatkozóan. A H-t égető héjból ("shell") a He, a He-t égető magba a SCZ-n keresztül jut. Sweigart és Renzini (1979) feltételezi, hogy ez a folyamat nem folytonos, diszkrét keveredési események formájában játszódik le. A vizsgálatok azt mutatták, hogy a keveredési effektusok a csillag pulzációs periódusában változásokhoz vezetnek, így a periódusváltozások vizsgálata nyújtja azon kevés lehetőségek egyikét, amelyek módot adnak a csillagok legbelső szerkezetének tanulmányozására. Lényeges, hogy minden egyes keveredési esemény a csillag szerkezetében irreverzibilis változást eredményez.

A keveredési eseményeknek három típusát különböztethetjük meg. Az egyik lehetőség (A), hogy a SCZ-ből ΔM tömegnyi He a konvektív magba kerül, ahonnan ΔM tömegnyi C és O kerül át a SCZ-ba. Ugyanilyen eseménynek foghatjuk föl azt a folyamatot is, amikor a He-t égető konvektív mag tulnövekedik, a SCZ-ből ΔM tömegnyit fogva be. A B típusu keveredés esetén a SCZ-n belül helyeződik át a ΔM tömegű He. Ha N -el jelöljük azon keveredési események számát, melyek a tömegelmet a szemikonvektív tartományon végigviszik, akkor $N \sim \Delta M_{SCZ} / \Delta M$, ahol ΔM_{SCZ} a SCZ teljes tömege. A C típusu keveredés a szemikonvektív zóna és a sugárzási tartomány határán játszódik le.

Az egyes keveredések a ΔP_A , ΔP_B és ΔP_C periódusváltozásokat idézik elő, míg a csillag központi tartományában a nukleáris égés a ΔP_n folytonos periódusváltozást eredményezi. A teljes periódusváltozás:

$$\Delta P_{ev} = \Delta P_n + \Delta P_A + \Delta P_B + \Delta P_C \quad (2.39)$$

A periódusváltozásokat befolyásoló legfontosabb tényezők nyilván ΔM nagysága, egy keveredési esemény lejátszódásához szükséges τ_{ME} idő és két esemény között eltelt Δt_{ME} időköz. (Ezek a paraméterek természetesen valószínűségi változóként kezelendők.) Bár a SCZ időfüggő szerkezetéről, így az említett paraméterekről sincs részletes, elméletileg megalapozott képünk, de éppen a meg-

figyelési eredmények alapján tehetünk néhány kijelentést. Ha Δt_{ME} zérushoz tartana, a kémiai összetételnek egy folyamatos változása következne be, ami lényegében az egész jelenséget folytonos fejlődési effektussá redukálná, ami a megfigyelt nagy periódusváltozásokat nem tudja magyarázni. A megfigyelt hirtelen periódusváltozások frekvenciája azt sugallja, hogy $\Delta t_{ME} \geq t_{obs}$, ahol t_{obs} a megfigyelési időintervallum ($\sim 50 - 100$ év). Ha $\tau_{ME} \ll t_{obs}$, akkor hirtelen bekövetkező periódusváltozást, ha $\tau_{ME} \geq t_{obs}$, folytonos periódusváltozást figyelhetünk meg. A keveredési eseményt követően a csillag hidrosztatikai strukturájában a megfelelő átrendeződés dinamikai időskálán megy végbe. Ezzel együtt jár a csillag sugarában bekövetkező változás, ami viszont a pulzációs periódus megváltozását eredményezi.

Sweigart és Renzini (1979) modellek sorát vizsgálták, hogy a periódusváltozásoknak a keveredéstől való függését megállapíthassák. Különböző (M, M_c, Y, Z) kezdeti paraméterekkel indították el a modelleket (M a csillag össztömege, M_c a konvektív mag tömege, Y a He, Z a fémtartalom), Y_c értéke a modell fejlődése során változott. ($Y_c \approx 0.37$ közepes horizontális ági fejlődési foknak felel meg, $Y_c \approx 0.05$ esetén a csillag a horizontális ági fejlődésének végénél jár.) Eredményeik szerint az A típusu keveredési esemény mindig perióduscsökkenéssel jár, éspedig

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -1.8 Y_c^{-1.34} (\Delta M) \quad (2.40a)$$

szerint. Egy B típusu keveredési esemény periódusnövekedést eredményez:

$$\frac{\Delta P}{P} \approx 24 (\Delta M)^{1.25} \quad (2.40b)$$

és

$$N = (0.19 - 0.25 Y_c) / \sqrt{\Delta M}$$

esemény viszi keresztül a szemikonvekciós zónán a ΔM tömegű He tömegelemet.

A C típusu keveredés periódusnövekedést eredményez, de hatása az A és B típusu keveredés mellett elhanyagolható.

Érdekes megfigyelni, hogy az előrehaladott fejlődési állapotban lévő RR Lyrae csillag ($Y_c \approx 0.05$) periódusváltozásában a növekedés válik dominánssá, mivel a B típusu keveredések hatása erősödik, az A típusuaké csökken.

A megfigyelt nagy periódusváltozásokat az elmélet (2.40) szerint akkor tudja produkálni, ha feltesszük, hogy a keveredési eseményeknél a tömegelemek nagysága $\Delta M \approx 10^{-5} M_{\odot}$. E feltevés reálisnak látszik, és összefoglalásképpen megállapítható, hogy a Sweigart és Renzini (1979) által javasolt keveredési események mind nagyságban, mind pedig előjelben produkálni tudják a megfigyelt periódusváltozásokat.

A keveredési események mellett azonban a nukleáris égésből eredő ΔP_n periódusváltozások sem elhanyagolhatók, és a keveredési események között a periódusváltozás meghatározó tényezője lehet. Hosszu megfigyelési időszakot véve alapul pedig, (2.39) szerint, már a fejlődési effektusoknak kell kiemelkedni. Így remény lehet arra, hogy több száz O-C diagramból a lassu, fejlődésből eredő ΔP_{ev} periódusváltozások is kimutathatók.

Bármennyire is szellemes és meggyőző Sweigart és Renzini (1979) javaslata, feltűnő, hogy komplikált O-C diagrammal, erős periódusváltozással általában csak a Blazhko-effektusos RR Lyrae-k rendelkeznek (Szeidl, 1965). Ezen változók esetében erős mágneses terek jelenléte feltételezhető (mágneses ferde rotátor modell: Balázs Julia, 1959; mágneses foltmodell: Detre és Szeidl, 1973b), sőt Babcock (1958) magán az RR Lyrae-n erős, változó mágneses tereket mért. Az RR Lyrae 4 éves ciklusának felfedezése (Detre és Szeidl, 1973a) pedig bizonyos Nap-analógiákat sugall. Éppen ez alapján Stothers (1980) feltételezte, hogy az RR Lyrae csillagok periódusváltozásai olyan folyamatok következményei, amelyek a nap-aktivitási ciklusokban is jelentős szerepet játszanak. A fotoszferikus rádiusz és a mágneses energia egy mágneses ciklus alatti változásának egy egyszerű becslése is arra enged következtetni, hogy a pulzációs periódusnak változnia kell. Minthogy az RR Lyrae csillagok burka a H és He ionizációs zónákban a konvekcióval szemben instabil, joggal feltételezhető, hogy a lokális turbulens mozgások közvetlenül is hathatnak a burok periodikus pulzációs mozgására.

Egy mágneses csillag pulzációs periódusát Chandrasekhar és Limber (1954) határozta meg:

$$P = \left[\frac{4\pi^2 I}{(3\gamma - 4)(|W| - E_{mag})} \right]^{1/2} \quad (2.41)$$

ahol $E_{mag} = \int (H^2/8\pi) dV$, $W = -\int GM(r)r^{-1}dM(r)$, $I = \int r^2 dM(r)$,

és az integrálást a pulzációs rétegre kell kiterjeszteni.

Stothers (1980) a (2.41) egyenletből kiindulva jutott a

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{3}{2} \frac{\Delta R}{R} + \frac{1}{2} \frac{\Delta E_{\text{mag}}}{|W|} \quad (2.42)$$

összefüggéshez. Egy tipikus RR Lyrae modellben a pulzáló tartományra $|W| \approx 10^{45}$ erg. Ha feltesszük, hogy a mágneses teret az erősen konvektív tartományokban működő dinamó hozza létre, és elfogadjuk a mágneses és turbulens energiák közötti ekvipartíciót

$$H^2/8\pi \approx \frac{1}{2} \rho v_{\text{turb}}^2,$$

akkor Stothers (1980) becslése szerint a pulzáló tartomány mágneses energiája $E_{\text{mag}} \approx 10^{35} - 10^{36}$ erg. Ha egy mágneses ciklus során ez teljesen lerombolódik, a $\Delta P/P \sim 10^{-9}$ -es járulékot ad, ami a megfigyelt periódusváltozásokhoz képest elhanyagolható. Ha azonban a mágneses tér és az ahhoz kapcsolódó konvektív változások ΔR sugárváltozást is előidéznek ($\Delta R/R \sim 10^{-5}$), akkor a megfigyelt periódusváltozások is előállhatnak. A Nap esetében tudjuk, hogy $\Delta R/R < 10^{-4}$. Ha ez az RR Lyrae-kre is tipikus, akkor $\Delta P/P < 10^{-4}$. Viszont Stothers (1980) szerint, ha a pulzációs tartomány alatt egy kb. $\Delta r/R \sim 10^{-2}$ vastag rétegben elég erős a mágneses tér (~ 1000 gauss, ami a felszínen mérttel kb. azonos) és egy mágneses ciklus alatt megsemmisül, akkor a $\Delta P/P \approx 10^{-5}$ nagyságrendű periódusváltozás a sugár megváltozása nélkül is bekövetkezhet. Ugyan csak ilyen mértékű periódusváltozás Stothers (1980) szerint akkor is előállhat, ha a mágneses nyomás a pulzáló rétegben azonos nagyságrendű a termodinamikai nyomással, és a mágneses energia $1/10^5$ értékkel megváltozik. Ezekben az esetekben természetesen a mágneses energiát a csillagnak mélyebb tartományaiból valamilyen forrásból pótolnia kell, ugyanis a turbulens - dinamo mechanizmus arra nem elégséges.

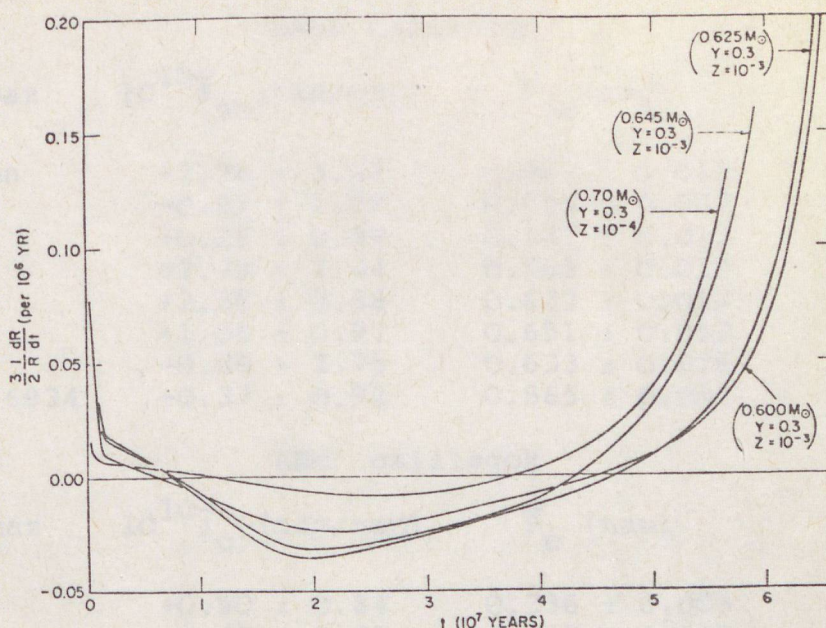
Stothers (1980) javaslata mindkét irányu hirtelen bekövetkező periódusváltozást magyarázni tudja, aszerint, hogy felépül vagy eltűnik a mágneses tér. A változások a csillag mágneses ciklusával kapcsolatosak, így az egymást követő hirtelen periódusváltozások 10 - 100 évenként követik egymást a vázolt elképzelés szerint.

A periódusváltozások okainak vizsgálatában jelentős szerepet játszott a csillagfejlődési effektusok azonosítása. Sőt, a periódusváltozások vizsgálatának fő célja éppen a fejlődési elméletek

ellenőrzése volt. A periódusváltozások kumulatív természete kinnálta a fő lehetőséget az elméletek megfigyelési alátámasztására viszonylag rövid idő, néhány évtized alatt. Az eredmények azonban igen ellentmondásosak.

A csillagfejlődés a csillag közepes sugarának a megváltozását eredményezi, ez pedig, rögzített tömegérték mellett a periódus szekuláris megváltozásához vezet (ld. a 2.38 összefüggést). A korai becslések szerint, a horizontális ágon végzett csillag-számlálásokat összehasonlítva a fősorozat luminozitási függvényével, Sandage (1957) arra az eredményre jutott, hogy az RR Lyrae csillagok $\sim 10^8$ év alatt keresztezik az instabilitási zónát, s közben periódusuk ~ 0.5 napról ~ 0.8 napra nő vagy fordítva, egy lassu ütemű $\beta^* = P^{-1}dP/dt = 2 \times 10^{-11}$ ciklus/nap periódusváltozással. Bár ez a becslés csak a probléma durva közelítésének tekinthető, mindenesetre mutatja, hogy a várható evolúciós periódusváltozások igen kicsinyek. A megfigyelt periódusváltozások lényegesen nagyobbak, s az előbbieken tárgyalt effektusok is jelentősebb periódusváltozásokat idézhetnek elő. Ugyanakkor (2.39) szerint a nagy periódusváltozások hosszabb időszakot véve alapul kioltják egymást, s az evolúciós változások válnak döntővé. (Ugyanez érvényes a Stothers-féle modell által szolgáltatott periódusváltozásokra is.)

A fejlődési effektusok tanulmányozásához megbízható fejlődési modellek szükségesek. Az RR Lyrae változókra Iben és Rood (1970) kapta az első pontosabb eredményeket. A fémszegény csillagok horizontális ági fejlődését különböző (M , M_c , Y , Z) kezdeti paraméterekkel indított modelleken tanulmányozták: az $M = 0.6 - 0.7 M_\odot$, $Y = 0.3$, $M_c = 0.475 M_\odot$, $Z = 0.001 - 0.0001$ választás a gömbhalmazok RR Lyrae-inek felel meg. A fejlődés során bekövetkező sugárváltozást néhány esetben a 2.23 ábra mutatja, az időt a mag - hélium - égés beindulásától mérjük. Az $M \approx 0.64 - 0.67 M_\odot$ tömegű csillag $Z = 0.001$ esetén a mag - hélium - égés jelentős időszakában az instabilitási zónában a kék irányba fejlődik, folyamatos perióduscsökkenéssel, úgy, hogy a relatív perióduscsökkenés abszolút értéke $|\beta^*| = |P^{-1}dP/dt| < 0.05/10^6 \text{ év} \approx 1.4 \times 10^{-10}$ ciklus/nap, míg az átlagérték $|\bar{\beta}^*| < 0.02/10^6 \text{ év} \approx 5.5 \times 10^{-11}$ ciklus/nap. A nagyobb tömegűek az instabilitási zóna vörös oldalán már kívül helyezkednek el, a kisebb tömegűek viszont induláskor a kék oldalon találhatók kívül. Ezek fejlődésük során csak akkor metszik



2.23 ábra: Az idő függvényében a relatív sugár-
változás néhány modellre $M_c = 0.475 M_\odot$ és
 $Y = 0.3$ esetében, mag-He égést feltételezve
(Iben és Rood, 1970 szerint)

az instabilitási zónát amikor sugaruk, ill. periódusuk növekvő. Minthogy az M3 RR Lyrae csillagai a horizontális ágon mind a kék, mind pedig a vörös csillagokhoz képest viszonylag igen sokan vannak, ez azt jelzi, hogy horizontális ági fejlődésük idejének jelentős részét az instabilitási zónán belül töltik el.

A β értékeken túl az O-C diagramok vizsgálatából egy másik paraméter is levezethető, ami az elmélettel összehasonlítható. Ha N_+ a növekvő, N_- a csökkenő periódusok száma, akkor az N_+/N_- paraméter is jellemző lehet az RR Lyrae csillagok fejlődési állapotára. Iben és Rood (1970) vizsgálataiból ($M = 0.625 M_\odot$ esetén) ennek elméleti értéke $\sim 1/3$. Ha Z értéke kisebb ($Z = 0.0001$), N_+/N_- értéke megnő.

A 2.3 táblázatban 8 gömbhalmaz RR Lyrae csillagaira az átlagos periódusváltozások értékét adtuk meg lineáris periódusváltozásokat tételezve föl. A táblázatból kitűnik, hogy általában $|\bar{\beta}| > 0.5 \times 10^{-10}$ nap/nap $\approx 10^{-10}$ ciklus/nap ellentmondásban az előbbiekkal. A hosszabb $\bar{P}_{ab}$ általában alacsonyabb fémtartalmat jelent, viszont az M53 esetében a $\bar{P}_{ab}$ érték kb. az M3-éval azonos, melynek fémtartalma magasabb.

Mindezek alapján úgy tűnik, hogy jelenleg a fejlődési okokra

2.3 táblázat

Az RRab és RRC csillagok átlagos periódusváltozásai a különböző gömbhalmazokban

RRab csillagok

halmaz	$10^{10} \bar{\beta}_{ab}$ (nap/nap)	$\bar{P}_{ab}$ (nap)	n	irod.
ω Cen	$+3.98 \pm 2.67$	0.668 ± 0.015	47	(1)
M3	-0.97 ± 1.08	0.559 ± 0.007	55	(2)
M5	$+0.25 \pm 0.39$	0.561 ± 0.012	44	(3)
M14	$+2.79 \pm 2.44$	0.565 ± 0.012	29	(4)
M15	$+2.25 \pm 0.58$	0.632 ± 0.014	15	(5)
M22	$+1.08 \pm 0.97$	0.651 ± 0.012	8	(6)
M53	-0.86 ± 2.78	0.633 ± 0.016	18	(7)
NGC 6934	-0.37 ± 0.92	0.565 ± 0.013	42	(8)

RRC csillagok

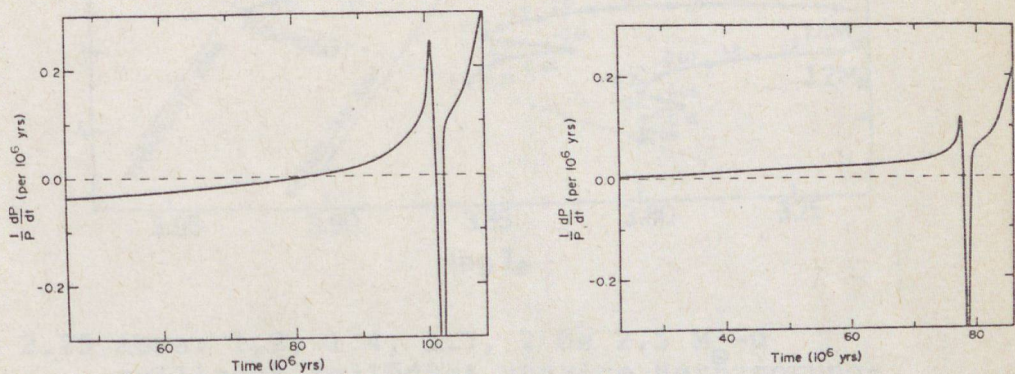
halmaz	$10^{10} \bar{\beta}_c$ (nap/nap)	$\bar{P}_c$ (nap)	n	irod.
M3	$+0.90 \pm 0.84$	0.336 ± 0.005	4	(2)
M5	-0.67 ± 1.21	0.317 ± 0.007	10	(3)
M14	-4.07 ± 1.55	0.331 ± 0.034	3	(4)
M15	$+1.11 \pm 0.49$	0.382 ± 0.005	18	(5)
M22	$+2.35 \pm 1.80$	0.373 ± 0.023	5	(6)
M53	$+7.56 \pm 13.42$	0.351 ± 0.019	5	(7)
NGC 6934	-0.16 ± 0.27	0.294 ± 0.012	5	(8)

Irodalom: (1)- Belserene, 1964; (2)- Szeidl, 1965, 1973; (3)- Coutts és Sawyer-Hogg, 1969; (4)- Wehlau, Conville és Sawyer-Hogg, 1975; (5)- Smith és Sandage, 1981; (6)- Wehlau és Sawyer-Hogg, 1978; (7)- Wachmann, 1965, 1968; (8)- Stagg és Wehlau, 1980.

visszavezethető periódusváltozásokat az egyéb okok még elnyomják. Ezt látszik igazolni, hogy a szórás értékek is igen nagyok.

Egy további kérdés is felvetődik. A parabolával approximálható O-C diagramok száma nem egészen a fele a vizsgált változóknak, így lehetséges, hogy egy kiválasztási effektus torzítja meg a mintát. Kisérletet tettem arra, hogy valamennyi vizsgált változót bevonjam a periódusváltozások tanulmányozásába (Szeidl, 1975) oly módon, hogy a megfigyelési időszakot kettébontva az egyes szakaszokra átlagos periódust számoltam. Az átlagos periódusok ΔP és a megfigyelési időszakok súlypontjának ΔT különbségeivel lehetett definiálni a $\Delta P / \Delta T$ paramétert (amely lineáris periódusváltozás esetén $\sim \beta$ -val egyenlő). E módszert fejlesztette tovább Barlai (1984b) a megfigyelési intervallumot három részre bontva. E módszerrel arra az eredményre jutott, hogy az M15-ben is a periódusváltozások átlagértéke nem tér el szignifikánsan a zérustól, szemben Smith és Sandage (1981) eredményével, akik csak a lineáris periódusváltozásokat átlagolták (ld. a 2.3 táblázatot).

A szemikonvekciós zóna figyelembevételével a fejlődési utak az RR Lyrae állapot végén kissé módosulnak (Sweigart és Demarque, 1973; Sweigart és Renzini, 1979). A modellekben ($M = 0.70 M_{\odot}$ -nél 102×10^6 év elteltkor, az $M = 0.74 M_{\odot}$ -nél 78.5×10^6 év elteltkor a centrális He gyakoriság $Y_c \approx 0.02$ -re csökken le, s ekkor egy erős keveredéssel a centrális mag He-ban feldusul. A csillag periódusnövekedése felgyorsul (β elérheti a $\sim +0.2$ ciklus/ 10^6 év $\approx +3 \times 10^{-10}$ nap/nap értéket) s gyorsan a vörös irányban mozdul el az instabilitási zónában. Mintegy $\sim 10^6$ évvel később a periódus hirtelen csökkenni kezd, rendkívül gyors ütemben ($\beta \approx -50 \times 10^{-10}$ nap/nap is lehetséges) és a HRD-n a csillag fokozatosan fényesedve a kék irányba mozog. A 2.24 ábrán két modell esetén látható a fejlődés során bekövetkező relatív periódusváltozás ill. ami ezzel egyenértékű, a relatív sugárváltozás. Lehetséges, hogy az M3-ban és az M15-ben megfigyelt igen erős periódusváltozások abból erednek, hogy néhány RR Lyrae változó e késői fejlődési állapotban van (Barlai, 1982).

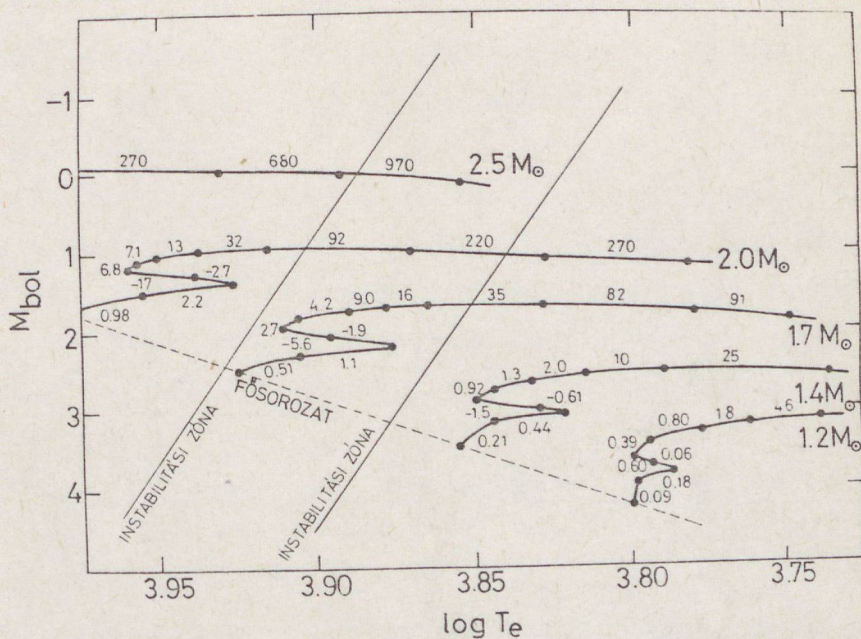


2.24 ábra: A pulzációs alaperiódus relatív változása a fejlődés során. A baloldali modell kiindulási paraméterei (M, M_c, Y, Z) = (0.70, 0.475, 0.30, 0.001) a jobboldalié = (0.74, 0.525, 0.20, 0.0001) volt. A baloldali ábrán a negatív kitérés 102 millió évnél -1.30, a jobboldalin 78.5 millió évnél -0.46. (Sweigart és Renzini, 1979, szerint.)

A törpecepheidák periódusváltozásai és abból fizikájukra levonható következtetések néhány kiegészítést igényelnek.

A normális fémtartalmu törpecepheidák - mai ismereteink szerint (ld. első fejezet) - a fősorozattól elfejlődő, a mag - H vagy "shell" - H égés állapotában lévő csillagok. Tömegükre az $M = 1.5 - 2.0 M_{\odot}$ feltevés teljesen kielégítő eredményre vezet (ld.

pl. SZ Lyn-re Szeidl, 1983, vagy a pulzációs tömegekre Baglin et al., 1980). O-C diagramjukat egyenessel vagy parabolával lehet közelíteni, periódusuk igen lassan változik. Centrális részükben a Sweigart és Renzini (1979)-féle keveredési folyamatok nem játszódnak le, másrészt erős mágneses terek jelenlétére semmi jel sem utal, így Stothers (1980)-féle jelenségek sem lépnek föl. Tehát erős periódusváltozásokat ezeknél a csillagoknál elméletileg sem várhatunk. A 2.25 ábrán (Percy et al., 1980) a zéró koru fősorozattól (ZAMS) elfejlődő $1.2 - 2.0 M_{\odot}$ -ű csillagok pályái láthatók a Hertzsprung - Russell diagramon ($X = 0.70$, $Z = 0.03$).



2.25 ábra: 1.2 , 1.4 , 1.7 , 2 és $2.5 M_{\odot}$ -ű csillagok fejlődési utjai a Hertzsprung-Russell diagramon a zéró koru fősorozattól (Percy et al., 1980, szerint). A fejlődés során bekövetkező periódusváltozások üteme 10^{-13} nap/nap egységben van feltüntetve.

Az instabilitási zóna keresztezésekor a mag - H égés állapotából a kontrakciós fázison át a shell - H égés állapotáig a csillag periódusa -5×10^{-13} nap/nap-tól $+10^{-11}$ nap/nap rátával változhat. Az EH Lib, YZ Boo és az SZ Lyn esetében úgy tűnik, hogy periódusváltozásukat fejlődési effektussal kielégítően magyarázhatjuk (ld. a 2.2 táblázat), míg a DY Her perióduscsökkenése más interpretációt kíván. Az AD CMi, VZ Cnc és BS Aqr-ról további pontos megfigyelések szükségesek.

Az alacsony fémtartalmu II. populációs törpecepheidákban ($M \approx 0.2 - 0.25 M_{\odot}$), amelyek a mag - He égés állapotában vannak (Dziembowski és Kozłowski, 1974), s szemikonvektív zónával rendelkezhetnek, a Sweigart és Renzini (1979) által vizsgált keveredési folyamatok lejátszódhatnak, s magyarázatát adhatják az ugrásszerű periódusváltozásoknak (CY Aqr, XX Cyg és valószínűleg DY Peg).

3. RR LYRAE ÉS TÖRPECEPHEIDA C S I L L A G O K T Ö B B S Z Ö R Ö S P E R I O D I C I T Á S A

A többszörös periodicitás a változócsillagok minden osztályában előfordul, az instabilitási sávon kívül és belül egyaránt. A radiális pulzáció alap és felharmonikus rezgései valamint nem-radiális módusok együtt fordulhatnak elő, s ezeket a keringés és rotáció modulálhatja.

Az instabilitási zónán belül a δ Scuti, törpecepheida, RR Lyrae és δ Cephei csillagok jelentős számban mutatják az effektust. Az RR Lyrae csillagokban és a törpecepheidákban csak a radiális alap és felharmonikus rezgéseket sikerült azonosítani, ezért többszörös periodicitásukat célszerű párhuzamosan vizsgálni.

3.1 Alap és felharmonikus rezgések együttes jelenléte

A változócsillagok fénygörbéinek két rezgés (alap + első felharmonikus) szuperpozíciójaként történő interpretálása bizonyos nehézségekkel jár. Minthogy a pulzáció nem-lineáris, nem várhatjuk, hogy a fénygörbék lebonthatók két periodikus függvény összegére. Fitch (1966) mutatta ki, hogy a fénygörbéket az

$$m(t) = \langle m(t) \rangle - 2.5 \log \{ 1 + \sum_{i,j} A_{ij} \sin 2\pi [f_{ij}(t - t_0) + \phi_{ij}] \} \quad (3.1)$$

alakban lehet előállítani, ahol $f_{ij} = if_0 + jf_1$. $m(t)$ a csillag fényessége a t időpillanatban magnitúdóban kifejezve, f_0 és f_1 a pulzáció alap és első felharmonikusának frekvenciája.

A vizsgálatok számára az f_0 és f_1 frekvenciák (vagy P_0 és P_1 periódusok) a lényeges adatok, s ezek a (3.1) előállítás nélkül is a megfigyelésekből könnyen nyerhetők. A fénygörbék egy P_f periódusu fő oszcillációból és egy P_m periódusu modulációból származtathatók, kérdés azonban az, hogy a főoszcilláció az alap vagy a felharmonikus rezgéssel azonosítható-e. Ha $P_f = P_0$, akkor

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{P_m/P_f}{1 + (P_m/P_f)} \quad (3.2a)$$

ha $P_f = P_1$, akkor pedig

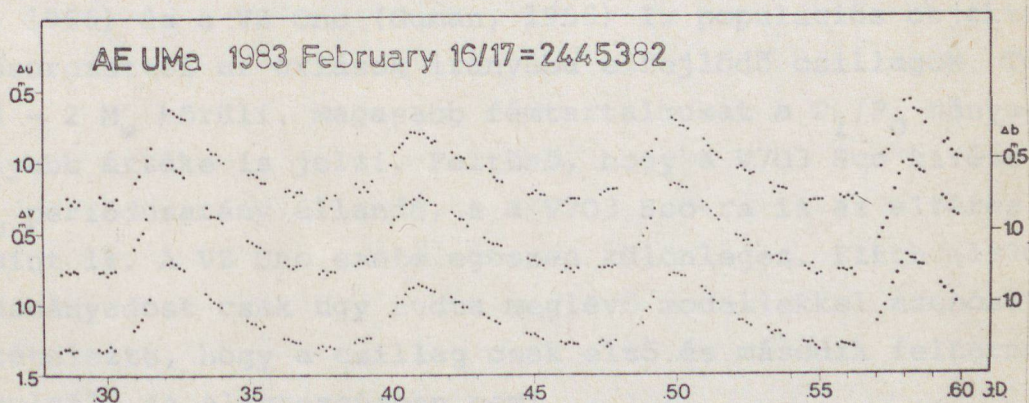
$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{(P_m/P_f) - 1}{(P_m/P_f)} \quad (3.2b)$$

Tekintettel arra, hogy a P_1/P_0 értékekre a modellek igen pontos értékeket adnak, így a (3.2) összefüggésekben lévő kétértelműség a megfigyelések értelmezésében általában nem okoz gondot.

A következőkben áttekintjük a többmódusu törpecepheidákra és RR Lyrae-kre, valamint a különleges jelentőségű AC And-ra vonatkozó eredményeket.

3.1.1 Többmódusu törpecepheidák

A fotoelektromos fotometriai módszerekkel vizsgált törpecepheidáknak kb. fele mutat többszörös periodicitást. A budapesti megfigyelések alapján a 3.1 ábra mutatja egy jellegzetes képviselőjüket, az AE UMa fényváltozásának menetét. Az effektussal rendelkező csillagok a legfontosabb jellemzőikkel együtt a 3.1 táblázatban vannak felsorolva. A sűrűségértékeket a modellekből adódó $Q = 0.032$ pulzációs állandóval határoztuk meg.



3.1 ábra: Az AE UMa fénygörbéje (piszkéstartói fotoelektromos megfigyelések)

A táblázatból hiányzik a CY Aqr, melyre Fitch (1973) $P_1 = 0.0454$ napos értéket határozott meg, de ez igen bizonytalan, sőt mások ugyanazt a megfigyelési anyagot használva más eredményre jutottak. A $P_1/P_0 = 0.744$ periódusarány is csak akkor lenne értelmezhető, ha a CY Aqr fémtartalma magas lenne, holott épp az ellenkezője igaz.

3.1 táblázat

Többmódusu törpecepheidák

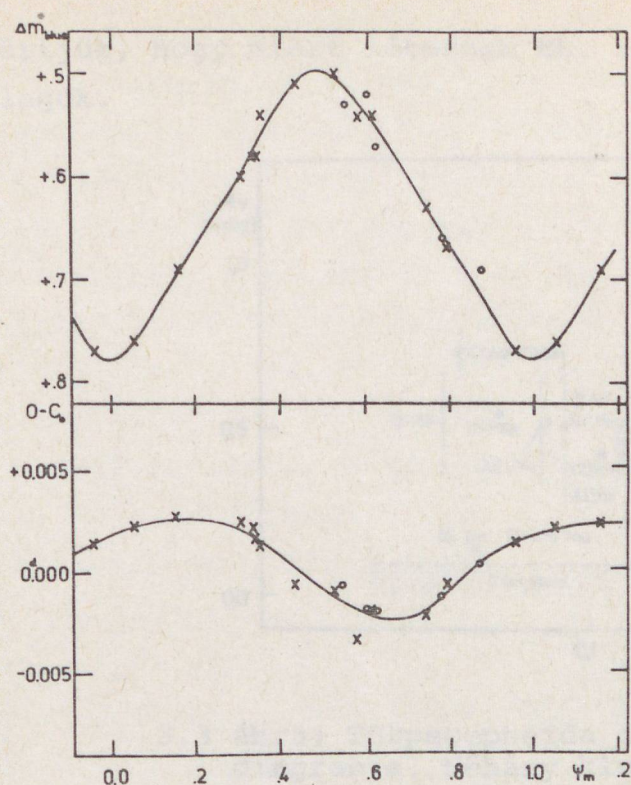
csillag	P_0 nap	P_1 nap	P_2 nap	P_1/P_0	P_2/P_1	$\log p/p_\odot$
SX Phe	0.0550	0.0428	-	0.778	-	-0.50
AE UMa	0.0860	0.0665	-	0.773	-	-0.87
RV Ari	0.0931	0.0720	-	0.773	-	-0.94
BP Peg	0.1095	0.0845	-	0.772	-	-1.07
AI Vel	0.1116	0.0862	-	0.772	-	-1.09
V703 Sco	0.1500	0.1152	-	0.768	-	-1.33
VX Hya	0.2234	0.1727	-	0.773	-	-1.68
VZ Cnc	-	0.1784	0.1428	-	0.800	-1.70

Az SX Phe az egyetlen II. populációs törpecepheida, mely két periódussal pulzál, éppen ezért a vizsgálatok homlokterében van. Periódusait Walraven (1955a) határozta meg, az újabb vizsgálatok Petersen (1976), Jorgensen et al. (1976) és Saio és Takeuti (1980) munkáiban találhatók. Az eredmények egymásnak ellentmondók, $M = 0.5 M_\odot$ és $1.1 M_\odot$ közötti tömegértékek előfordulnak, s az SX Phe fejlődési állapotát sem sikerült még a periódushányados ismeretében sem tisztázni.

A többi csillagra, bár részletes modellszámítások nincsenek, fejlődési állapotuk megítélésében egyetértés van. Az AE UMa (Szeidl, 1974), az RV Ari (Detre, 1956a), a BP Peg (Broglia, 1959), az AI Vel (Walraven, 1955b), a V703 Sco (Oosterhoff, 1966), a VX Hya (Fitch, 1966) és a VZ Cnc (Guman, 1955) I. populációs objektumok, és a fősorozattól az óriások irányába elfejlődő csillagok. Tömegük $M \approx 1.5 - 2 M_\odot$ körüli. Magasabb fémtartalmukat a P_1/P_0 hányados alacsonyabb értéke is jelzi. Feltűnő, hogy a V703 Sco kivételével, a P_1/P_0 periódusarány állandó, s a V703 Sco-ra is az eltérés kisebb, mint 1%. A VZ Cnc esete egészen különleges. Fitch (1970) a periódushányadost csak úgy tudta meglévő modellekkel azonosítani, ha feltételezte, hogy a csillag csak első és második felharmonikusában pulzál, az alaprezgésben nem!

A $P_1/P_0 = 0.77$ tulajdonságon túl, a kettős módusu törpecepheidák néhány érdekes tulajdonsággal rendelkeznek, melyeket a Blazhko-effektusos RR Lyrae-kkel összehasonlítva, néhány fontos következtetésre jutunk.

A 3.2 ábra mutatja a modulációs periódus fázisában az AE UMa fényességmaximumának fényességváltozását és időbeli oszcillációját (Szeidl, 1974). A két görbe fázisviszonya ($\Delta\phi$) igen jellegzetes és valamennyi törpecepheidára azonos.



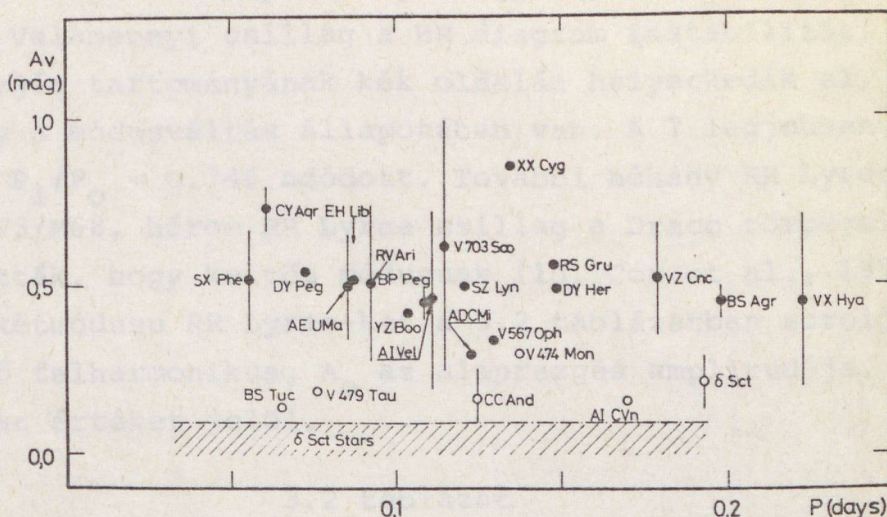
3.2 ábra: Az AE UMa maximális fényességeinek és a maximumok időpontjainak O-C eltérései a modulációs periódus fázisában. (Szeidl, 1974)

A 3.3 ábrán a törpecepheidák periódus-amplitudó diagramja látható. Az állandó fénygörbájü csillagok amplitudója $A_V \approx 0.5$ magnitúdó, amint erről az 1. fejezetben már szó volt. (Az említett kivételek CY Aqr, XX Cyg, AD CMi és V567 Oph voltak.) Amint várható a rezgések összetevődéséből, a kétmódusu törpecepheidák átlagos amplitudója illeszkedik a többi által meghatározott $A_V \approx 0.5$ sávra (Szeidl, 1979c).

Bár a jelenlegi modellek $Z = 0.01$ mellett a periódusokat, valamint az egyéb paramétereket is (T_e , Q_0 , M , R , L), a megfigyelésekkel jó egyezésben visszaadják (Cox és Hodson, 1980), a két módus együttes jelenléte megfelelő magyarázatot még nem kapott. Stellingwerfnek (1975a, b) sikerült olyan modelleket konstruálni, melyben egyidejűleg a két módus gerjesztve van, de az egyik kihalóban kell, hogy legyen. A módusváltáskor a lecsengési idő $\sim 10^2$ év, míg az instabilitási sávban a csillag 10^6 évig tartózkodik. Eszerint a kétmódusu csillagok gyakorisága $\sim 10^{-4}$ lenne.

A felharmonikus rezgések gerjesztését Simon (1979) rezonanciaeffektusként (pl. $f_0 + f_1 \approx f_k$) magyarázta, és valamennyi többmódusu csillagra a rezonáló frekvenciakombinációkat Fitch (1980) meghatározta. Bár az elmélet igen tetszetős, újabb nehézségek vetődnek fel. Magyarázza a két módus fellépését, viszont akkor nem

értjük, hogy miért léteznek kb. azonos periódusu egymódusu csillagok.



3.3 ábra: Törpecepheida csillagok periódus-amplitudó diagramja. Néhány kis amplitudójú δ Scuti csillagot is feltüntettünk (Szeidl, 1979c).

3.1.2 Kétmódusu RR Lyrae csillagok

Az első RR Lyrae csillag, (a különleges viselkedésű AC And-on kívül), amelyben a radiális pulzáció alap és első felharmonikus rezgését azonosították, az AQ Leo volt. Wenzel (1976) megfigyelései-
nek analiziséből Jerzykiewicz és Wenzel (1977) határozták meg a periódusokat: $P_0 = 0.54975$ nap és $P_1 = 0.41015$ nap, ahonnan $P_0/P_1 = 0.746$. A csillag fénygörbéjét kielégítően tudták előállítani a két komponens nem-lineáris szuperpozíciójaként. Érdekes, hogy a felharmonikus komponens amplitudója mintegy kétszerese volt az alaprezgés amplitudójának. A csillag valószínűleg az alaprezgésből a felharmonikusba vagy fordítva, a felharmonikusból az alaprezgésbe való átmenet állapotában van, így $P_{tr} = P_0 \approx 0.54$ nap.

Goranskij (1981) az M3-ra vonatkozó budapesti és moszkvai megfigyelési anyagot vizsgálva újabb kétmódusu RR Lyrae csillagot talált. A V68 változócsillag alap és felharmonikus rezgésének periódusára $P_0 = 0.47788$ napot és $P_1 = 0.35597$ napot kapott, s így $P_1/P_0 = 0.745$. A csillag a $P_0 - (B-V)$ diagramon éppen az RRC és RRab csillagok határán helyezkedik el, így jogos a feltevés, hogy éppen módusváltás állapotában van. Zavaró tény viszont, hogy a $P_{tr} = P_0 \approx 0.47$ nap feltevés nem lehet igaz, ugyanis az M3-ban legalább három (V28, V72 és V77) RRab csillag létezik, melynek periódusa rövidebb, és csak alaprezgésben pulzál.

Sandage et al. (1981) az M15 változói között további 10 dupla-módusu RR Lyrae csillagot talált. Ezekre is igaz, hogy a felharmonikus komponens amplitudója nagyobb, mint az alaprezgés amplitudója. Valamennyi csillag a HR diagram instabilitási sávjában az alaprezgés tartományának kék oldalán helyezkedik el, ami arra utal, hogy a módusváltás állapotában van. A 7 legjobban vizsgált változóra $P_1/P_0 = 0.746$ adódott. További néhány RR Lyrae-ről (V87/M3, V3/M68, három RR Lyrae csillag a Draco törpegalaxisban) is kimutatták, hogy kettős módusuak (ld. Cox et al., 1983). A jól vizsgált kétmódusu RR Lyrae-eket a 3.2 táblázatban soroljuk föl. A_1 az első felharmonikus, A_0 az alaprezgés amplitudója. A ":" bizonytalan értéket jelöl.

3.2 táblázat

Kétmódusu RR Lyrae csillagok

csillag	P_1 (nap)	P_1/P_0	A_1 (mag)	A_1/A_0
V68/M3	0.3560	0.745	0.45	1.1
V87/M3	.3575	.745	-	-
V39/M15	.3896	.745	.40	2.4
V41/M15	.3918	.754:	.35	2.8
V3/M68	.392	.745	-	-
V61/M15	.4001	.747	.43	1.7
V67/M15	.4046	.763:	.34	2.2
V26/M15	.4023	.741:	.33	3.4
V30/M15	.4060	.745	.33	2.0
V58/M15	.4077	.747	.30	1.4
V31/M15	.4082	.746	.35	1.8
AQ Leo	.4101	.746	.46	2.0
V53/M15	.4142	.746	.33	1.9
V17/M15	0.4289	0.746	0.32	1.7

A kétmódusu RR Lyrae csillagokra Cox et al. (1980, 1983) végzett részletes modellvizsgálatokat. Meglepő eredményük, hogy mindkét Oosterhoff típusra $Y \approx 0.28$ He tartalmat kellett feltételezni a II. populációs fémtartalom mellett. A II. Oosterhoff típus csillagaira $M = 0.65 M_\odot$ és $\log L/L_\odot = 1.76 - 1.79$, az I. Oosterhoff típus csillagaira $M = 0.55 M_\odot$ és $\log L/L_\odot = 1.66$ adódott. Mindezek az adatok természetesen az átmeneti periódusnál érvényesek. Az AQ Leo viselkedése az Oosterhoff II. csoport tagjaira emlékeztet.

A kétmódusu RR Lyrae csillagok M15-beli nagy gyakorisága viszont a jelen elméletek szerint nem érthető. A módusváltás állapotában a csillagok legfeljebb 10^5 évig lehetnek, míg az RR Lyrae

résben kb. 10^8 évig tartózkodnak. Ez kisebb, mint 1%-os gyakoriságot sugall.

3.1.3 Az AC Andromedae

Az AC And viselkedése több szempontból is különleges, ezért tipusa a mai napig vitatott. Notni (1962) szerint a törpecepheidákkal rokon, viszont Jakate (1978) a saját UBV fotometriája alapján RR Lyrae csillagnak tekinti. A csillag fémvonalai extrém erősek, $\Delta s = -1$ (Preston, 1959). Régóta ismert, hogy fényváltozásában két frekvencia együttesen jelen van: $P_0 = 0.7112$ nap és $P_1 = 0.5251$ nap. Florja (1937) feltételezte, hogy két RR Lyrae csillag optikai egybeeséséről van szó, de Münch (1951) spektroszkópiai vizsgálatai alapján kizárja ezt a lehetőséget. A budapesti megfigyelések analízise (Fitch és Szeidl, 1976) végülis teljes mértékben tisztázta a fényváltozás természetét.

A Fourier-spektrumban az ismert f_0 és f_1 frekvenciák (és ezek $if_0 + jf_1$ kombinációi) mellett egyértelműen jelen van egy harmadik frekvencia is: $f_2 = 2.37491$ ciklus/nap. A három frekvenciát a pulzáció alap, első és második felharmonikusával lehetett azonosítani. E felismerésnek egészen különös jelentősége van: az AC And az első és eddig egyetlen csillag, amelyben három radiális pulzációs rezgés gerjesztve van. A fénygörbe előállítását (3.1) helyett az

$$m(t) = \langle m(t) \rangle - 2.5 \log \{ 1 + \sum_{i,j,k} A_{ijk} \sin 2\pi [f_{ijk} (t - t_0) + \phi_{ijk}] \} \quad (3.3)$$

alakban lehet megadni, ahol $f_{ijk} = if_0 + jf_1 + kf_2$, és t_0 egy alkalmasan választott kezdeti epocha. (Számításainkban $t_0 = \text{J.D. hel. } 2436000.0$ volt.) A megfigyelési anyaghoz az $|i| + |j| + |k| \leq 5$ közelítést alkalmaztuk (5. rendű illesztés). A részletes eredmények a 3.3 táblázatban találhatók. A fénygörbék előállítására néhány példát a 3.4a és b ábra mutat. A szisztematikus eltérések egyik oka, hogy a használt adatok instrumentális rendszerben vannak, s az 1961-es ($\sim \text{J.D. } 2437500$) és az 1962-es ($\sim \text{J.D. } 2437900$) magnitudoértékek kissé különböző fotometriai rendszert képviselnek.

A periódushányadosok értéke: $P_1/P_0 = 0.738$ és $P_2/P_0 = 0.592$, a megfelelő periódusértékekhez tartozó amplitudók arányai: $A_1/A_0 = 0.79$ és $A_2/A_0 = 0.32$. Feltűnő, hogy az alaprezgéshez tartozó amplitudó a nagyobb, ellentétben az eddig megismert kettős módusu RR Lyrae csillagokkal.

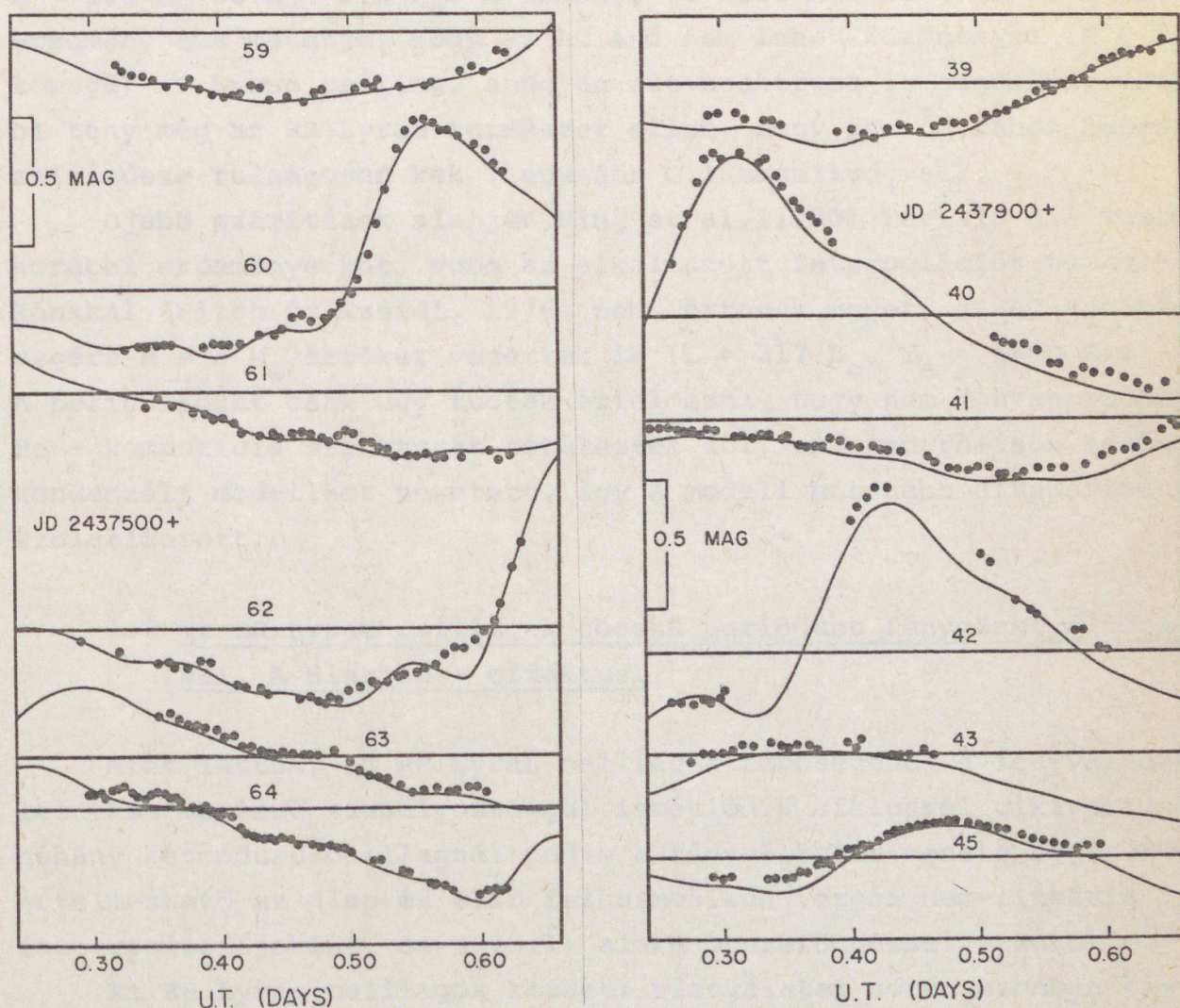
3.3 táblázat

Frekvenciák*, amplitudók és fázisok a (3.4) egyenletben

i, j, k (1)	A_{ijk} (2)	ϕ_{ijk} (3)	i, j, k (4)	A_{ijk} (5)	ϕ_{ijk} (6)	i, j, k (7)	A_{ijk} (8)	ϕ_{ijk} (9)	i, j, k (10)	A_{ijk} (11)	ϕ_{ijk} (12)
+1,0,0	0.2038	0.1305	0,+1,-2	0.0037	0.6046	0,3,-1	0.0035	0.8517	+2,-1,+2	0.0033	0.7753
0,+1,0	0.1719	0.2959	0,0,+3	0.0012	0.2882	0,+2,+2	0.0045	0.3519	+2,-1,-2	0.0026	0.3508
0,0,+1	0.0717	0.9465	+4,0,0	0.0086	0.0763	0,+2,-2	0.0034	0.2370	+1,+4,0	0.0059	0.6735
+2,0,0	0.0452	0.1094	+3,+1,0	0.0134	0.2387	0,+1,+3	0.0064	0.9884	+1,-4,0	0.0018	0.5531
+1,+1,0	0.0774	0.2285	+3,-1,0	0.0025	0.5914	0,+1,-3	0.0029	0.5924	+1,0,+4	0.0045	0.5489
+1,-1,0	0.0489	0.0366	+3,0,+1	0.0062	0.8602	0,0,+4	0.0051	0.5758	+1,0,-4	0.0023	0.3556
+1,0,+1	0.0398	0.9258	+3,0,-1	0.0020	0.3524	+5,0,0	0.0055	0.8952	+1,+3,+1	0.0062	0.4924
+1,0,-1	0.0207	0.4536	+2,+2,0	0.0241	0.3728	+4,+1,0	0.0052	0.3203	+1,+3,-1	0.0015	0.0518
0,+2,0	0.0307	0.4589	+2,-2,0	0.0187	0.5874	+4,-1,0	0.0037	0.0581	+1,-3,+1	0.0031	0.2886
0,+1,+1	0.0226	0.1086	+2,0,+2	0.0064	0.8036	+4,0,+1	0.0029	0.9499	+1,-3,-1	0.0025	0.7350
0,+1,-1	0.0274	0.5645	+2,0,-2	0.0053	0.5651	+4,0,-1	0.0041	0.1994	+1,+2,+2	0.0029	0.3321
0,0,+2	0.0062	0.8253	+2,+1,+1	0.0209	0.0693	+3,+2,0	0.0052	0.3974	+1,+2,-2	0.0028	0.4944
+3,0,0	0.0123	0.1613	+2,+1,-1	0.0072	0.8318	+3,-2,0	0.0068	0.5048	+1,-2,+2	0.0054	0.9767
+2,+1,0	0.0354	0.2023	+2,-1,+1	0.0068	0.7461	+3,0,+2	0.0012	0.5715	+1,-2,-2	0.0004	0.4763
+2,-1,0	0.0092	0.0821	+2,-1,-1	0.0042	0.8906	+3,0,-2	0.0044	0.1455	+1,+1,+3	0.0042	0.0656
+2,0,+1	0.0201	0.8655	+1,+3,0	0.0145	0.5722	+3,+1,+1	0.0067	0.1481	+1,+1,-3	0.0009	0.8223
+2,0,-1	0.0073	0.5406	+1,-3,0	0.0113	0.4937	+3,+1,-1	0.0024	0.7070	+1,-1,+3	0.0020	0.8988
+1,+2,0	0.0369	0.3765	+1,0,+3	0.0059	0.7843	+3,-1,+1	0.0024	0.5732	+1,-1,-3	0.0021	0.1368
+1,-2,0	0.0195	0.7852	+1,0,-3	0.0064	0.2890	+3,-1,-1	0.0012	0.8866	0,+5,0	0.0013	0.3745
+1,0,+2	0.0106	0.8887	+1,+2,+1	0.0143	0.2825	+2,+3,0	0.0078	0.5399	0,+4,+1	0.0033	0.9249
+1,0,-2	0.0088	0.2309	+1,+2,-1	0.0102	0.6256	+2,-3,0	0.0051	0.4604	0,+4,-1	0.0019	0.2269
+1,+1,+1	0.0265	0.0657	+1,-2,+1	0.0048	0.0771	+2,0,+3	0.0012	0.7217	0,+3,+2	0.0052	0.6207
+1,+1,-1	0.0226	0.7301	+1,-2,-1	0.0061	0.8220	+2,0,-3	0.0034	0.1232	0,+3,-2	0.0033	0.5010
+1,-1,+1	0.0228	0.8180	+1,+1,+2	0.0079	0.0836	+2,+2,+1	0.0096	0.2284	0,+2,+3	0.0053	0.2038
+1,-1,-1	0.0033	0.3934	+1,+1,-2	0.0098	0.3924	+2,+2,-1	0.0011	0.4074	0,+2,-3	0.0019	0.3474
0,+3,0	0.0103	0.6733	+1,-1,+2	0.0045	0.7537	+2,-2,+1	0.0002	0.3556	0,+1,+4	0.0050	0.9091
0,+2,+1	0.0062	0.4149	+1,-1,-2	0.0082	0.9524	+2,-2,-1	0.0051	0.7963	0,+1,-4	0.0004	0.1516
0,+2,-1	0.0172	0.7324	0,+4,0	0.0045	0.8939	+2,+1,+2	0.0055	0.0269	0,0,+5	0.0031	0.5653
0,+1,+2	0.0024	0.1346	0,+3,+1	0.0067	0.6355	+2,+1,-2	0.0012	0.2616			

* $f_{ijk} = 1.4059904i + 1.9043021j + 2.37491k$ c/d

Az eredmények értelmezéséhez Cogan (1970) 53 lineáris adiabatikus modellje látszott a legmegfelelőbbnek. E modellek az instabilitási sáv széles tartományát fedik le: $0.8 \leq M/M_{\odot} \leq 15$, $1 \leq \log L/L_{\odot} \leq 5$ és $0.03 \leq P_{\odot}(\text{nap}) \leq 317$. A modellekhez használt kémiai összetétel extrém I. populációs csillagokra volt jellemző ($X = 0.602$, $Z = 0.044$), ami az AC And esetében teljesül is, ugyanis $\Delta s = -1$. Cogan modelljei alapján interpolációs formulákat lehetett



3.4a és b ábra: Az AC And tipikus megfigyelt (pontok) és számított (kihuzott vonal) magnitúdó változása. A vízszintes vonalak a csillag közepes fényességét jelzik (Fitch és Szeidl, 1976).

levezetni, melyekből az AC And paramétereit meg lehetett határozni: $\log \rho/\rho_{\odot} = -2.60$ és $M \approx 3.1 M_{\odot}$. A csillag H-héj égés és He-mag kontrakció állapotában van, s fejlődési állapota szerint inkább a δ Scuti csillagok nagytömegű megfelelője. Eredményeink konzisztensek Robertson (1971) fejlődési modelljeivel. Az AC And az in-

stabilitási sávot első alkalommal keresztezi, balról jobbra.

Stellingwerf (1975a) a P_1/P_0 periódushányadosból és II. populációs összetételt feltételezve $M = 0.61 M_\odot$ -et határozott meg. King et al. (1976), hogy tisztázzák a nagy tömegkülönbséget, a modellek új sorozatát számolták végig, kikerülve az interpolációs formulák bizonytalanságát. Pontosabb I. populációs opacitásértékeket véve alapul sikerült a tömegértékeket lejjebb szorítani: $M \approx 1.5 M_\odot$ és $R = 8.3 R_\odot$. A tömegre ez alsó határt jelent, s az eredmény azt mutatja, hogy az AC And nem lehet közönséges ($M < 1 M_\odot$ tömegű) RR Lyrae csillag, ahogyan azt spektruma is sugallja. További tény még az RR Lyrae természet ellen, hogy periódusához képest színindexe tulságosan kék (legalább 0.1 magnitudoval).

Ujabb számítások alapján King et al. (1980) revízió alá vették korábbi eredményeiket. Noha az alkalmazott interpolációs technikával (Fitch és Szeidl, 1976) nem értenek egyet, az AC And tömegére $M = 3 M_\odot$ értéket vezettek le ($L = 217 L_\odot$, $T_e = 6800$ K). A periódusokat csak úgy tudták értelmezni, hogy nem-konvencionális He - kompozíció strukturát tételeztek föl, ami centrálisan kevésbé kondenzált modellhez vezetett, így a modell hosszabb alapperiódust szolgáltatott.

3.2 Az RR Lyrae csillagok hosszú periódusu fénygörbeváltozásai. A Blazhko - effektus.

Mint láttuk, az RR Lyrae csillagok többségénél a fényváltozás lefutása meglepő szabályossággal ismétlődik ciklusról ciklusra. A néhány kétmódusu csillagnál pedig a fényváltozás menete egyszerűen értelmezhető az alap és első felharmonikus rezgés nem-lineáris szuperpozíciójaként, és a (3.1) alaku összefüggéssel írható le.

Az RR Lyrae csillagok kezdeti vizsgálatai során azonban kiderült már, hogy közülük néhány egy-két hónapos periódussal feltűnő változásokat mutat a maximum magasságában, és a maximumok bekövetkezésének időpontjai sem adhatók meg egy lineáris formulával. Ugyanakkor ezeknek a változásoknak a menetében is ciklikus és szabálytalan változások is fellelnek.

Blazhko (1907) már a század elején felfigyelt arra, hogy az egyik RR Lyrae típusu változó, az RW Dra (= 87.1906), maximumainak időpontját állandó periódussal nem tudta előállítani, s fel kellett tételeznie, hogy a P_0 periódus hossza egy $P_B = 94 P_0 = 41.6$ nap (a ma elfogadott érték 41.7 nap) másodlagos periódussal

változik:

$$P_0 = 0.44293 + 0.00153 \cos (2\pi E/94)$$

szerint, ahol E az epochaszám.

Később Blazhko (1922, 1925, 1926) egy másik változónál is (XZ Cyg, $P_B = 57.39$ nap) kimutatta az alapperiódus változását.

Sperra (1910) az elsők között hívta föl a figyelmet arra, hogy egyes RR Lyrae csillagok fényességmaximumai sem állandók. Az SU Dra és SW Dra csillagokat vizsgálta vizuálisan, s a maximumaik magasságában jeletős változásokat észlelt. Érdekes, hogy a modern fotoelektromos fotometriai módszerrel e csillagokra nyert fénygörbék (ld. pl. SU Dra-ra Oláh és Szeidl, 1978) nem mutatnak másodlagos változásokat. (A későbbiekben arra a kérdésre még visszatérünk, hogy az effektus rövid időn belül megszűnhet-e, ill. felléphet-e.)

Mintegy 70 évvel ezelőtt végezte Shapley (1916, 1918) első, alapos vizsgálatait magának az RR Lyrae-nek a spektrumáról, fényesség- és periódusváltozásairól. Kimutatta, hogy a csillag fényességmaximuma a különböző ciklusokban feltűnően különböző lehet, s hogy ezek a változások többé-kevésbé periodikusan ismétlődnek egy mintegy $70 P_0 \approx 40$ napos másodlagos periódussal. Vizsgálatai szerint a felszállóág középső része is időben ugyanevvel a periódussal oszcillál, s az ingadozás amplitúdója eléri a 37 percet, ami természetesen jóval meghaladta a századeleji vizuális észlelési technika megfigyelési hibáit is. Ezeket az eredményeket Hertzsprung (1922) vizsgálatai megerősítették, s azt is nyilvánvalóvá tették, hogy a másodlagos periódus nem szükségképpen egészszámu többszöröse az alapperiódusnak.

Az RR Lyrae csillagok fényváltozásának hosszuperiódusu változásaival az elmúlt 60 évben számos szerző foglalkozott, az elért eredményeket a későbbiekben részletesen is ismertetem. A kérdéskör összefoglalása Detre (1956b), Tsesevich (1970) és Szeidl (1976) munkáiban található.

Minthogy Blazhko volt a legelső, aki az RR Lyrae csillagokban a többszörös periodicitást fölfedezte, a jelenséget Blazhko-effektusnak is szokás nevezni.

Mint korábban láttuk, a kutatás kezdeti időszakában a törpecepheida csillagokat is a halmazváltozók, vagyis az RR Lyrae csillagok közé sorolták. Az XX Cyg-t az elsők között fedezték föl (Ceraski, 1904). Blazhko (1906) első megfigyelései után fénygör-

beváltozást és egy igen hosszú (néhány év) másodlagos periódus jelenlétét tételezte föl, melyet később többen is megerősítettek ill. tagadtak. A legujabb és legalaposabb vizsgálatok (Szeidl és Mahdy, 1981) nem igazolták Blazhko föltevését.

Noha Woltjer (1956) már korán felhívta a figyelmet arra, hogy a törpecepheidák kétmódusu rezgései (ide sorolhatjuk az RR Lyrae csillagok AQ Leo típusu kétmódusu rezgéseit is) és az RR Lyrae csillagok hosszuperiódusu modulációja között lényeges eltérés van, az irodalomban többen (főleg szovjet szerzők) a többszörös periodicitás valamennyi fajtáját Blazhko-effektusnak nevezik. Minthogy saját kutatásaink is arra az eredményre vezettek, hogy a többszörös periodicitást kiváltó mechanizmus a rövidperiódusu moduláció (törpecepheidák, kétmódusu RR Lyrae-k, $P_m \approx 4 P_o$) és a hosszú másodlagos periódusu változások (RR Lyrae-k, $P_m \approx 100 P_o$) esetében más, a Blazhko-effektus elnevezést csak az utóbbi esetre alkalmazzuk. A továbbiakban ennek az effektusnak a vizsgálatával foglalkozunk.

3.2.1 A Blazhko-effektusos RR Lyrae csillagok gyakorisága

Minthogy rövid másodlagos periódussal rendelkező mező RR Lyrae csillagot csak egyet ismerünk (AQ Leo) s gömbhalmazokban is csak néhányat, vizsgálataink csupán a Blazhko-effektussal rendelkező változókra vonatkoznak.

A kérdés bár alapvetőnek látszik, megválaszolására csak az utóbbi években kerülhetett sor (Szeidl, 1976).

A General Catalogue of Variable Stars, valamint első, második és harmadik kiegészítése (Kukarkin et al. 1969, 1970, 1971, 1974, 1976) több, mint 4000 RR Lyrae típusu változót sorol fel. Különböző irodalmi hivatkozásokban azonban alig 180 csillagnál említik, hogy a Blazhko-effektusra utaló vonások jelen vannak. Ez 4-5%-os gyakoriságot jelentene. A GCVS adatai, különösen a halványabb objektumok felé, meglehetősen inhomogének, így a statisztikai következtetések is meglehetősen bizonytalanok. A 3.4 táblázatban 7 és 19 magnitúdó között magnitúdónként az RR Lyrae csillagok (ab, c és * = ismeretlen típus) valamint a közülük Blazhko-effektussal rendelkezők gyakoriságát adtuk meg.

Számos esetben, különösen, ha a csillag halványabb 12-13 magnitúdónál, a fénygörbeváltozás észrevétlen marad, ugyanis a magnitúdó növekedésével a mérési hibák is nőnek. Ugyanakkor természetesen az ellenkezője is megtörténhet, a mérési hibákból származó szórást a Blazhko-effektusnak tulajdonítják.

3.4 táblázat

Mező RR Lyrae csillagok fényesség szerinti gyakorisága

magnitúdó	Összes			Blazhko-eff.			Bl.e.össz.	Bl.e.ab
	ab	*	c	ab	*	c	Összes	Összes ab
7.00- 7.99	1	0	0	1	0	0	100%	100%
8.00- 8.99	0	1	0	0	0	0	0	-
9.00- 9.99	4	0	5	2	0	1	33.3	50
10.00-10.99	29	0	6	8	0	2	28.6	27.6
11.00-11.99	94	17	21	30	3	9	31.8	31.9
12.00-12.99	179	42	14	25	2	0	11.5	14.0
13.00-13.99	283	117	48	18	3	0	4.7	6.4
14.00-14.99	650	219	59	19	2	3	2.6	2.9
15.00-15.99	963	285	80	11	5	1	1.3	1.1
16.00-16.99	688	96	66	11	3	4	2.1	1.6
17.00-17.99	257	22	40	10	2	3	4.7	3.9
18.00-18.99	59	5	5	0	1	0	1.4	0
Összes	3207	804	344	135	21	23	4.1	4.2

A 3.4 táblázatból látszik, hogy a 12 fényrendnél halványabb csillagok esetén a Blazhko-effektus az esetek többségében felfedezetlen maradt, míg a jól vizsgált fényrendtartományban (9 - 12 magn.) a változók kb. 30%-a (127 RRab csillagból 40, 31.5%; 176 RR Lyrae csillag közül 55, 31.3%) rendelkezik az effektussal.

Sokkal megbízhatóbb eredményre jutunk, ha a gömbhalmazok RR Lyrae csillagaira vonatkozó, elég homogénnek tekinthető fotografikus fotometriai adatokat vizsgáljuk. A legalaposabban tanulmányozott gömbhalmazban, a Messier 3-ban 104 RRab csillag közül 35, azaz 33.7% rendelkezik fénygörbeváltozással (Szeidl, 1965, 1973). Smith (1981) a becslést kiterjesztette további három gömbhalmaz (M5, M15, ω Cen) és a Draco törpegalaxis RRab Lyrae változóira, s legalább 25%-os gyakoriságot kapott a többszörös periódusu csillagokra.

Az RRc változók többszörös periodicitásának gyakoriságára jelenleg sajnos semmiféle kijelentést sem lehet tenni. Általában a változások a maximum magasságában igen kicsik ($<0.1^m$), így a fénygörbeváltozás meglétének egyértelmű eldöntéséhez fotoelektromos észlelések szükségesek. Éppen ezért a 3.4 táblázatban az RRc csillagokra vonatkozó adatokat megfelelő óvatossággal kell kezelni.

Az RR Lyrae csillagok többszörös periodicitásának értelmezésében fontos szerepet játszik a periódus szerinti eloszlás. Bonyos elméletek ugyanis megkivánják, hogy a Blazhko-effektussal rendelkező RR Lyrae csillagok tömege egy jól meghatározott szűk tartományba essen. Ez viszont azt jelenti, hogy a Blazhko-effek-

tusos csillagok főperiódusa sem lehet tetszőleges.

A 3.5 táblázat az M3 (Szeidl, 1965, 1973), M5 (Coutts és Sawyer-Hogg, 1969), M15 (Filippenko és Simon, 1981; Smith és Sandage, 1981; Sandage et al., 1981) és ω Cen (Martin, 1938) gömbhalmazok valamint a Draco törpegalaxis (Baade és Swope, 1961) RR Lyrae típusu változóira vonatkozó összesített adatokat tartalmazza. Ugyanez a 3.5 ábrán is látható.

3.5 táblázat

Az M3, M5, M15 és ω Cen halmazok, valamint a Draco törpegalaxis ($r \leq 5'40''$) RR Lyrae csillagainak periódus szerinti gyakorisága

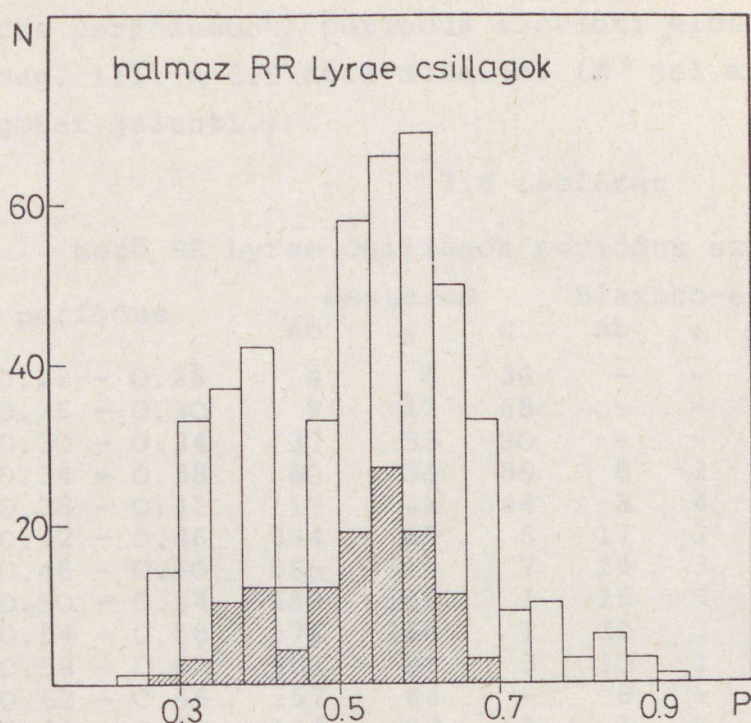
periódus	össz.		Bl.-eff.		%	
	ab	c	ab	c	ab	c
0.22 - 0.26	-	1	-	-	-	0.0
0.26 - 0.30	-	14	-	1	-	7.1
0.30 - 0.34	-	33	-	3	-	9.1
0.34 - 0.38	-	37	-	10	-	27.0
0.38 - 0.42	-	42	-	12	-	28.6
0.42 - 0.46	7	5	1	3	14.3	60.0
0.46 - 0.50	30	3	12	-	40.0	0.0
0.50 - 0.54	57	1	19	-	33.3	0.0
0.54 - 0.58	66	-	27	-	40.9	-
0.58 - 0.62	69	-	19	-	27.5	-
0.62 - 0.66	50	-	11	-	22.0	-
0.66 - 0.70	33	-	3	-	9.1	-
0.70 - 0.74	9	-	-	-	0.0	-
0.74 - 0.78	10	-	-	-	0.0	-
0.78 - 0.82	3	-	-	-	0.0	-
0.82 - 0.86	6	-	-	-	0.0	-
0.86 - 0.90	3	-	-	-	0.0	-
0.90 - 0.94	1	-	-	-	0.0	-
Összesen	344	136	92	29	26.7	21.3

Ha csupán az RRab csillagokat tekintjük, a többszörös periódusu csillagok főperiódusa zömmel a 0.46 - 0.66 napos intervallumon belül van. Valamennyi halmaznál látszik a tendencia, hogy a Blazhko-effektusos csillagok a rövidebb periódusoknál gyakoribbak, feltűnő, hogy 0.70 napnál hosszabb periódusu nincs is.

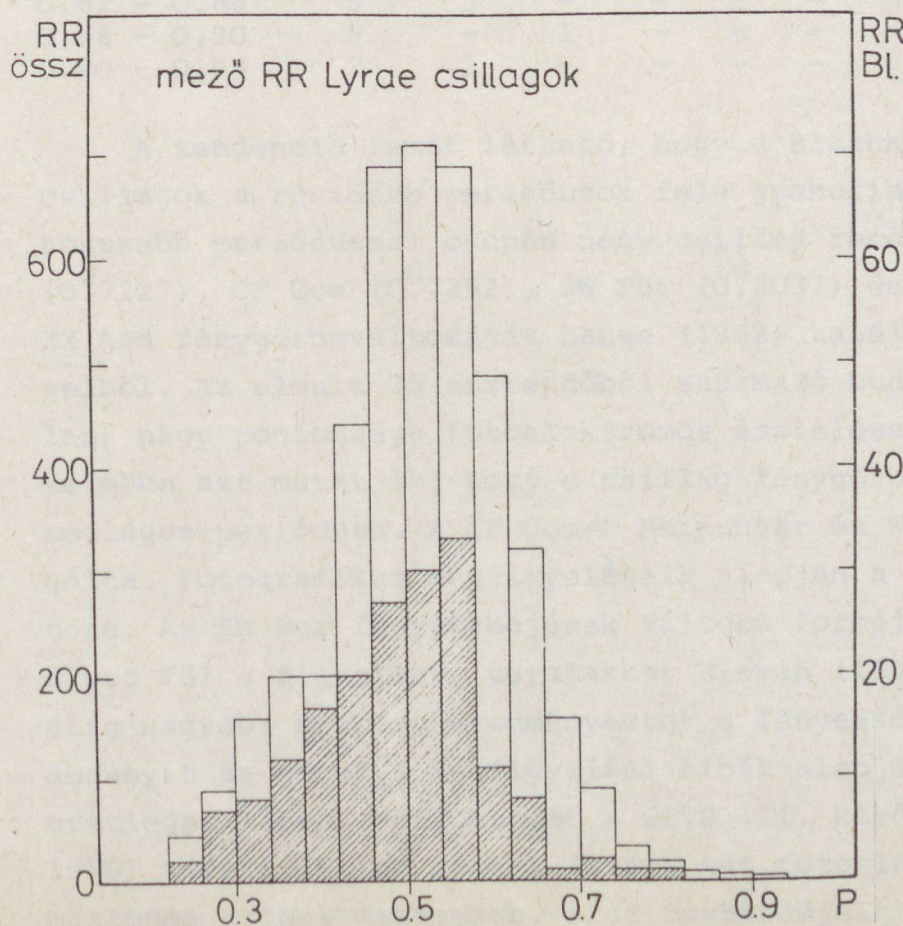
Az RRC csillagokra az említett bizonytalanságok miatt hasonló megfontolásokat nem lehet tenni.

Bár a mező RR Lyrae-kre vonatkozó anyag - különösen, mint láttuk, a 12. fényrendnél halványabbak esetén - bizonytalanabb, mégis érdemes vizsgálni a periódus szerinti eloszlást. Természetesen a vizsgált mező RR Lyrae csillagok sokkal inhomogénebb csoportot alkotnak mint a halmazokban lévők. Mig az utóbbiak tiszta II. populációs objektumok, az előbbieket korong-populációt is tartalmaznak.

E különbséget jól lehet látni a 3.5 és 3.6 ábrákat összehasonlítva.



3.5 ábra: Az RR Lyrae csillagok periódus szerinti gyakorisága halmazokban. A sráfozott rész a Blazhko-effektussal rendelkező csillagokat jelenti.



3.6 ábra: A mező RR Lyrae csillagok periódus szerinti gyakorisága. A sráfozott rész a Blazhko-effektussal rendelkező csillagokat jelenti. (Ezekre a jobboldali skála érvényes.)

A koronghoz tartozó RRab csillagok általában 0.40 - 0.50 napos periódussal rendelkeznek. A mező RR Lyrae-k (s közülük a többszörös periódusúak) periódus szerinti eloszlását a 3.6 táblázat adja meg, ill. a 3.6 ábra mutatja. (A* jel az ismeretlen típusú csillagokat jelenti.)

3.6 táblázat

Mező RR Lyrae csillagok periódus szerinti gyakorisága

periódus	összesen			Blazhko-eff.			%		
	ab	*	c	ab	*	c	ab	*	c
0.22 - 0.26	4	4	36	-	-	2	0.0	0.0	5.6
0.26 - 0.30	9	12	68	-	-	7	0.0	0.0	10.3
0.30 - 0.34	37	33	90	-	-	8	0.0	0.0	8.9
0.34 - 0.38	80	36	85	8	2	2	10.0	5.6	2.4
0.38 - 0.42	117	42	44	8	4	5	6.8	9.5	11.4
0.42 - 0.46	364	69	8	17	3	-	4.7	4.3	0.0
0.46 - 0.50	566	114	7	24	3	-	4.2	2.6	0.0
0.50 - 0.54	559	148	1	25	5	-	4.5	3.4	0.0
0.54 - 0.58	571	116	1	30	3	-	5.3	2.6	0.0
0.58 - 0.62	386	98	3	10	1	-	2.6	1.0	0.0
0.62 - 0.66	257	64	-	8	-	-	3.1	0.0	-
0.66 - 0.70	128	28	1	1	-	-	0.8	0.0	0.0
0.70 - 0.74	69	21	-	2	-	-	2.9	0.0	-
0.74 - 0.78	26	7	-	1	-	-	3.8	0.0	-
0.78 - 0.82	12	7	-	1	-	-	8.3	0.0	-
0.82 - 0.86	5	3	-	-	-	-	0.0	0.0	-
0.86 - 0.90	5	-	1	-	-	-	0.0	-	0.0
0.90 - 0.94	2	1	-	-	-	-	0.0	0.0	-

A tendencia ismét látható, hogy a Blazhko-effektusos RRab csillagok a rövidebb periódusok felé gyakoribbak. A 0.70 napnál hosszabb periódussal csupán négy csillag rendelkezik. Ezek: XX And ($0^d.7227$), CF Com ($0^d.7392$), SW For ($0^d.8037$) és AT Ser ($0^d.7466$). Az XX And fénygörbeváltozását Lange (1962) találta vizuális észleléseiből. Az elmúlt 25 esztendőből származó budapesti (publikálatlan) nagy pontosságú fotoelektromos észleléseink viszont egyértelműen azt mutatják, hogy e csillag fénygörbéje stabil, nincs másodlagos periódusa. A CF Com-t Meinunger és Wenzel (1968) vizsgálta. Fotografikus megfigyeléseik alapján a maximumok alakja változó. Az SW For fénygörbéjének változó formájára Hoffmeister (1956) hívta föl a figyelmet, ugyanakkor Kinman (1960) megfigyelései csak alig nagyobb szórást eredményeztek a fényesség maximumban, mint amennyit az ember a megfigyelési hibák alapján elvárhat. Az AT Ser esetleges Blazhko-effektusát a GCVS III. kiadása (Kukarkin et al., 1970) említi. Fitch et al. (1966) két fotoelektromosan észlelt maximuma azonos magasságu, s ez megkérdőjelezi az effektus jelen-

létét az AT Ser-ben. Ezzel kapcsolatban megemlítendő, hogy Tsesevich (1966) sem tesz említést a csillag fénygörbeváltozós karakteréről.

3.2.2 A Blazhko-effektussal rendelkező csillagok jellemzői.

A periódusok.

Sokáig nyitott kérdés volt, hogy az RRc csillagok rendelkezhetnek-e Blazhko-effektussal. Az effektus értelmezésénél ennek a kérdésnek alapvető jelentősége lehet. Általában az RRc csillagok fénygörbeváltozása kicsi, így csak a fotoelektromos észlelésektől várhatjuk, hogy e kérdésre világos választ kapunk.

Tifft és Smith (1958) fotoelektromos észlelések alapján arra következtettek, hogy az RRc típusu T Sex határozott változásokat mutat ciklusról ciklusra a maximuma magasságában és a maximumot megelőző "hump" alakjában.

Jelenleg öt olyan RRc csillagot ismerünk, amely Blazhko-effektussal rendelkezhet és szekundér periódusát is megtaláljuk az irodalomban (3.7 táblázat).

3.7 táblázat

Blashko - effektusos RRc csillagok

csillag.	P_O (nap)	P_B (nap)	Δs	eredeti forrásmunka
SS Psc	0.288	136	2	Garbuzov (1979)
RZ Cep	0.309	29.9	5	Ficarrotta és Romoli (1979)
TV Boo	0.313	33.5	8	Detre (1965)
BV Aqr	0.364	11.6	-	Tsesevich (1966, 1972)
RU Psc	0.390	28.8	7	Tremko (1964)

Az első RRc csillag, melynek másodlagos periódusát sikerült meghatározni, az RU Psc volt. Tremko (1964) fotoelektromos észlelései alapján $P_B = 28.8$ napot állapított meg. Meg kell azonban jegyezni, hogy az effektus nagyon gyenge, a fénygörbeváltozás kifejezetten csak a fényességmaximumot megelőző "hump" alakjában fellépő változásokból ismerhető fel. Egy ciklus során a maximum magassága változásának amplitudója 0.03 magn., a minimumé kissé nagyobb, 0.04 magn., míg az észlelési és egyéb hibák (pl. nemzetközi fotometriai rendszer előállítása) miatt a maximum magassága ill. a minimum mélysége fényességének hibája a 0.02 - 0.03 magnitúdót is elérheti (ahogy ez Tremko ábráiból is látható). A felszállóágon a "hump" előtti szakasz időbeli ingadozása viszont meghaladja a 0.015 nap $\approx$ 22 percet (a hiba 5 perc körüli), ami megbízhatóvá teszi Tremko adatát.

A TV Boo szekundér periódusát ugyancsak fotoelektromos észlelésekből Detre (1965) határozta meg ($P_B = 33.5$ nap). A csillag maximuma magasságában kissé nagyobb ingadozásokat mutat, a kék tartományban 0.12, sárgában 0.09 magnitúdót. Felszállóágának időbeli oszcillációja 0.01 nap $\approx$ 15 perc. Tremko és Detre eredményeit alátámasztja az a tény is, hogy mindkét csillagra a maximum magasság (Δm) - szekundér periódus szerinti fázis (ϕ), valamint a felszállóág időbeli oszcillációja (O-C)- ϕ görbék egymáshoz viszonyított helyzete ($\Delta\phi$ fázis különbsége) közel azonos: $\Delta\Psi_{TV} \approx +0.28$, $\Delta\Psi_{RU} \approx +0.22$. Meg kell említeni, hogy Firmanyuk (1974b) vizuális észleléseiből $P_B = 16.14$ napot határozott meg. A vizuális észlelések pontatlansága (legalább 0.^m.2) azonban eleve kérdésessé teszi, hogy kis effektusok levezethetők belőlük.

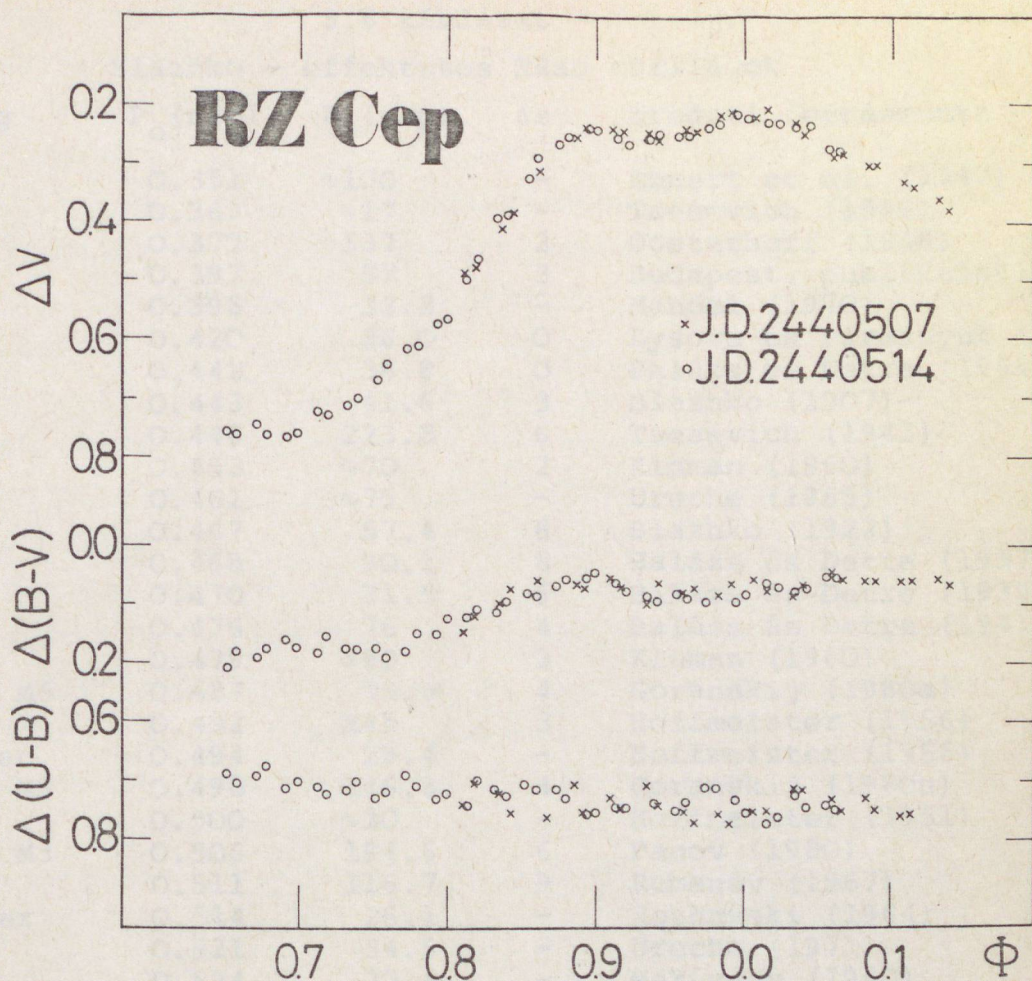
Tsesevich (1966, 1972) szokatlanul erős Blazhko-effektust talált a BV Agr-nál. E csillagnak külön érdekessége a rövid másodlagos periódusa: $P_B = 11.56$ nap. Ez a legrövidebb szekundér periódus, amelyet eddig valaha is találtak, s feltétlenül további vizsgálatokra lenne érdemes. Alacsony deklinációja ($\delta = -22^\circ$) miatt azonban déli obszervatóriumokból figyelhető csak meg.

Az RZ Cep érdekes problémát vet föl. Főleg Todoran (1974) fotoelektromos észleléseire támaszkodva Ficarrotta és Romoli (1979) Blazhko-effektust állapított meg e csillagnál és $P_B = 29.88$ napos másodlagos periódust vezetett le. Ezzel szemben Paczynski (1965b) igen pontos, a Lick Obszervatóriumban nyert fotoelektromos észlelései szerint a fénygörbe szigorúan ismétlődő, és semmi jel nem utal a Blazhko-effektus jelenlétére. Hasonlóképpen, a budapesti észlelések alapján sem következtethetünk a Blazhko-effektus jelenlétére. A 3.7 ábra két éjszakai észlelést mutat, fázis szerint 6 nap különbséggel. Ezért Ficarrotta és Romoli eredményét fenntartással kell fogadni.

Az SS Psc fénygörbeváltozását már Lange (1960) gyanította. Garbuzov (1980) fotoelektromosan észlelte ezt a csillagot a Krim Obszervatóriumban, s 15 fényességmaximumra vonatkozó adatot (O-C, $V_{\max}$, $(B-V)_{\max}$) közölte. Előzetesen $P_B = 136$ napos periódust határozott meg (Garbuzov, 1979), mely újabb észlelésekkel további javításokra szorul.

A 3.8 táblázatban összefoglaltuk az összes ismert Blazhko-effektussal rendelkező RRab csillagot.

Az irodalomban 44 RRab csillag esetében találunk utalást a hosszú, másodlagos periódusra. Több esetben ezt óvatossággal kell



3.7 ábra: Az RZ Cep fénygörbéje (budapesti megfigyelések)

fogadni, ugyanis a vizuális észlelések nagy szórását olykor valószínűs fénygörbeváltozásnak tekintik. Az XX And-ról ($P_O = 0.723$, $P_B = 36$ nap) már szó volt. Az AT And ($P_O = 0.617$, $P_B = 82.7$ nap) fénygörbeváltozását Chumak (1965) állította. A budapesti megfigyelések (Oláh és Szeidl, 1978) azonban megcáfolták ezt. Az AA Aql többszörös periodicitását ($P_O = 0.362$, $P_B = 18$ v. > 100 nap) Lange (1962) jelentette be, de korábbi budapesti fotografikus észlelések (Balázs, 1938) és későbbi fotoelektromos észlelések (Paczynski, 1965a, 1966) egyértelműen mutatják, hogy a csillag csak alapperiódusában pulzál, s másodlagos fényváltozással nem rendelkezik. A DX Del-vel hasonló a helyzet. Kanishcheva (1971) vizuális észlelései alapján, bár némi fenntartással, fénygörbeváltozás ($P_O = 0.473$, $P_B = 35$ nap) jelenlétét gyanítja. A korábbi fotoelektromos észlelések (Fitch et al., 1966; Preston, 1961) nem utalnak semmiféle fénygörbeváltozásra. Firmanyuk (1974a) a KX Lyr-t vizs-

3.8 táblázat

Blazhko - effektusos RRab csillagok

csillag	P_O (nap)	P_B (nap)	Δs	eredeti forrásmunka
BM Del	0.351	~ 100	-	Ahnert et al. (1947)
AH Cam	0.369	~ 17	-	Tsesevich (1966)
RS Boo	0.377	537	2	Oosterhoff (1946)
RR Gem	0.397	37	3	Budapest, publikálatlan
MW Lyr	0.398	33.3	-	Mandel (1970)
DM Cyg	0.420	26.0	0	Lysova és Firmanyuk (1980)
SW And	0.442	36.8	0	Balázs és Detre (1954)
RW Dra	0.443	41.6	3	Blazhko (1907)
RV Cap	0.448	223.8	6	Tsesevich (1943)
BI Cen	0.453	~ 70	2	Kinman (1960)
TU Com	0.461	~ 75	-	Ureche (1965)
XZ Cyg	0.467	57.4	6	Blazhko (1922)
RV UMa	0.468	90.1	8	Balázs és Detre (1957)
AR Her	0.470	31.5	6	Balázs és Detre (1939)
XZ Dra	0.476	76	4	Balázs és Detre (1941)
RY Col	0.479	~ 90	3	Kinman (1960)
V14 in M5	0.487	75.0	4	Goranskij (1980a)
X Ret	0.492	≥ 45	3	Hoffmeister (1956)
V674 Cen	0.494	29.4	-	Hoffmeister (1956)
V63 in M5	0.498	146.8	4	Goranskij (1980b)
KM Lyr	0.500	~ 30	-	Hoffmeister (1951)
V5 in M3	0.506	194.6	6	Panov (1980)
RZ Lyr	0.511	116.7	9	Romanov (1967)
V434 Her	0.514	26.1	-	Rozhavski (1964)
SW Psc	0.521	34.5	-	Ureche (1971)
Y LMi	0.524	33.4	-	Martynov (1940)
V2 in M5	0.526	~ 132	4	Goranskij (1980b)
V30 in M53	0.535	37.0	-	Wachmann (1968)
SZ Hya	0.537	25.8	-	Kanyó (1970)
UV Oct	0.543	~ 80	9	Hoffmeister (1956)
V788 Oph	0.547	~ 115	-	Mandel (1969)
RW Cnc	0.547	87	7	Blazhko (1922)
AD UMa	0.548	35-40	-	Hoffmeister (1958)
TT Cnc	0.563	89	7	Szeidl (1968a)
RR Lyr	0.567	40.6	6	Hertzsprung (1922)
V829 Oph	0.569	~ 165	-	Mandel (1969)
AR Ser	0.575	105	8	Szeidl (1967)
WY Dra	0.589	14.3	-	Chis et al. (1975)
DL Her	0.592	33.6	-	Szeidl (1963)
V365 Her	0.613	40.6	-	Tsesevich (1961)
ST Boo	0.622	284	10	Lange és Firmanyuk (1975)
BH Peg	0.641	39.8	5	Kudryashova (1978)
Z CVn	0.654	22.7	8	Kanyó (1966)

gálta vizuálisan és a fényváltozásban egy másodlagos periódust ($P_O = 0.441$, $P_B = 132.7$ nap) vezetett le. Ha viszont Fitch et al. (1966) és Stepień (1972) e csillagra vonatkozó fotoelektromos észleléseit összevetjük, a másodlagos periódusra jellemző változásokat nem találjuk. Ugyancsak vizuális észlelések alapján Blazhko-effektust állapított meg Batyrev (1957) az AN Ser-nél ($P_O = 0.522$,

$P_B = 21.9$ nap). Hosszu éveken át végzett rendszeres budapesti megfigyelések viszont nem mutatták az effektust (Szeidl, 1968b; Kanyó és Szeidl, 1974).

Az említett csillagokat kihagytuk a táblázatból. Meg kell jegyezni, hogy a jövőbeli pontosabb fotoelektromos észlelések további csillagokat is törölhetnek a táblázatból, ill. újabbak kerülhetnek be. Az RR Gem azonban egy érdekes kérdést vet föl. A budapesti fotografikus anyag szerint a 30-as években Blazhko-effektussal rendelkezett, viszont az újabb fotoelektromos észlelések szerint fénygörbéje az utóbbi huszonöt évben biztos, hogy nem volt változó. Ez azt jelenti, hogy a Blazhko-effektus megszűnhet. Ugyancsak elgondolkoztató az SW And esete. Shapley (1921) legalább 0.4 magnitúdós ingadozást figyelt meg a maximum magasságában, míg 30 évvel később csak a felszállóágon lévő "hump" alig kimutatható periodikus változása (Balázs és Detre, 1954) utalt a Blazhko-effektus jelenlétére. Mindez óvatosságra int, amikor egy-egy csillagról döntünk, vajon a megfigyelések voltak hibásak, vagy az effektus szűnt meg. Tény viszont, hogy az elmúlt 30 év alatt egyszer sem következett be, hogy fotoelektromosan jól észlelt stabil fénygörbéjű RR Lyrae csillagnál hirtelen föllépett volna a Blazhko-effektus.

Az említett bizonytalanságok ellenére a 3.8 táblázatból egyértelműen látható, hogy az alapperiódus (P_O) és a másodlagos periódus (P_B) között nincs semmiféle kapcsolat.

A 3.8 táblázatban a Δs -et, a fémtartalomra jellemző indexet is megadtuk. Ezeket elsősorban Preston (1959), Kinman (1960), Clube et al. (1969) és Willis (1972) munkáiból vettük. A Δs paramétert 180 RRab csillagra ismerjük, így vizsgálhatjuk a Blazhko-effektus és a csillagok fémtartalma közötti kapcsolatot:

3.9 táblázat

Blazhko - effektus és fémtartalom

Δs	RRab Bl.-eff. ismert P_B -vel	RRab Össz.	%
0 - 2	4	44	9.1
3 - 5	6	46	13.0
6 - 8	9	72	12.5
9 - 11	3	18	16.7

A fémtartalom csökkenésével a relatív gyakoriság növekvőnek tűnik (Szeidl, 1976). Ez összhangban van azzal a ténnyel, hogy az alacsony fémtartalmu gömbhalmazok általában sok Blazhko-effektu-

sos RR Lyrae csillagot tartalmazznak, továbbá Tsesevich-nek (1972) a mező RR Lyrae-kre vonatkozó következtetésével, hogy az alacsony kalcium-tartalmu csillagokat instabilabb pulzáció jellemzi.

A további vizsgálatok arra utaltak, hogy több csillagnál a második periódus mellett további periódus is létezik. A 3.10 táblázatban az újabb munkák alapján a szekundér periódus pontosított értéke mellett a feltételezett harmadik periódust is megadjuk.

3.10 táblázat

RRab csillagok két Blazhko - periódussal

csillag	$P_{O(n\dot{a}p)}$	$P_{B1(n\dot{a}p)}$	$P_{B2(n\dot{a}p)}$	P_{B1}/P_{B2}	irodalom
RS Boo	0.377	62	533	8.60	Kanyó (1980)
RW Dra	0.443	41.61	121.4	2.92	Balázs és Detre (1952)
XZ Cyg	0.467	57.25	153.8	2.69	Muller (1953)
AR Her	0.470	31.55	90.83	2.88	Almár (1961)
Y LMi	0.524	33.4	89.2	2.67	Balázs (1956)
RW Cnc	0.547	29.6	91.1	3.08	Balázs és Detre (1950)
RR Lyr	0.567	40.7	122.1	3.00	Walraven (1949)

E kérdés azonban alaposabb vizsgálatot igényel. A harmadik periódus hossza gyakorlatilag egy évben a megfigyelési időszakkal azonos, így több egymást követő ciklus megfigyelésére még nem került sor, hosszú adatsorra vonatkozó szigorú periódusanalizist pedig még nem végeztek. Ha a megfigyelt eseményeket kritikusan tekintjük át, rögtön kiderül, hogy a P_{B1} , P_{B2} periódusokat a 3.10 táblázatban felsorolt változókra nem tudjuk egységesen értelmezni.

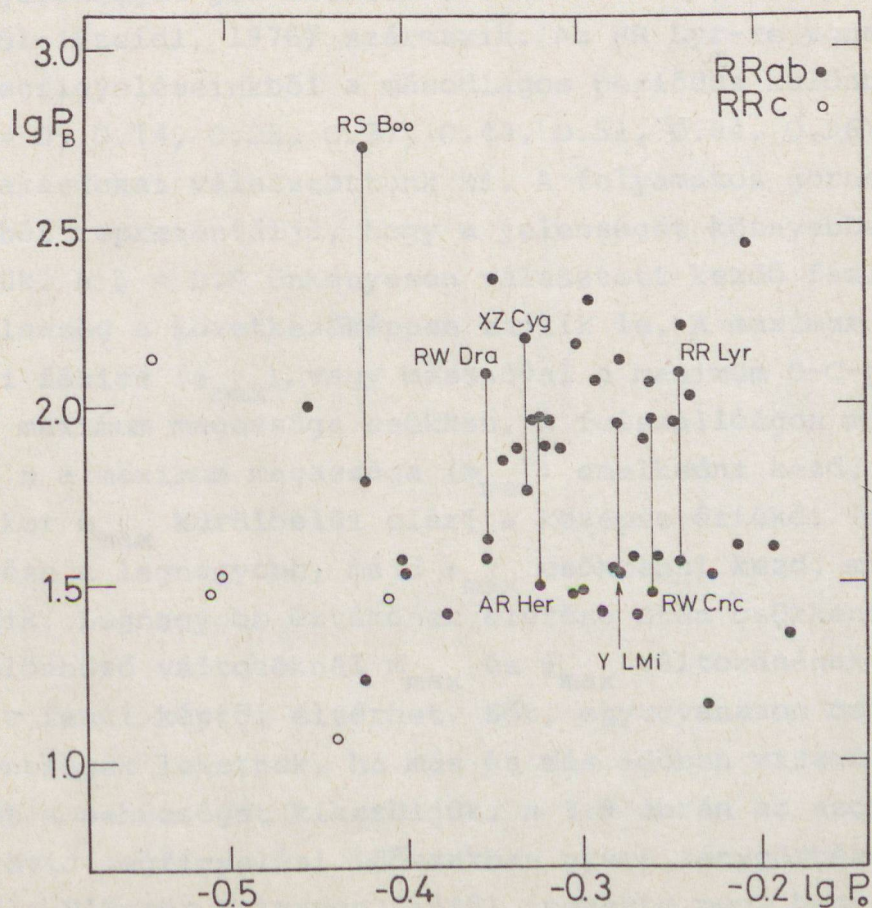
Az RS Boo 533 napos ciklusának amplitudója a maximum magasságának ingadozásában (a kék színben) $\Delta b \approx 0.4$, a maximum fázisában $\Delta(O-C)_{\max} \approx 0.03$. A hosszú ciklusokra szuperponálódnak a rövid-periódusu (62 napos) ciklusok, melyeknél a maximum fényessége ingadozásának amplitudója elérheti a $\Delta b \approx 0.05$ -t, a fázisingadozás pedig $\Delta(O-C)_{\max} \approx 0.05$ -ot (Oosterhoff, 1946; Kanyó, 1980). Az XZ Cyg (Muller, 1953) és az RW Cnc (Balázs és Detre, 1950) esetében P_{B1} és P_{B2} létezéséhez nem fér kétség. Mindkét esetben a diszkusszió nagy fotografikus anyagon alapul. P_{B2} , ebben a két esetben, két rezgés modulációjaként értelmezhető. Ha $P_{\text{mod}} = P_{B2}$, a második rezgés periódusa (P_2) egyszerűen nyerhető:

$$(1/P_{B1}) \pm (1/P_{B2}) = 1/P_2$$

Ha feltesszük, hogy $P_2 < P_{B1}$, akkor az XZ Cyg esetében $P_2 = 41.7$ nap, az RW Cnc-ra pedig $P_2 = 22.3$ nap adódik (Ha $P_{B1} > P_2$, akkor 91.2 nap ill. 43.8 nap).

Balázs (1956) Martynov (1940) kevésbé pontos vizuális észleléseit analizálta, és eredménye szerint az Y LMi esetében is reálisnak fogadhatjuk el P_{B2} -t, és értelmezése az XZ Cyg ill. RW Cnc-éhoz hasonló lehet ($P_2 = 24.3$ nap, vagy 53.4 nap). A további három esetben (RW Dra, AR Her és RR Lyr) határozott válasz nem adható. Sőt, Balázs és Detre (1962) az RW Dra és RR Lyr esetében P_{B2} létezését tagadja, s a fellépő fluktuációkat nem-periodikus effektusnak tudja be.

A 3.8, 3.9 és 3.10 táblázatok adatait összevetve, az eddigi diszkusszió alapján kijelenthetjük, hogy a Blazhko-effektussal rendelkező csillagok periódusai (P_O , P_B ill. P_{B1} és P_{B2}) között nyilvánvaló összefüggés nem áll fenn. A tisztább kép érdekében a 3.8 ábrán ábrázoltuk a periódusok egymástól való függését ($\lg P_O - \lg P_B$): az RRc csillagokat üres körök, az RRab csillagokat pontok jelölik. A hét csillag (RS Boo, RW Dra, XZ Cyg, AR Her, Y LMi, RW Cnc, RR Lyr), amely két hosszú másodlagos periódussal (P_{B1}, P_{B2}) rendelkezik, külön is meg van jelölve az ábrán, s a (P_O, P_{B1}) , (P_O, P_{B2}) pontpárok össze is vannak kötve.



3.8 ábra: Az alap (P_O) és a Blazhko-effektus periódusa közötti kapcsolat

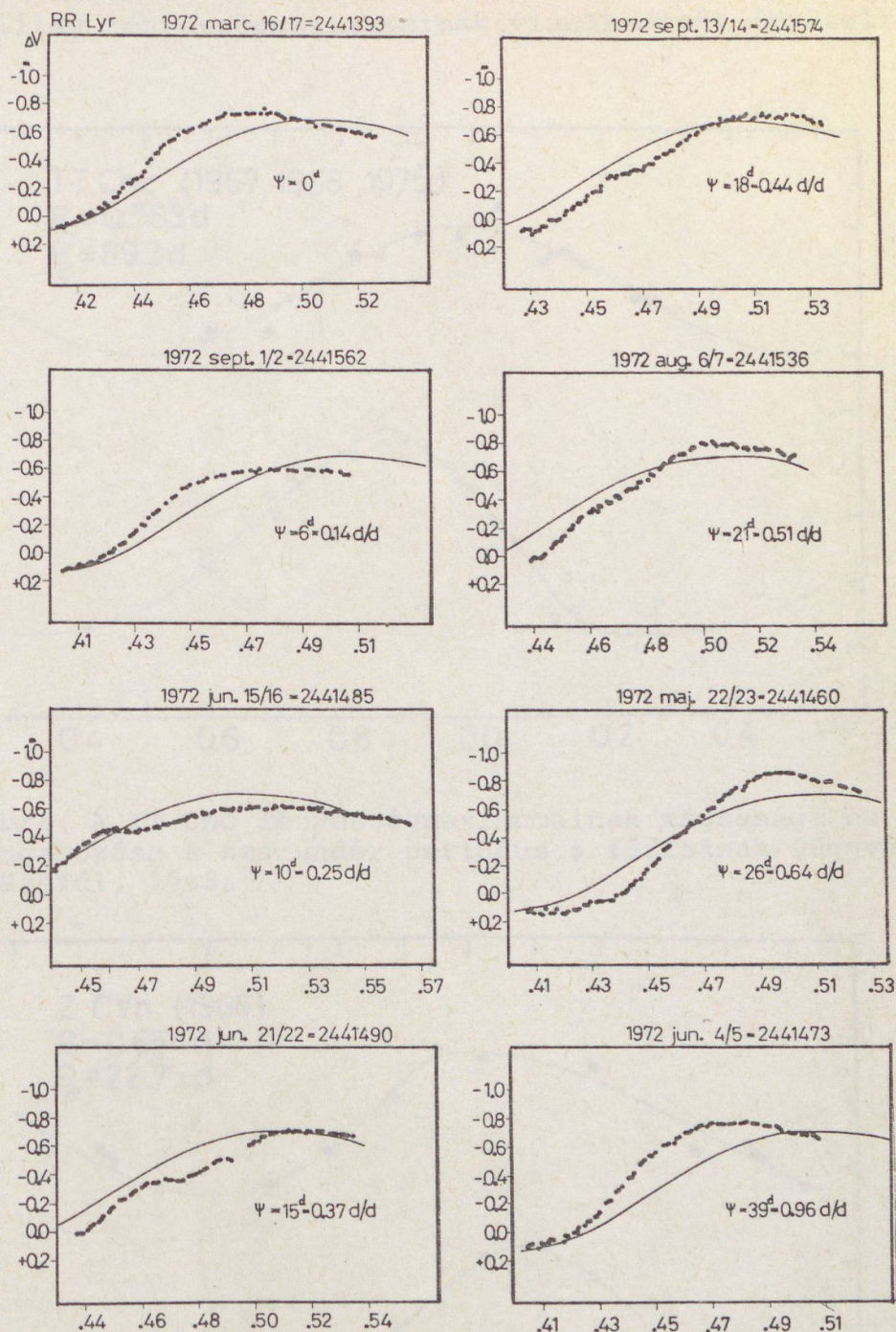
Egy-két esettől eltekintve, úgy tűnik, hogy a periódusok két csoportra oszlanak, az egyik csoportban $\lg P_B \approx$ állandó (≈ 1.5), a másik csoportban $\lg P_B \approx 5.5 \lg P_O + 4.0$. E kérdésre a Blazhko-effektus értelmezésénél részletesen és pontosabban vissza kell még térnünk, ugyanis az effektus fizikai interpretációjában fontos szerepet játszik. Érdekes, hogy a két periódussal rendelkező csillagoknál P_{B1} az egyik, P_{B2} a másik csoportba tartozik. Az RS Boo, mint több más jellemző paraméterében, periódusait tekintve is, a többitől eltérő viselkedésű.

3.2.3 A Blazhko-effektussal rendelkező csillagok jellemzői.

Fénygörbeváltozás.

A másodlagos periódus során a Blazhko-effektusos csillagok nagyon jellemző fénygörbeváltozáson mennek át. Különösen a felszállóág és a fényességmaximum formájában jelentősek a változások, éppen ezért a megfigyelések a fénygörbének erre a szakaszára koncentrálnak. A fénygörbe formájának periodikus változásával a maximum ill. a felszállóág különböző fényességű pontjai is oszcillálnak. A jelenséget jól szemlélteti a 3.9 ábra, amely egy korábbi munkából (Szeidl, 1976) származik. Az RR Lyr-re vonatkozó budapesti megfigyeléseinkből a másodlagos periódus különböző fázisaihoz ($\psi = 0, 0.14, 0.25, 0.37, 0.44, 0.51, 0.64, 0.96$) tartozó fénygörbeszakaszokat választottunk ki. A folyamatos görbe az átlagos fénygörbét reprezentálja, hogy a jelenséget könnyebben nyomon követhessük. A $\psi = 0.0$ önkényesen választott kezdő fázistól kiindulva a jelenség a következőképpen zajlik le. A maximum főperiódus szerinti fázisa ($\varphi_{\max}$), vagy másszóval a maximum O-C-je növekedni kezd, a maximum magassága csökken. A felszállóágon megjelenik a "hump", s a maximum magassága ($m_{\max}$) emelkedni kezd, $\varphi_{\max}$ tovább nő. Amikor $m_{\max}$ körülbelül eléri a közepes értékét ($\bar{m}_{\max}$) a maximum késése a legnagyobb, majd $\varphi_{\max}$ csökkenni kezd, míg $m_{\max}$ tovább emelkedik. Legnagyobb értékének elérése után csökkenni kezd, stb.

Különböző változóknál $m_{\max}$ és $\varphi_{\max}$ változásának lefutása fázisban a fenti képtől eltérhet. Sőt, egyugyanazon csillag esetében is különbségek lehetnek, ha más és más időben vizsgáljuk őket. Hogy ezt a nehézséget kikerüljük, a 3.9 ábrán az azonos évben (1972-ben), rövid megfigyelési időszakban nyert fénygörbéket használtunk csak föl. Először Walraven (1949) jegyezte meg, hogy magánál az RR Lyr-nél a Blazhko-effektus egymást követő ciklusai hosszúságában és amplitudójában is különbségek lehetnek. Érdekes és fontos

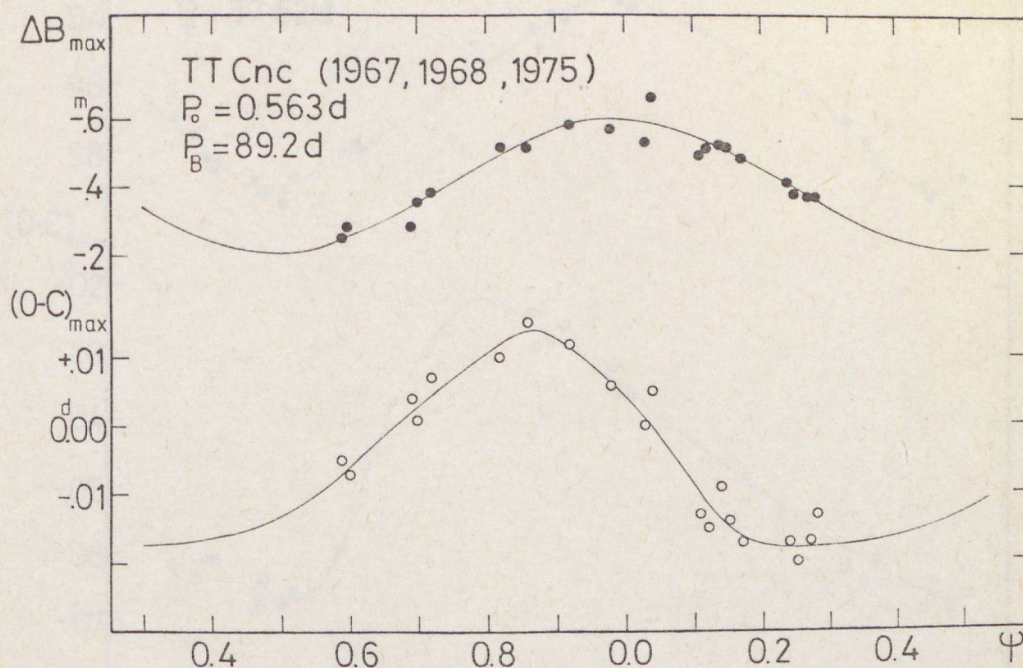


3.9 ábra: Az RR Lyr fénygörbéje a szekundér periódus különböző fázisaiban (Szeidl, 1976)

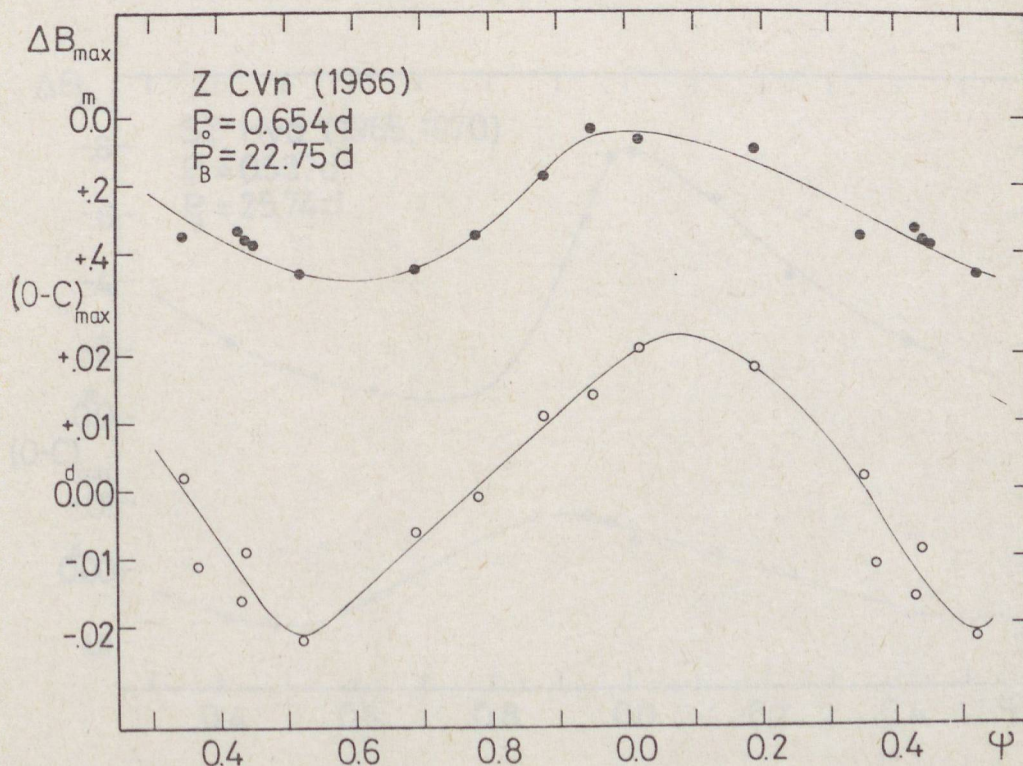
ténynek látszik, hogy fénygörbeváltozása során a csillag minden fénygörbealakot felvesz, s a fénygörbealakot jellemző paraméterek a fényváltozás amplitudójának a függvényei.

A fénygörbeváltozás lefutása a különböző szinttartományokban azonos, csak az amplitudójában van különbség. A kék tartományban a fényességváltozások nagyobbak.

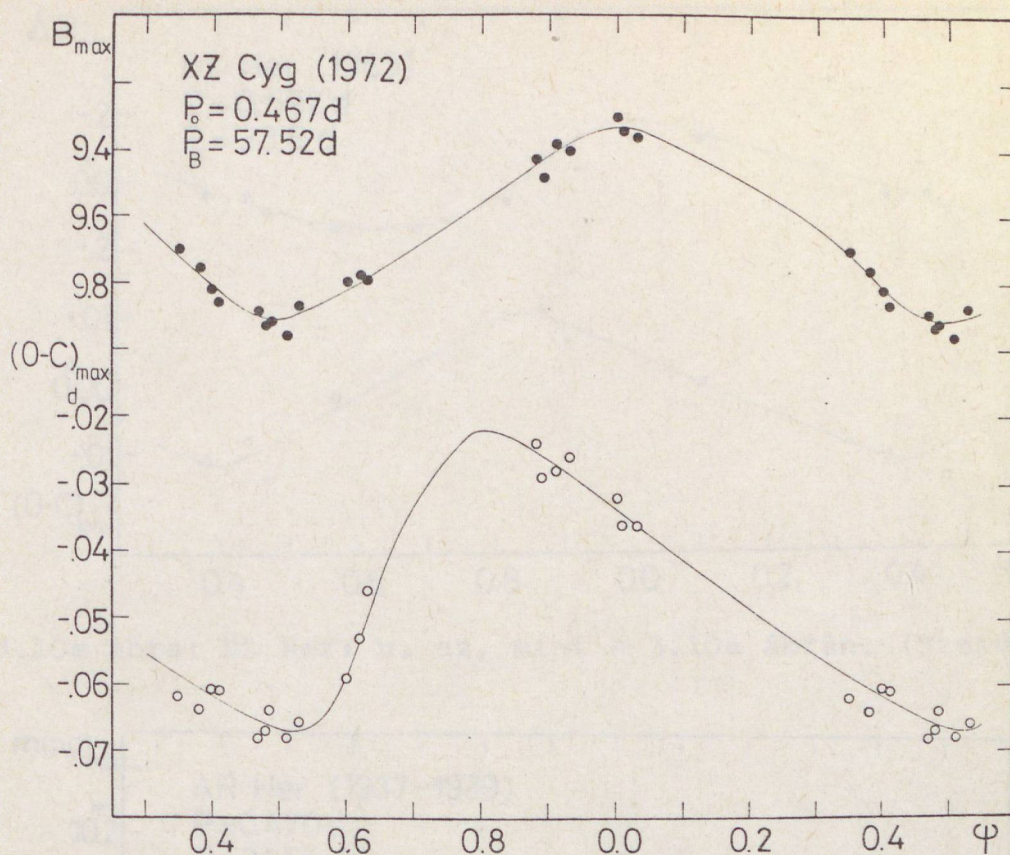
A 3.10 ábrákon 10 viszonylag jól vizsgált Blazhko-effektusos RRab csillag fényességmaximumainak viselkedését ábrázoltuk.



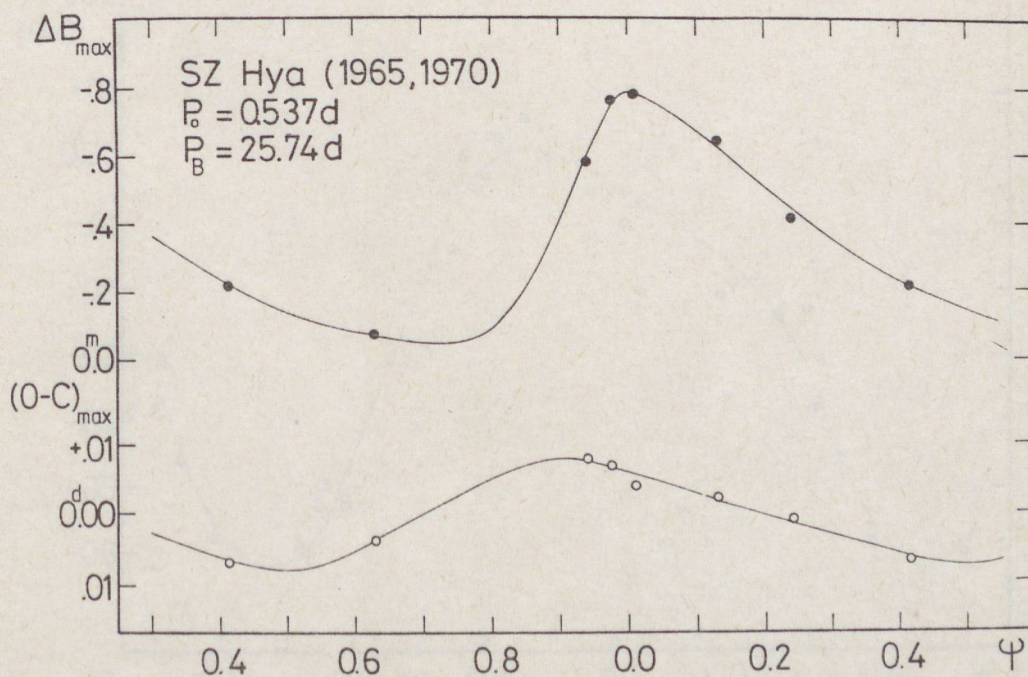
3.10a ábra: A TT Cnc fényességmaximumainak magassága és O-C ingadozása a szekunder periódus ψ fázisának függvényében. (Szeidl, 1968a)



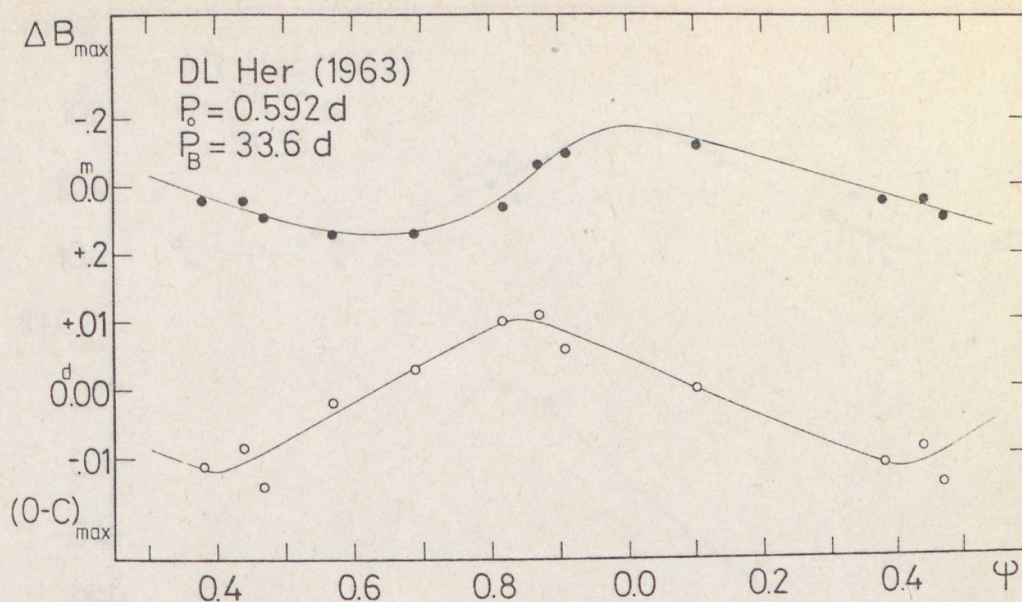
3.10b ábra: Z CVn: u. az, mint a 3.10 ábrán. (Kanyó, 1966, adatai alapján)



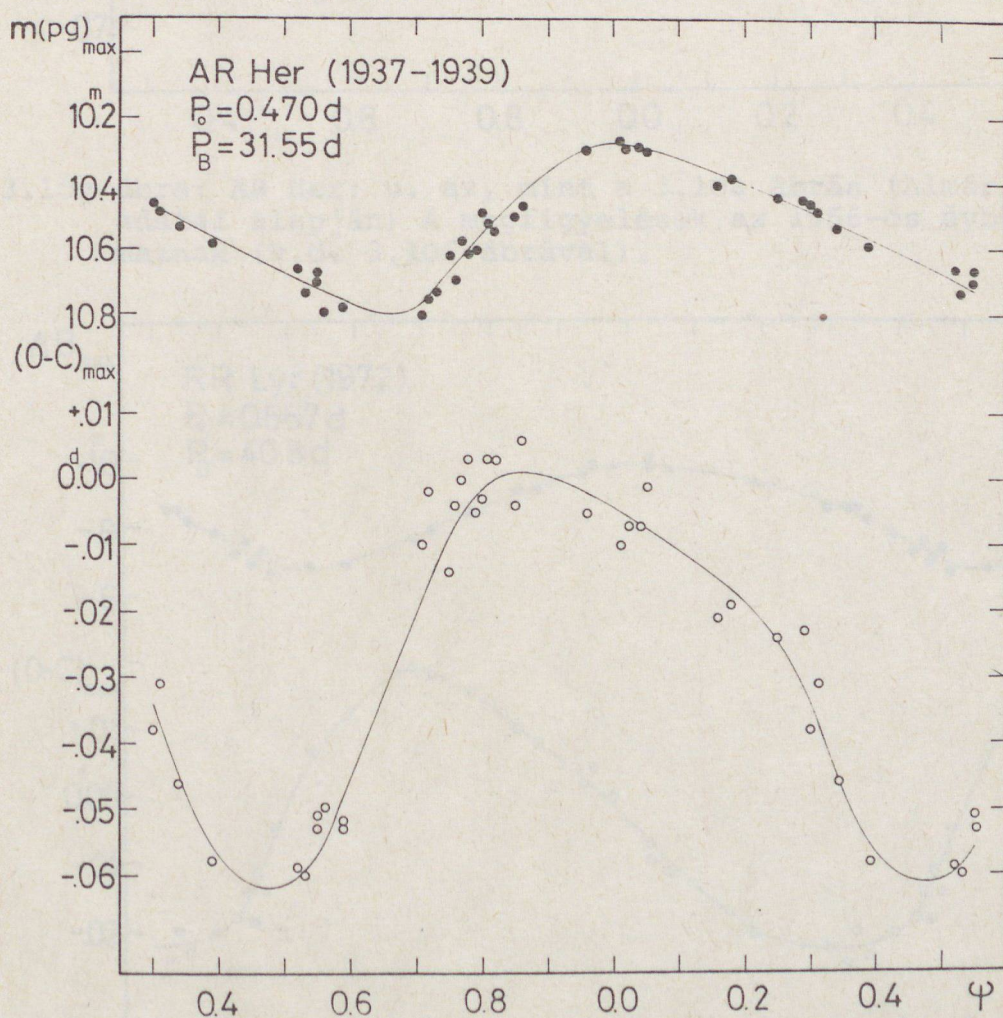
3.10c ábra: XZ Cyg: u. az, mint a 3.10a ábrán. (Kunchev, 1974a, b, adatai alapján)



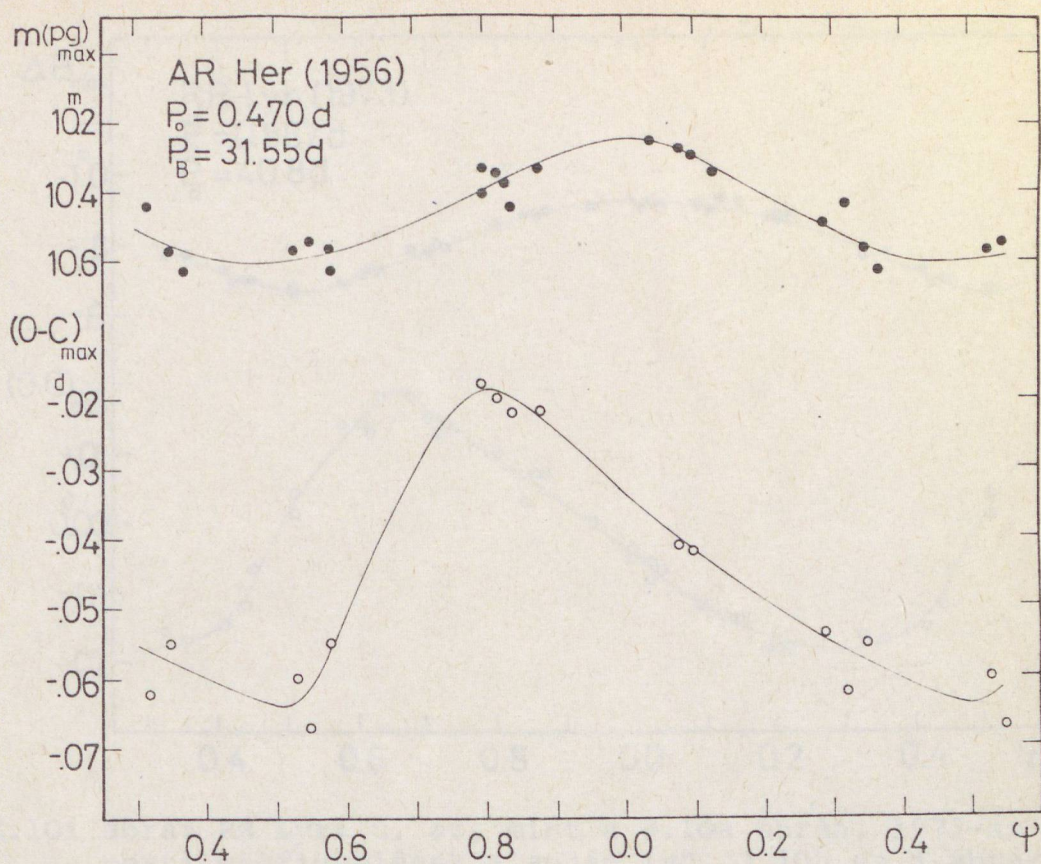
3.10d ábra: SZ Hya: u. az, mint a 3.10a ábrán. (Kanyó, 1970, adatai alapján)



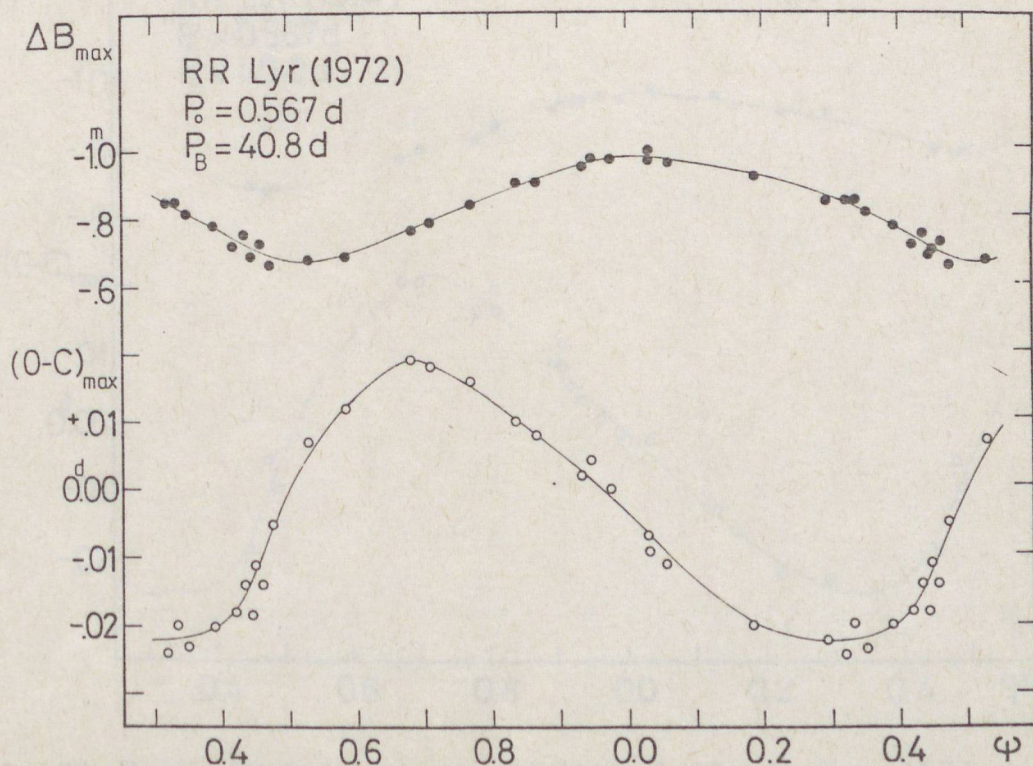
3.10e ábra: DL Her: u. az, mint a 3.10a ábrán. (Szeidl, 1963)



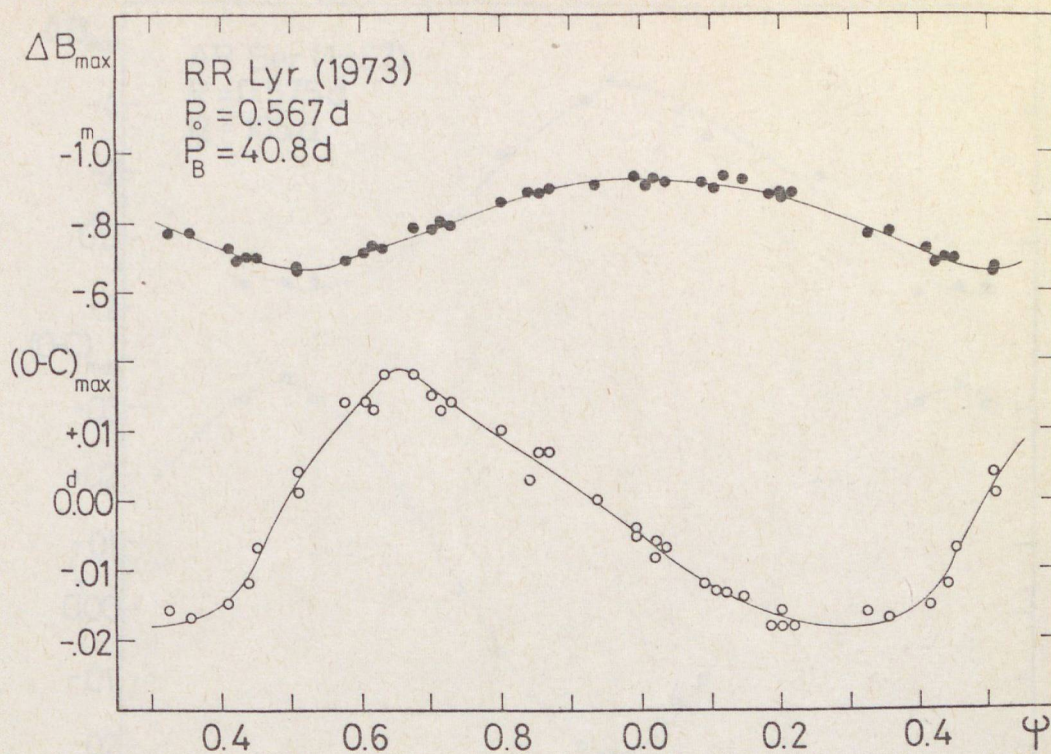
3.10f ábra: AR Her: u. az, mint a 3.10a ábrán. (Balázs J. és Detre, 1939, adatai alapján) A megfigyelések az 1937-1939-es évekből származnak (vö. 3.10g ábrával).



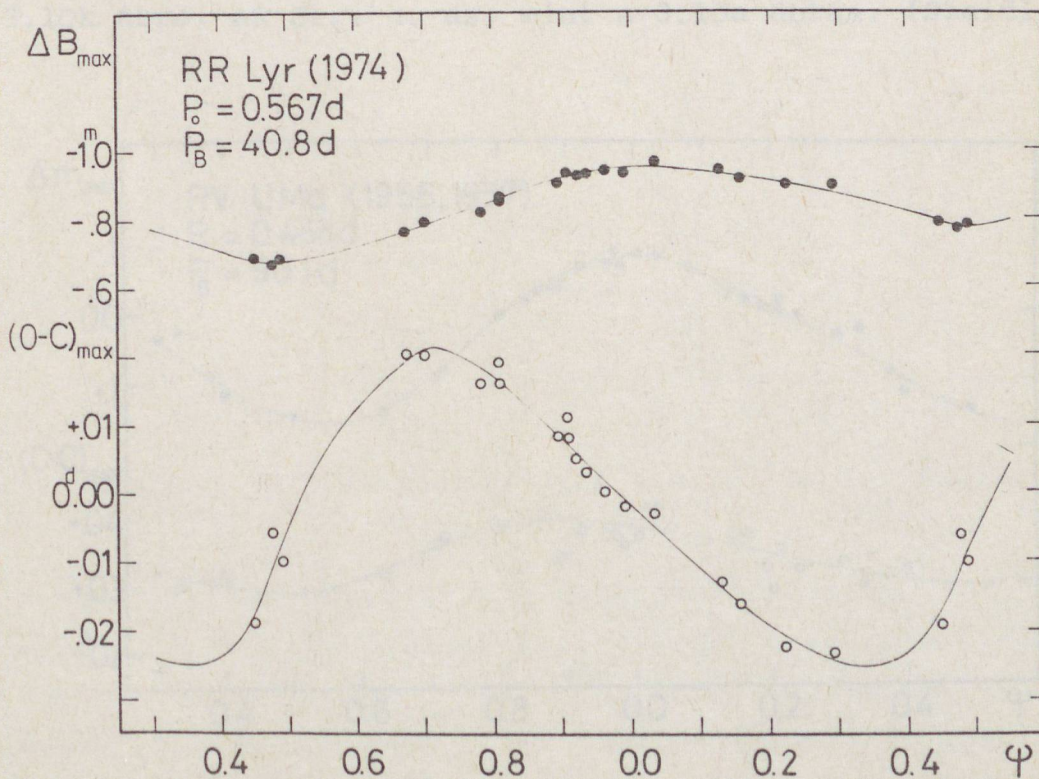
3.10g ábra: AR Her: u. az, mint a 3.10a ábrán (Almár, 1961, adatai alapján) A megfigyelések az 1956-os évből származnak (v.ö. 3.10f ábrával).



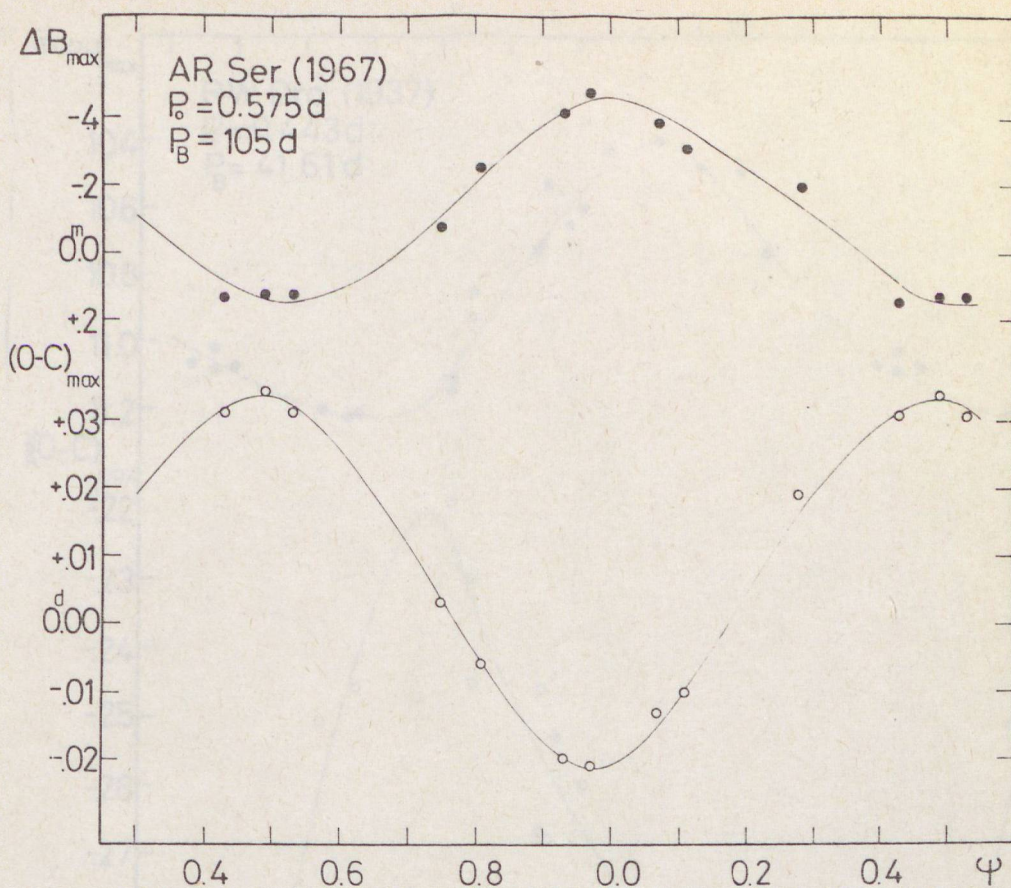
3.10h ábra: RR Lyr: u. az, mint a 3.10a ábrán. 1972-es budapesti megfigyelések alapján (vö. 3.10i és j ábrákkal).



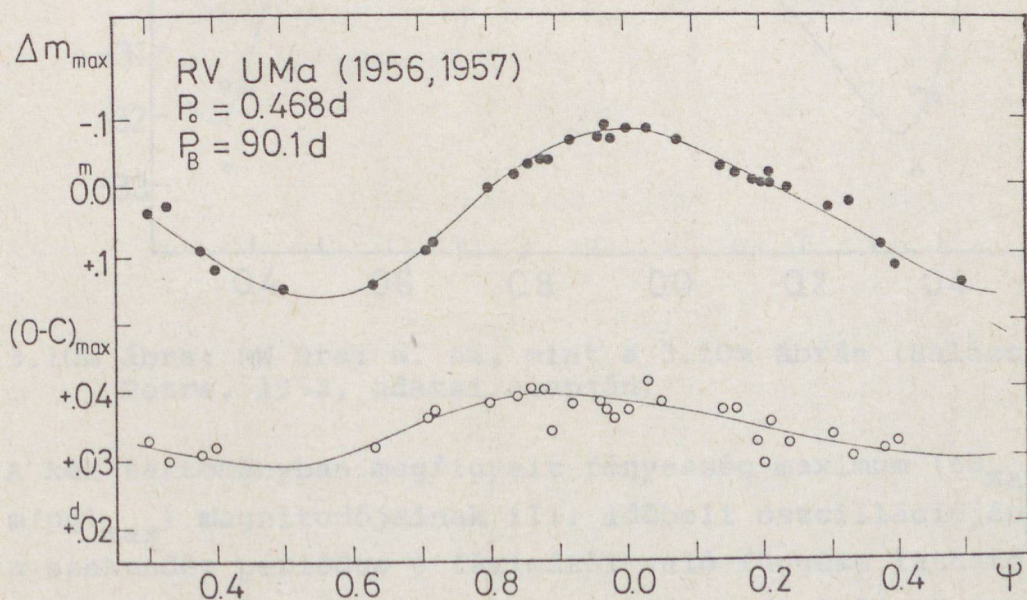
3.10i ábra: RR Lyr: u. az, mint a 3.10a ábrán. 1973-as budapesti megfigyelések alapján (vö. 3.10h és j ábrákkal).



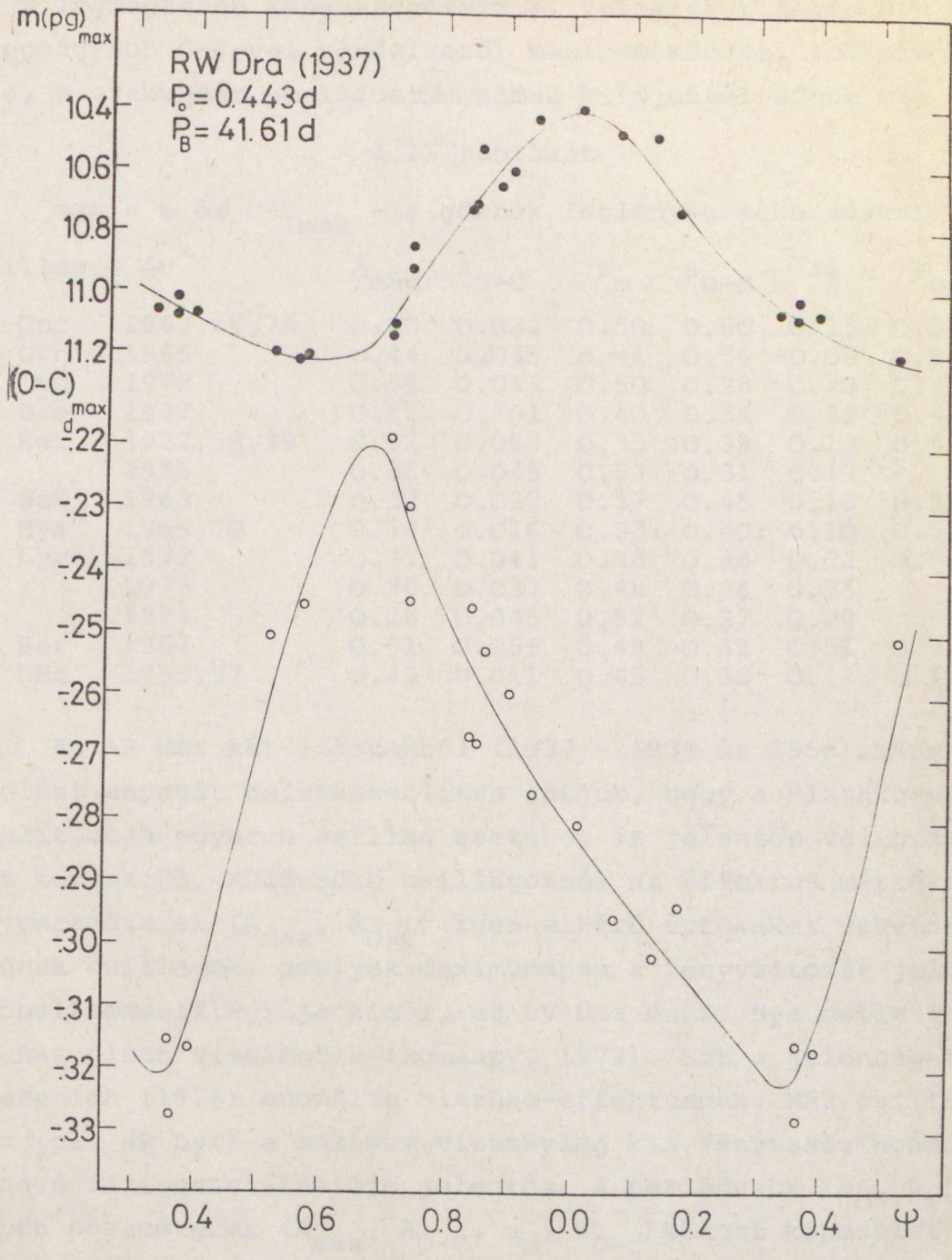
3.10j ábra: RR Lyr: u. az, mint a 3.10a ábrán. 1974-es budapesti megfigyelések alapján (vö. 3.10h és i ábrákkal).



3.10k ábra: AR Ser: u. az, mint a 3.10a ábrán. (Szeidl, 1967)



3.10l ábra: RV UMa: u. az, mint a 3.10a ábrán. (Balázs J. és Detre, 1957, adatai alapján)



3.10m ábra: RW Dra: u. az, mint a 3.10a ábrán (Balázs J. és Detre, 1952, adatai alapján)

A kék tartományban megfigyelt fényesség maximum (ΔB_{max} , B_{max} , $m(pg)_{max}$) magnitúdójainak ill. időbeli oszcillációjának ($(O-C)_{max}$) a szekundér periódus ψ fázisától való függése látható. E görbék leglényegesebb adatait a 3.11 táblázat foglalja össze: a megfigyelés ideje és az ismert periódusok mellett a maximumok fényesség-ingadozásának amplitudóját (A_{max}), időbeli oszcillációja amplitudóját (A_{O-C}), a görbék aszimmetriáját jellemző indexeket (μ_m , μ_{O-C} = görbe maximuma - minimuma a szekundér periódus fázisában)

és a legmagasabb fényességmaximum, valamint a leginkább késő (legnagyobb O-C-vel rendelkező) maximum közötti időkülönbséget ($\Delta\phi$, a szekundér periódusfázisában kifejezve) adtuk meg.

3.11 táblázat

max - ϕ és O-C_{max} - ϕ görbék leglényegesebb adatai

csillag	év	$A_{\max}$	A_{O-C}	μ_m	μ_{O-C}	$\Delta\phi$	P_O	P_B
TT Cnc	1967,68,75	0.40	0.032	0.50	0.60	0.13	0.563	89.2
Z CVn	1966	0.44	0.045	0.41	0.56	-0.08	0.654	22.75
XZ Cyg	1972	0.59	0.045	0.50	0.28	0.20	0.467	57.52
RW Dra	1937	0.82	0.101	0.40	0.34	0.32	0.443	41.61
AR Her	1937,38,39	0.52	0.063	0.33	0.39	0.13	0.470	31.55
	1956	0.35	0.045	0.53	0.31	0.19		
DL Her	1963	0.32	0.022	0.37	0.45	0.15	0.592	33.6
SZ Hya	1965,70	0.74	0.016	0.28:	0.40:	0.10	0.537	25.74
RR Lyr	1972	0.32	0.041	0.48	0.38	0.32	0.567	40.8
	1973	0.26	0.037	0.48	0.36	0.35		
	1974	0.28	0.046	0.52	0.37	0.29		
AR Ser	1967	0.61	0.055	0.49	0.52	0.51	0.575	105
RV UMa	1956,57	0.49	0.011	0.45	0.38	0.12	0.468	90.1

Az AR Her két időszakból (1937 - 1939 és 1956) származó megfigyelési anyagát összehasonlítva látjuk, hogy a Blazhko-effektus amplitudója egyazon csillag esetében is jelentős változásokon mehet keresztül. Különböző csillagoknál az effektus mértékét kifejező paraméterek ($A_{\max}$, A_{O-C}) igen eltérő értékeket vehetnek föl. Vannak csillagok, amelyek maximumában a fényváltozás jelentős, míg időbeli oszcillációja kicsi, az RV UMa és SZ Hya mellett az RR Lyr is hasonlóan viselkedik (Romanov, 1972). Ezt a jelenséget nevezi Tsesevich (1976) anomális Blazhko-effektusnak. Más csillagok esetében (pl. RR Lyr) a maximum viszonylag kis fényességingadozása ellenére fázisoszcillációja jelentős. A periódusok (P_O , P_B) és az egyéb paraméterek ($A_{\max}$, A_{O-C} , μ_m , μ_{O-C}) között kapcsolat nincs, amit az is alátámaszt, hogy egyazon csillagnál (meghatározott P_O és P_B érték mellett) nemcsak a görbék amplitúdói ($A_{\max}$, A_{O-C}), hanem az aszimmetriájukat kifejező paraméterek (μ_m , μ_{O-C}) értékei is jelentősen változhatnak (ld. pl. AR Her). Ugyancsak nincs kapcsolat a paraméterek között sem. Nincs szigorú kapcsolat a szekundér periódus fázisában a maximumok időbeli és fényességbeli oszcillációja között sem.

Az $m_{\max} - \phi$ és $(O-C)_{\max} - \phi$ görbék szimmetriáját (μ_m , μ_{O-C}) többen is vizsgálták (Klepikova, 1956, 1957, 1958; Almár, 1961, Bezdenezhny, 1977), s azt találták, hogy az előbbi formája általában "szimmetrikusabb":

$$|\mu_m - 0.5| < |\mu_{O-C} - 0.5|$$

Klepikova (1958) kivételként csak az XZ Dra-t emliti, de az általunk vizsgált tíz csillag közül ez csak hat esetben (TT Cnc, XZ Cyg, RW Dra, RR Lyr, AR Ser, RV UMa) igaz, egy esetben (AR Her) pedig időben változó, pl. 1937 - 1939 között a fordítottja állt.

A legmagasabb és a pozitív irányba legeltolódottabb maximumok közötti $\Delta\phi$ fáziskülönbség változása egyazon csillagnál nem haladja meg a 0.06-ot, ezért mondhatjuk, hogy a Blazhko-effektusos csillag lényeges jellemzője. Viszont semmilyen kapcsolatban sincs a periódusokkal, fémtartalommal, vagy a csillag egyéb jellemzőivel (Szeidl, 1976). A vizsgált csillagok alapján csak annyi mondható, hogy

$$-0.08 \leq \Delta\phi \leq 0.51$$

Bár Klepikova (1958) összefüggést sejt A_{O-C} és $\Delta\phi$ között, vizsgálataink ezt nem erősítették meg.

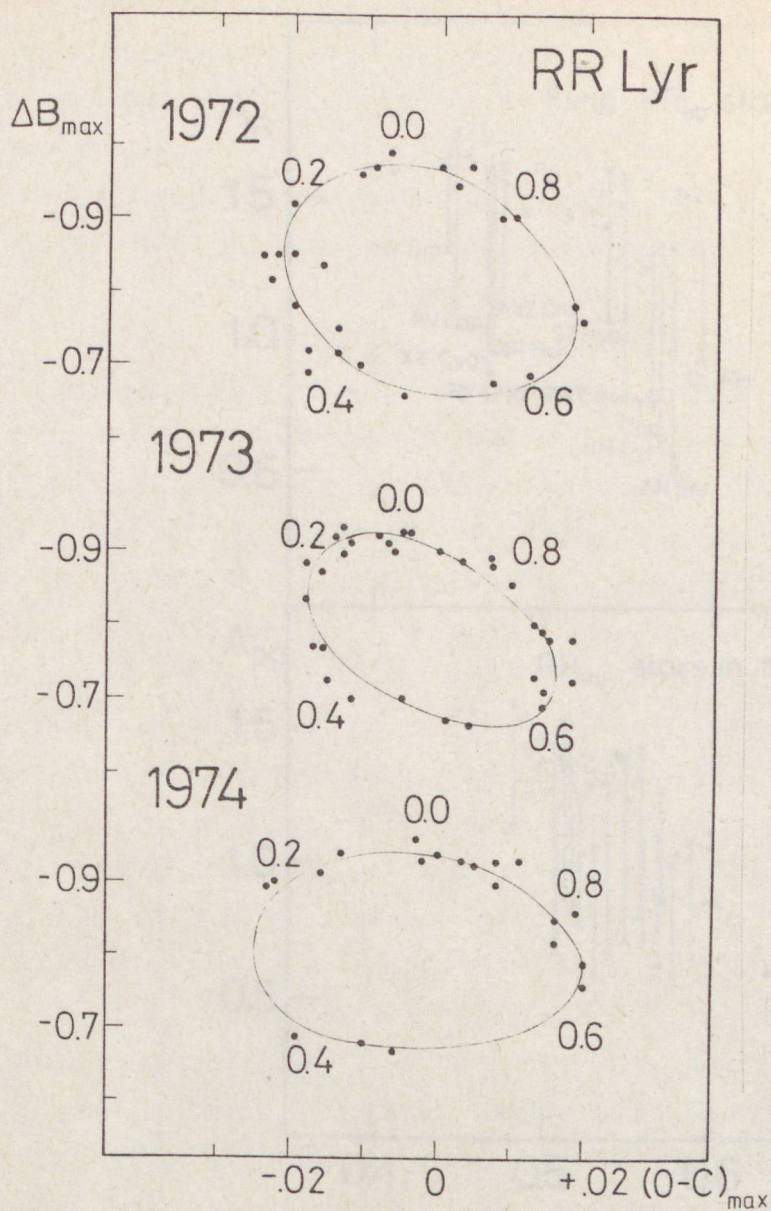
E megállapítások a Blazhko-effektusra kidolgozott modellekkel kapcsolatban, mint látni fogjuk, nagyon élesen vetődnek föl.

Klepikova (1956) már első vizsgálatában egy érdekes jelenségre hívta föl a figyelmet, mely a későbbi vizsgálatok során teljes megerősítést nyert. Általában igaz, hogy ha az $m_{\max} - \phi$ görbe amplitúdója (A_m) csökken, akkor az $\bar{m}_{\max}$ átlagérték nő, azaz a maximumok átlagos fényessége halványabb lesz és fordítva: ha a két megfigyelési időszakot I-el és II-vel jelöljük, akkor

$$(A_m)_I < (A_m)_{II} \text{ -ből következik, hogy}$$

$$(\bar{m}_{\max})_I < (\bar{m}_{\max})_{II} \text{ és fordítva.}$$

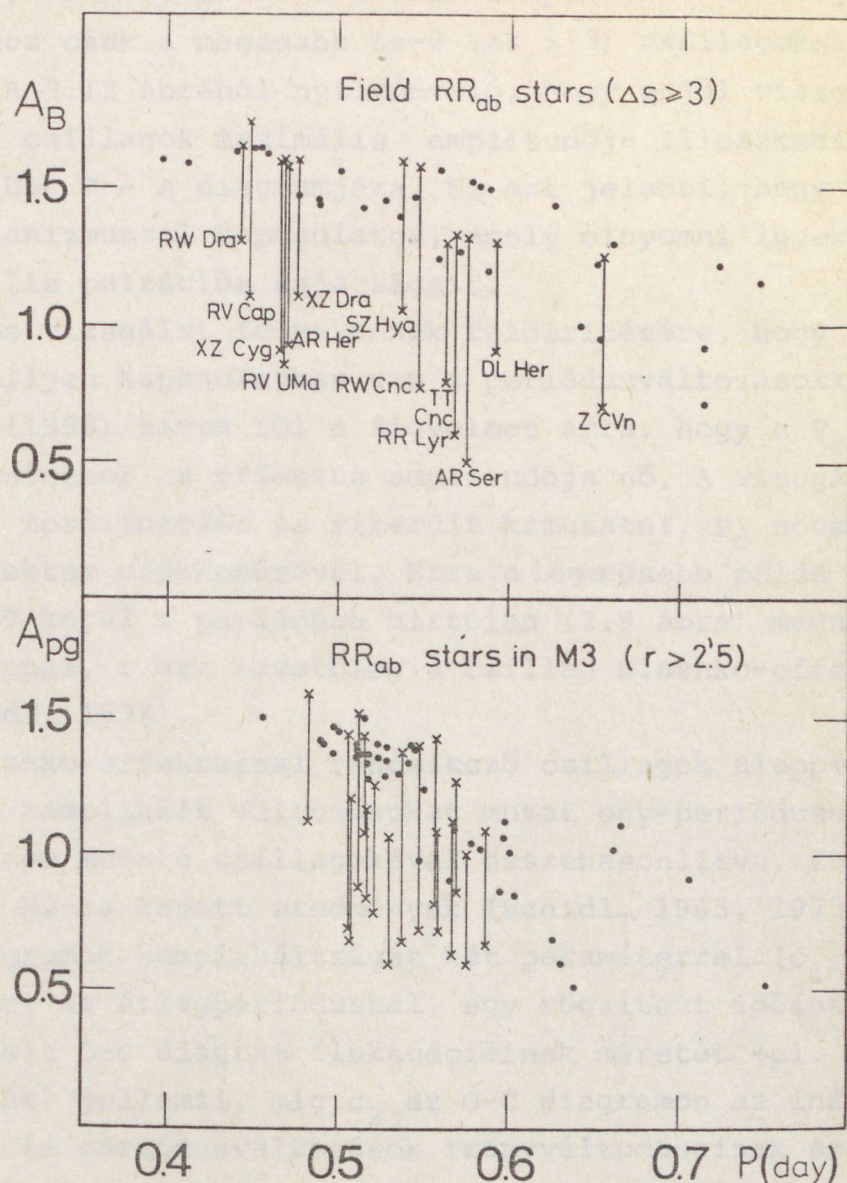
Almár (1961) szerint a jelenség természetes következménye annak, hogy a Blazhko-effektus erős változásai ellenére az $m_{\max}$ maximális értéke nem változik, a csillagra jellemző állandó értékkel rendelkezik. E megállapítás csak közelítőleg igaz. Az $m_{\max}$ minimális értékének változásaihoz képest az $m_{\max}$ maximális értékének változásai lényegesen kisebbek. Pl. jól mutatja ezt az RR Lyr-re egy 3 éves időszakot átfogó megfigyelési sorozat. Az $m_{\max} - t$ görbén (Szeidl, 1976) a maximumok magasságai, ha kis mértékben is (~ 0.05), változnak. Az RR Lyrae budapesti megfigyelései alapján elkészítettük három évre (1972, 1973, 1974) a $B_{\max} - (O-C)_{\max}$ görbéket (3.11 ábra). Az ábrából - azon túl, hogy az effektus intenzitásában bekövetkező változások rögtön láthatók - leolvasható,



3.11 ábra: Az RR Lyr maximumai magasságának függése a maximumok időbeli oszcillációjától három különböző megfigyelési időszakban (1972-ben, 1973-ban és 1974-ben). A görbék mellett a számok a szekundér periódus fázisát jelölik. (Szeidl, 1976)

hogy a legnagyobb maximum 1972-ben -0.98 magn.körül volt, 1973-ban -0.92 magn., míg 1974-ben -0.94 magn. volt (az állandó fényű összehasonlítóhoz viszonyítva).

A Blazhko-effektus lényegének megértéséhez közelebb jutunk, ha a csillagok fényváltozásának teljes amplitudóit ill. azok változásait vizsgáljuk. A Messier 3 gömbhalmaz RR Lyrae típusu változóinak fotometriai adatait (Szeidl, 1965, 1973) felhasználva megszerkeszthetjük a periódus-amplitudó ($P - A$) diagramot (3.12 ábra). A fénygörbéjüket szigorúan ismétlő, a Blazhko-effektust nem mutató csillagokat pontok ábrázolják. A Blazhko-effektussal rendelkezők megfigyelt maximális és minimális amplitudóját álló ill. ferde kereszt jelöli. A Blazhko-effektusos változók legnagyobb amplitu-



3.12 ábra: Az alacsony fémtartalmu ($\Delta s \geq 3$) mező RRab csillagok (fent) és az M3 gömbhalmaz RRab csillagainak (lent) periódus-amplitudó diagramja. A Blazhko-effektussal rendelkező csillagok megfigyelt legnagyobb és legkisebb amplitudóját is feltüntettük. (Preston, 1959; Fitch et al., 1966 és Szeidl, 1965, 1973 adatai alapján. A Blazhko-effektussal rendelkező csillagokra vonatkozó adatokat a 3.10a - m ábránál jelölt irodalomból vettem.)

dőja illeszkedik a stabil fénygörbéjű RR Lyrae-k $P - A$ diagramjára. Néhány csillag esetében a legnagyobb amplitudó a várt érték alatt van, amit egyszerűen azzal magyarázhatunk, hogy csak kisebb amplitudó értékek voltak megfigyelhetők a budapesti anyagban.

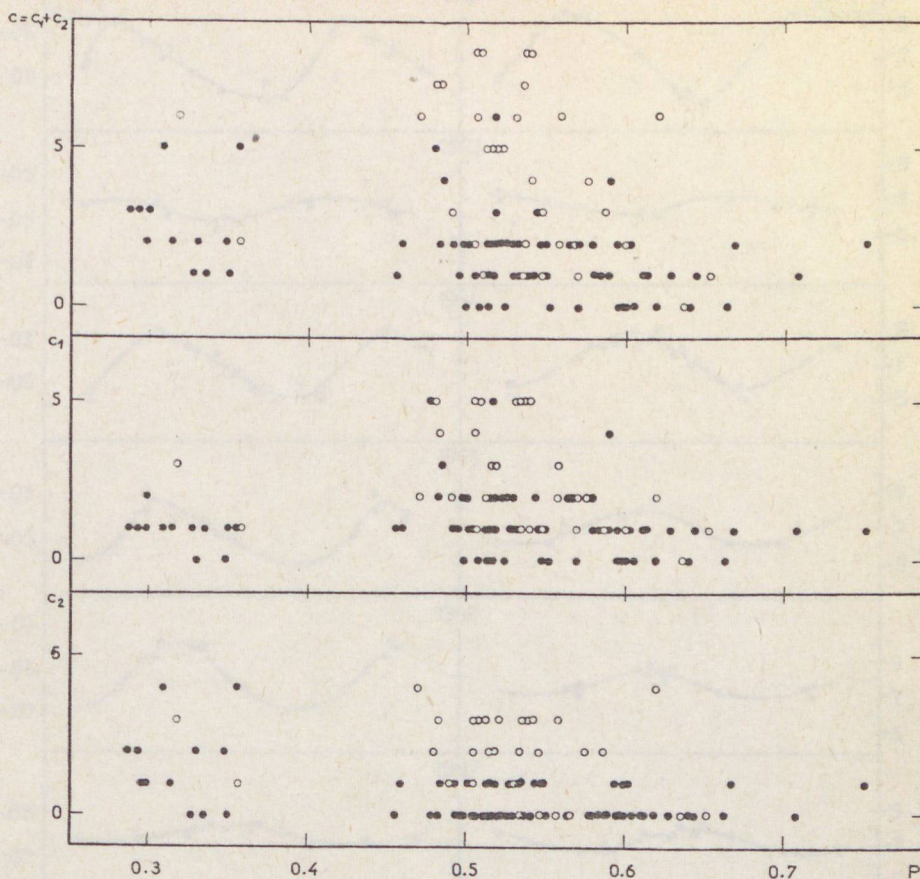
E kérdés részletesebben is vizsgálható, ha a jól megfigyelt mező RR Lyrae csillagokat vesszük tekintetbe. Gyakoriság-vizsgálatainknál láttuk, hogy a Blazhko-effektusos csillagok többsége

fémszegény, $\Delta s > 3$, ezért a stabil fénygörbéjű csillagok P - A diagramjához csak a magasabb Δs -ű ($\Delta s > 3$) csillagokat vettük figyelembe. A 3.12 ábrából nyilvánvaló, hogy a jól vizsgált Blazhko-effektusos csillagok maximális amplitudója illeszkedik a stabil fénygörbéjük P - A diagramjára. Ez azt jelenti, hogy az effektus olyan mechanizmussal kapcsolatos, amely elnyomni igyekszik a változó normális pulzációs sajátosságait.

Számos vizsgálat folyt annak felderítésére, hogy a Blazhko-effektus milyen kapcsolatban van a periódusváltozásokkal. Először Klepikova (1958) hívta föl a figyelmet arra, hogy a P_0 alapperiódus csökkenésekor az effektus amplitudója nő. A vizsgálatok során a jelenség fordítottját is sikerült kimutatni, P_0 növekedése együtt jár az effektus csökkenésével. Erre a legerősebb példa az RR Gem esete. 1939 körül a periódusa hirtelen (2.9 ábra) megnövekedett $\sim 5 \times 10^{-5}$ nappal, s ezt követően a csillag Blazhko-effektusa eltűnt (Szeidl, 1975).

A Blazhko-effektussal rendelkező csillagok alapperiódusa általában igen komplikált változásokat mutat egy-periódusu, fénygörbeváltozást nem mutató csillagokéval összehasonlítva. Ezt igen szemléletesen az M3-ra kapott eredmények (Szeidl, 1965, 1973) igazolják. Az O-C diagramok komplikáltságát két paraméterrel (c_1 és c_2) jellemeztük. c_1 az átlagperiódussal, egy rögzített időintervallumon belül számolt O-C diagram fluktuációinak méretét (pl. hullámok amplitudóját) jellemzi, míg c_2 az O-C diagramon az inflexiós pontok számát (a periódusváltozások irányváltozásainak számát) adja meg. c_1 ill. c_2 mennél nagyobb, annál komplikáltabb az O-C diagram. A 3.13 ábra jól mutatja, hogy a Blazhko-effektusos csillagok jelentős periódusváltozásokat mutatnak, és a változások iránya egyazon csillagnál is gyakran váltakozik. A $c = c_1 + c_2$ paraméter különösen erősen emeli ki ezt a tényt. A mező RR Lyrae-kre hasonló kép adódik.

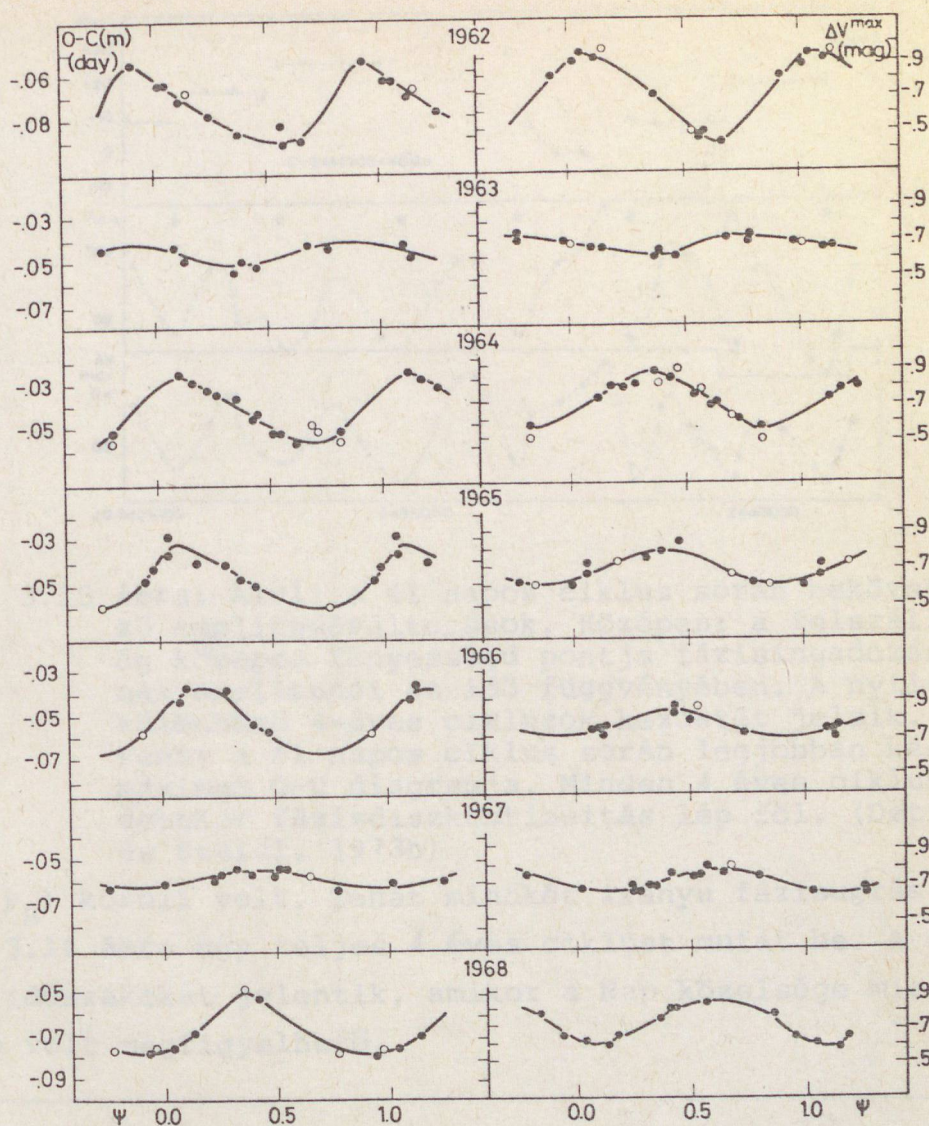
A Blazhko-effektusos RRab csillagoknak nemcsak P_0 alapperiódusa, hanem P_B másodlagos periódusa is érdekes változásokat mutat. Ustinov (1951) tette először azt az észrevételt, hogy P_0 és P_B ellentétes irányban változnak. Azóta több vizsgálat történt a kérdés tisztázására, de igen ellentmondásos kép alakult ki. Míg Balázs és Detre (1957, 1962) szerint az RW Dra, RR Lyr és RV UMa alap és szekundér periódusának O-C diagramjai "tükörképek", az erős periódusváltozások ellentétes irányúak, addig Klepikova (1958) szerint az XZ Cyg és RZ Lyr alap és szekundér periódusai-



3.13 ábra: Az M3 RR Lyrae csillagai O-C diagramjainak komplikáltságát jellemző c_1 , c_2 és $c = c_1 + c_2$ paraméterek a periódus függvényében. A Blazhko-effektussal rendelkező csillagokat üres körök jelzik (Szeidl, 1965).

nak változásai között semmiféle korreláció sem mutatható ki.

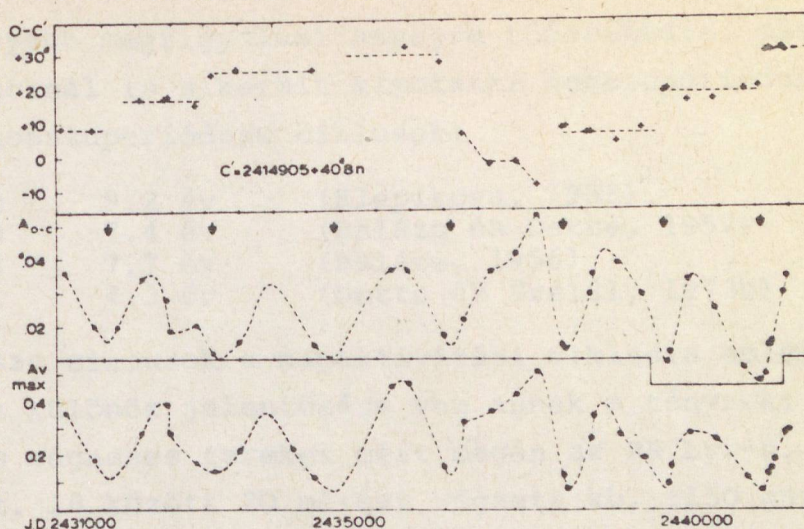
A több évtizedre kiterjedő megfigyelések nem csupán a periódusváltozások vizsgálatát tették lehetővé, hanem a Blazhko-effektus intenzitásában bekövetkező változásokat is. Detre (1969) a IV. változócsillag kollokviumon bemutatta az 1962 - 1968 évek-re kiterjedő, az RR Lyr-re vonatkozó vizsgálataim alapján készült $\Delta V_{\max} - \phi$ és $(O-C)_{\text{med}} - \phi$ diagramokat (3.14 ábra). Az effektus intenzitása mindkét fázis függvényében 1963-ban és 1967-ben minimális értékű volt. A további folyamatos megfigyelések (Detre és Szeidl, 1973a) egyértelműen megmutatták, hogy az RR Lyr Blazhko-effektusában egy kb. 4 éves ciklus van. Megfigyeléseink szerint a 4 éves ciklus végén a maximum magasságában a változás 0.1^m alá csökkent és a felszállóág O-C ingadozása is kisebb volt, mint 0.01 nap. Az új ciklus kezdetekor az oszcillációk amplitúdói gyorsan nőttek, majd elérték a korábbi értékeket (pl. a max. magasságának ingadozása $0.25 - 0.3$ magn.-t). A legérdekesebb eredmény



3.14 ábra: Változások a Blazhko-effektusban (Detre, 1969)

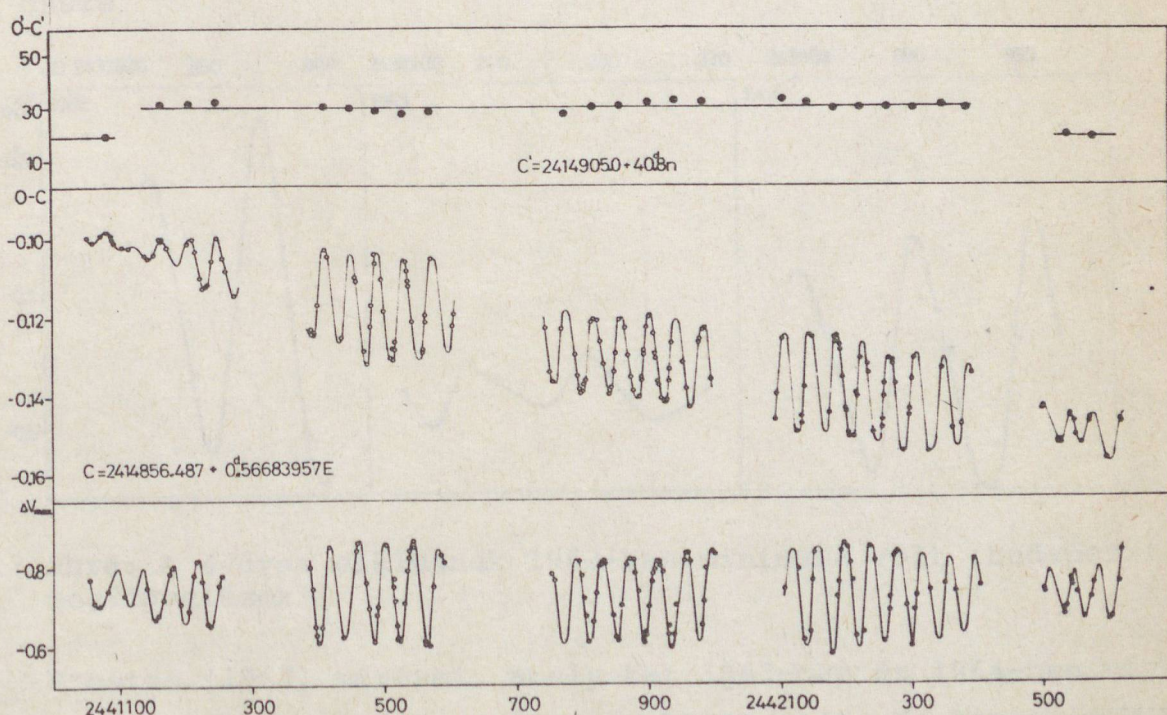
azonban az volt, hogy a 40.8 napos Blazhko-periódus $O'-C'$ értékében a régi és az új ciklus között egy kb. 10 napos ($\approx 1/4 \cdot P_B$) fázisugrás lépett föl.

Vizsgálatainkat kiterjesztettük az RR Lyr valamennyi hozzáférhető anyagára (Detre és Szeidl, 1973b) s a 4 éves ciklust 1935-ig visszamenőleg sikerült kimutatnunk (3.15 ábra). A ciklushosszak 3.8 és 4.8 év között változtak, 4.28 év átlagérték körül. Az új és régi ciklus között a 40.8 napos periódus $O'-C'$ diagramján mindig megfigyelhető volt a kb. 10 napos fázis-diszkontinuitás. Egy cikluson belül viszont az $O'-C'$ érték állandó volt. Az egyetlen kivétel a legerősebb ciklus volt csupán. Megfigyelhető, hogy a leghosszabb ciklus rendelkezik a legnagyobb amplitudóval. 1975-ben ismét sikerült megfigyelni egy új 4 éves ciklus kezdetét (Szeidl, 1976), a 40.8 napos ciklusban a fázisugrás kb. -10 nap



3.15 ábra: Alul: a 41 napos ciklus során bekövetkező amplitudóváltozások. Középen: a felszálló ág közepes fényességű pontja fázisingadozásának amplitudói az idő függvényében. A nyilak a különböző 4-éves ciklusok kezdetét jelzik. Fent: a 41 napos ciklus során legjobban késő maximum O-C diagramja. Minden 4 éves ciklus kezdetekor fázisdiszkontinuitás lép föl. (Detre és Szeidl, 1973b)

($\sim -1/4 P_B$) körüli volt. Tehát mindkét irányu fázisugrás előfordulhat. A 3.16 ábra egy teljes 4 éves ciklust mutat be. A rések azokat az időszakokat jelentik, amikor a Nap közelsége miatt a csillag nem volt megfigyelhető.



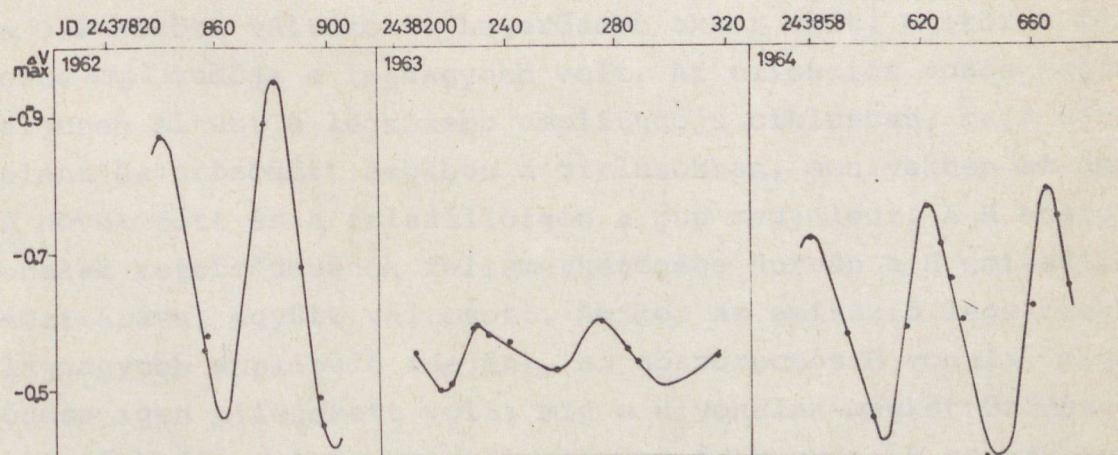
3.16 ábra: A 41 napos ciklus viselkedése egy teljes 4 éves ciklus során: 1971, 1972, 1973, 1974 és 1975-ben. Az effektus minimumra csökken az átmeneti időszakban. (Szeidl, 1976)

Szerényebb megfigyelési anyagra támaszkodva, más RR Lyrae típusu változóknál is sikerült kimutatni hosszuperiódusu ciklusokat. Az ismert hosszuperiódusu ciklusok:

XZ Cyg	9.2 év	(Klepikova, 1958)
RW Dra	7.4 év	(Balázs és Detre, 1952)
Y LMi	7.7 év	(Balázs, 1956)
RR Lyr	4.3 év	(Detre és Szeidl, 1973b)

Ezek a hosszú ciklusok a napaktivitási ciklusra emlékeztetnek. Éppen ezért különös jelentősége van annak a ténynek, hogy Babcock (1958) erős mágneses tereket mért magán az RR Lyr-n. 1950 jun. 2 és 1956 okt. 18 között 20 mérést végzett kb. ± 150 gauss hibával. Eredményei szerint a mágneses tér intenzitása $+1170$ és -1580 gauss között változott, de néhány órán belül is néhány száz gaussnyi változás is bekövetkezhet. Az 1956-os mérések ($n = 9$) gyengébb intenzitásokat adtak, mint az 1955-ös mérések. Ez viszont arra enged következtetni, hogy hosszú periódusu változások is előfordulhatnak.

A mérési adatok semmiféle korrelációt sem mutatnak a P_0 alapperiódussal, de a pozitív és negatív értékek érdekes szeparációt mutatnak a 40.8 napos szekundér periódus fázisának függvényében (Detre, 1962). A legfényesebb maximumok a mágneses tér legnegatívabb, a legalacsonyabb maximumok a legpozitívabb értékeivel esnek össze.



3.17 ábra: A 4-éves ciklusnak 1963-ban minimuma volt (budapesti megfigyelések)

Preston (1967) mérései, amelyeket 1963-ban és 1964-ben végzett, nem mutattak 100 gaussnál erősebb tereket. Ez kapcsolatban lehet azzal a ténnyel, hogy az 1963-as mérések az RR Lyr Blazhko-effektusának minimumával, míg az 1964-es mérések az új 4-éves

ciklus beindulásával estek össze (Detre és Szeidl, 1973b). Az effektus 1963-as minimumát a 3.17 ábra mutatja.

3.2.4 A Blazhko-effektussal rendelkező csillagok jellemzői. Spektroszkópiai megfigyelések.

A fotometriai megfigyelések mellett a spektroszkópiai észlelések is nagyon fontos információkat szolgáltatnak a csillag fizikai állapotáról. Minthogy a Blazhko-effektusos csillagok általában halványak, róluk kevés spektroszkópiai anyag készült. Spektroszkópiailag legjobban vizsgált csillag az RR Lyr, lévén osztályának legfényesebb képviselője.

Az RR Lyrae-ről az első spektroszkópiai észleléseket Sanford (1928, 1929, 1935) nyerte. Később Münch és Terrazas (1946) végzett spektroszkópiai megfigyeléseket. Az első említésre méltó eredmény Struve (1947) nevéhez fűződik. Felfedezte, hogy a főperiódus meghatározott fázisánál rövid időre H emisszió lép föl. Ezzel egyidejűleg a H és Ca abszorpciós vonalak megkettőződnek. E spektrális jelenségek intenzitása a 40.8 napos szekundér periódus fázisa szerint szabályosan változik (Struve és Blaauw, 1948; Sanford, 1949). Preston et al. (1965) vizsgálatai megerősítették a korábbi eredményeket. A felszállóág közepe táján megjelenő H emisszió intenzitása ϕ -nek függvénye. Pl. az $I(H\gamma)/I_c$ értéke, azaz a H γ csucsintenzitása a lokális kontinuum egységeiben, 0.6 és 0.2 között változott. Legerősebb akkor volt, amikor a fényváltozás amplitúdója a legnagyobb volt. Az emissziós vonás majdnem teljesen eltűnt a legkisebb amplitúdóju ciklusban, majd újra megjelent és erősödött azokban a ciklusokban, amelyekben az amplitúdó növekedett és a felszállóágon a pup megjelent. A H abszorpciós vonalak kettőződésének felismerhetősége durván a H emisszió intenzitásával együtt változott. Amikor az emisszió legerősebb volt (legnagyobb amplitúdó idején), az abszorpciós H vonalak megkettőződése igen kifejezett volt; míg a H vonalak megkettőződése alig volt látható, amikor az emissziós vonások gyengék voltak, vagy a megkettőződés be sem következett. A korábban már említett vizsgálatainkkal teljes összhangban, az RR Lyr spektrumában a H emissziós és abszorpciós komponensek akkor hasonlítanak az állandó fénygörbéjű RR Lyrae-k megfelelő spektrális vonásaihoz, amikor fényváltozásának amplitúdója maximális.

A vonalkettőzések időtartama erősen csökken a Balmer-sorozatban a növekvő kvantumszámmal, s felismerhetősége is nemcsak a

ϕ fázis függvénye, hanem csökken a Balmer-sorozatban növekvő kvantumszámnál.

Sanford (1949) a Ca II K vonal kettőződését is felfedezni vélte, amely jelenség a H α vonal kettőződése előtt mintegy 30 perccel lép föl. Preston et al. (1965) szerint azonban a jelenség inkább azzal magyarázható, hogy az abszorpciós vonalon belül egy erős emissziós vonás jelenik meg, mely kettéosztja az abszorpciós magot, s melynek intenzitása erősen korrelál a H emisszió intenzitásával, s maga is függvénye a 40.8 napos ciklus ϕ fázisának.

Az egyéb fémvonalak (Fe II, Sr II, Ti II, stb) sajátos kiszélesedéseket (s talán kettőzéseket is) mutatnak a 40.8 napos ciklus bizonyos fázisában, mégpedig a növekvő amplitudó idején, amikor a felszállóágon a "hump" megjelenik.

A spektrális jelenségeket Preston et al. (1965) úgy értelmezte, hogy a kifelé terjedő lökeshullám a csillagatmoszférában egy kritikus szinten képződik, s ez a kritikus szint a 40.8 napos ciklus során le-föl mozog.

Ezen elképzelést a viszonylag kevés számu, a földi légkörön kívül nyert UV észlelés is megerősíti (Bonnell et al., 1982; Hutchinson et al., 1977; Wu, 1980).

Természetesen a spektroszkópiai vizsgálatok a változócsillag atmoszférájának radiális sebességváltozásait is szolgáltatják. Struve és Blaauw (1948), Sanford (1949) és Preston et al. (1965) meghatározták az RR Lyr radiális sebesség görbéit is. Az irodalomban további két Blazhko-effektusos RR Lyrae csillag megfelelő pontosságú radiális sebességmérései találhatók. Az XZ Cyg-t Struve és van Hoof (1949), az RV UMa-t pedig Preston és Spinrad (1967) tanulmányozta.

A negyedik Blazhko-effektussal rendelkező csillag, az XZ Dra radiális sebességváltozásainak tanulmányozásaihoz a Dominion Astrophysical Observatory (Kanada) 180 cm-es teleszkópján 26 db. 60 A/mm diszperzióju spektrumot készítettem. A Nap centrumára redukált sebességadatokat (minthogy ezek még publikálatlanok) a 3.12 táblázatban közlöm.

Az említett négy csillag (XZ Cyg, XZ Dra, RR Lyr, RV UMa) radiális sebesség adataiból a következő általános megállapítások tehetők a Blazhko-effektusos RR Lyrae csillagokra.

i/ Az alapperiódus (P_0) szerinti fény és sebességváltozások görbéi, mint az egy-periódusu RR Lyrae csillagok esetében is, egymásnak tükörképei, azaz a minimális sebesség fázisa egybeesik a

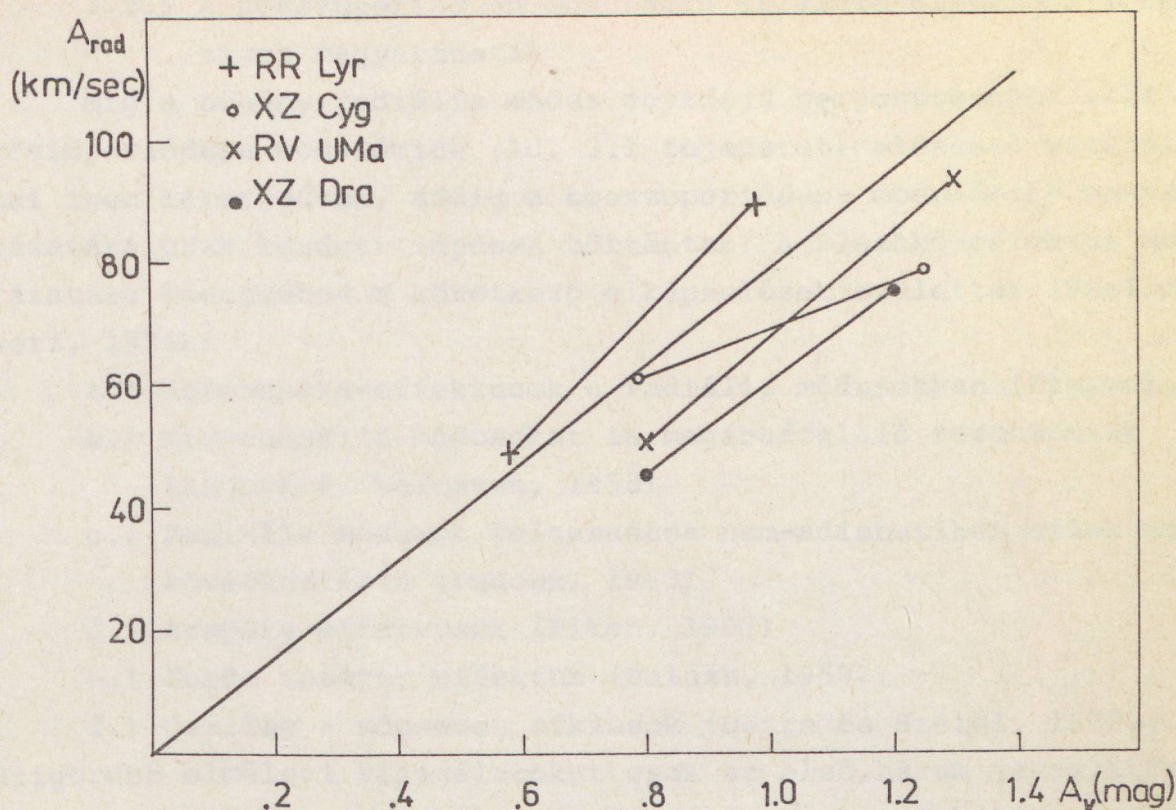
3.12 táblázat

Az XZ Dra mért radiális sebességei

Lemez szám	Dátum	J.D. _☉	exp. idő	rad. seb. km/sec _☉	n
71158	1971 máj. 6/ 7	2441078.782	33 ^m	-50.5 ± 3.3	17
159		.805	31	-71.1 ± 5.2	17
160		.829	32	-65.6 ± 4.4	17
234	máj. 25/26	2441097.844	42	-64.0 ± 5.4	16
235		.869	22	-62.7 ± 3.4	17
236		.898	35	-63.7 ± 3.5	17
237		.930	56	-55.2 ± 3.9	17
254	jun. 4/ 5	2441107.778	40	- 7.0 ± 4.3	17
255		.837	1 ^h 08	-55.4 ± 6.6	16
256		.882	49	-53.0 ± 3.6	17
373	jul. 14/15	2441147.800	1 42	- 7.4 ± 4.9	16
374		.862	51	-40.6 ± 4.5	17
375		.897	42	-71.8 ± 3.4	14
376		.933	57	-59.4 ± 5.3	16
377		.966	34	-43.8 ± 5.4	13
428	jul. 24/25	2441157.799	1 08	- 5.1 ± 3.9	16
429		.845	1 00	-22.1 ± 3.8	16
430		.878	32	-38.1 ± 4.0	16
431		.905	31	-70.8 ± 4.3	14
432		.930	38	-62.5 ± 3.9	17
487	aug. 4/ 5	2441168.726	44	-12.6 ± 7.3	14
544	aug. 13/14	2441177.710	36	-22.5 ± 8.0	9
545		.909	2 05	-58.9 ± 4.0	16
567	aug. 22/23	2441186.811	1 ^h 30	-23.3 ± 8.2	7
568		.965	1 ^h 12	-39.6 ± 3.7	14
569		2441187.009	46 ^m	-49.1 ± 5.1	6

maximális fényesség fázisával, a Blazhko-ciklus minden fázisában. Azok a csillagok, amelyek fényességmaximumukban nagy fázisingadozásokat mutatnak (pl. RR Lyr), minimális sebességük fázisa is hasonló nagy oszcillációval rendelkezik. Mig az anomális Blazhko-effektussal rendelkező XZ Dra (fényességmaximuma gyakorlatilag nem mutat fázisingadozást) minimális radiális sebességéhez tartozó fázis sem oszcillál a Blazhko-ciklus során.

ii/ A sebességváltozás amplitudója szorosan korrelál a fényváltozás amplitudójával. A 3.18 ábra mutatja a kapcsolatot a fény- és sebességváltozás amplitudói között. Az ábra Preston és Spinrad (1967) munkájából származik, melybe az XZ Dra-ra kapott eredményemet behelyeztem. Az origón áthaladó egyenes a fénygörbeváltozással nem rendelkező RR Lyrae-eket reprezentálja. Érdekes, hogy az RR Lyr ettől balra, míg az XZ Cyg, XZ Dra és RV UMa jobbra van. Az RR Lyr-re mind a fotometriai, mind a spektroszkópiai adatok igen pontosak (± 0.02 magn. ± 1 km/sec), a másik három esetben csak a fotometriai adatok (± 0.02 magn.) pontosak, a radiális sebesség-



3.18 ábra: Összefüggés az RR Lyrae csillagok fényesség- és radiális sebesség változásainak amplitúdói között. A vonal az egy-periódusu RR Lyrae csillagokra vonatkozik. A Blazhko-effektussal rendelkezők maximális és minimális amplitúdói is fel vannak tüntetve. (Preston és Spinrad, 1967, adatait az XZ Dra-ra vonatkozó megfigyeléseimmel egészítettem ki.)

adatok kevésbé ($\sim \pm 5$ km/sec), de az eltérések mégis szignifikánsnak látszanak. Preston és Spinrad (1967) szerint, bár magyarázatát nem tudták adni, ez azzal függ össze, hogy az RR Lyr-nek a felszálló ágán a Blazhko-ciklus meghatározott fázisában jól kivehető nyugalmi szakasz (stillstand) lép föl, míg az XZ Cyg-nél és RV UMa-nál ez hiányzik. Ezt a feltevést az XZ Dra is megerősíteni látszik. (Lehet, hogy valójában abszolút fényesség- és tömegbéli különbségek vannak, de feltűnők a periódusbeli különbségek: XZ Cyg - 0.467 nap, RV UMa - 0.468 nap, XZ Dra - 0.476 nap, míg RR Lyr - 0.567 nap. E kérdés tisztázásához további megfigyelések szükségesek.

iii/ Az RR Lyr-re hosszú megfigyelési sorozat áll rendelkezésre. A fényváltozás vizsgálatából megfigyelhető volt, hogy a Blazhko-effektus intenzitása változó. Az intenzitás változása a radiális sebességmérésekből is kimutatható: a Blazhko-effektus intenzitásváltozásának bekövetkezése szinkron módon megy végbe a fényesség ill. radiális sebességváltozásban.

3.2.5 A hosszuperiódusu moduláció (Blazhko-effektus) lehetséges magyarázatai

Míg a néhány radiális módus egyidejű gerjesztéséből előálló rövidperiódusu modulációk (ld. 3.1 fejezetet) elméleti vizsgálatai igen kiterjedtek, addig a hosszuperiódusu modulációk magyarázatára csak kezdeti lépések történtek. A Blazhko-effektus magyarázatára lényegében a következő elképzelések születtek (Stellingwerf, 1976):

- a.) Rezonancia-effektusok a radiális módusokban (Kluyver, 1936)
- b.) Nem-radiális módusokat is magábafoglaló rezonanciák (Ledoux és Walraven, 1958)
- c.) Radiális módusok felhasadása nem-adiabatikus effektusok következtében (Ledoux, 1963)
- d.) Árapály effektusok (Fitch, 1967)
- e.) Ferde rotátor effektus (Balázs, 1959)
- f.) Csillag - mágneses ciklusok (Detre és Szeidl, 1973b)

Szigorubb elméleti vizsgálatokat csak az első három javaslatra végeztek. Részletes radiális, nem-lineáris, nem-adiabatikus modellekben a rezonancia és felhasadási viselkedésnek semmi nyomát sem találták. Nem-radiális módusokkal való rezonancia hosszabb megfigyelési időszakon át szintén valószínűtlen (Stellingwerf, 1976).

Mindazonáltal Borkowski (1980a, b) az AR Her-ről nyert vizuális észleléseket analizálva (Tsesevich és Ustinov, 1953) arra a következtetésre jut, hogy az f_0 alaphfrekvencián és az $f = 2f_0 + f_B$ frekvencián történő rezgések nem-lineáris szuperpozíciójaként előállíthatók az AR Her (és általában a Blazhko-effektusos csillagok) fénygörbéje, ahol f_B a Blazhko-effektus frekvenciája. Az f frekvenciát Borkowski (1980a, b) a második vagy harmadik felharmonikussal azonosítja, és feltételezi, hogy a $2f_0 \approx f$ rezonancia gerjeszti a felharmonikus rezgést. E javaslatnál azonban súlyos tömegdiszcrepancia lép föl. Ha $f = f_2$, akkor a Blazhko-effektussal rendelkező RR Lyrae csillagok tömege $M \approx 0.1 M_\odot$, ha $f = f_3$, akkor pedig $M \approx 1 M_\odot$ ellentmondásban minden eddigi eredménnyel. Minthogy a gömbhalmazokban a tömegszóródás az RR Lyrae résben kicsi, közel azonos Blazhko-periódusokat kellene várnunk, ellentétben a megfigyelésekkel. Az a tény viszont, hogy a gömbhalmazokban a Blazhko-effektusos csillagok a rövidebb alapperiódusok között gyakoribbak, a pulzációs módusok keveredését látszik előnyben részesíteni (Smith, 1981).

E hipotézis, mely lényegében Kluyvertől (1936) származik,

azért vonzó, mert a pulzációelméleten belül marad. Nem tudja magyarázni viszont a Blazhko-effektus tulajdonságait. A két módusu törpecepeidák és a Blazhko-effektusos csillagok periódus-amplitúdó diagramja eltérő (vö. a 3.3 és 3.12 ábrákat). A két módus együttes megléte nem vezet a törpecepeidák szabálytalan változásaihoz, ugyanakkor a Blazhko-effektus mindig jelentős szabálytalan (periódus, amplitúdó) változásokkal jár együtt.

A közel azonos periódusu két-módusu RR Lyrae és törpecepeidák csillagokra nagyon szigorúan áll az $f_1/f_0 = \text{állandó}$ összefüggés. E hipotézis szerint az $f_3/f_0 = \text{állandó}$ összefüggésből $f_B/f_0 \approx \text{állandó}$ összefüggés következne, holott láttuk, hogy f_B és f_0 között nincs összefüggés. Egy további érv a hipotézis ellen, hogy szigorú fázisrelációnak kellene léteznie a $m_{\max} - \psi$ és $(O-C)_{\max} - \psi$ görbék között is, ilyen összefüggés pedig nincs.

E hipotézis az RR Lyrae 4 éves ciklusát egyáltalán nem magyarázza, sőt nem tudja értelmezni a Blazhko-periódus O-C diagramján az új 4 éves ciklus indulásakor a fázisdiszkontinuitást sem.

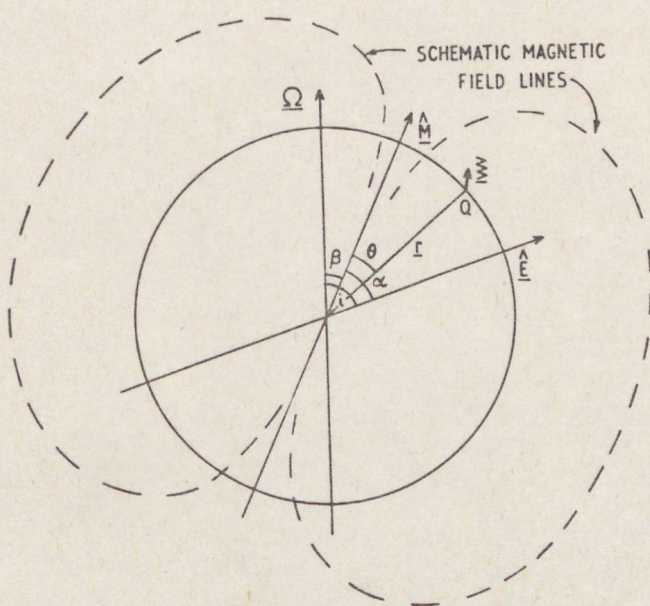
Fitch (1967) a kettős csillagokban fellépő árapály erővel próbálja magyarázni a hosszú periódusu modulációt. Szerinte a Blazhko-effektussal rendelkező csillagok kettős rendszerek tagjai és a moduláció periódusa (P_B) a keringési periódussal egyenlő. A kettőscsillag hipotézist, amellet, hogy a Blazhko-effektus lényeges tulajdonságait nem tudja magyarázni, azért is el kell vetni, mert az effektus túl gyakori jelenség az RR Lyrae csillagok között, ugyanakkor kettősség igen ritkán fordul elő. Eddig semmiféle direkt bizonyíték sincs arra, hogy RR Lyrae csillagok között árapály kölcsönhatás lépne föl (Larsson-Leander, 1971). Sőt éppen ellenkezőleg, Wisniewski (1971) kimutatta, hogy az RW Ari RRc csillag egy 3.18 napos keringési periódusu kettős rendszer tagja, s a csillag a Blazhko-effektusnak semmi jelét sem mutatja.

A Blazhko-effektus magyarázatára Balázs J. (1959) újszerű hipotézist vetett föl: a Blazhko-effektussal rendelkező RR Lyrae csillagok ferde rotátorok, mágneses tengelyük és forgástengelyük különböző. Bár a fényváltozás mechanizmusát kitörésekben és nem a pulzációban keresi, elképzelése a pulzáló csillagokra is értelmezhető. Lényegében arról van szó, hogy a radiális oszcillációt végző csillag legkülsőbb tartományainak mozgásában a mágneses tér hatására szignifikáns, nem-radiális komponens is föllép, és a Blazhko periódus a rotációs periódussal azonos.

Itt jegyzem meg, hogy a $P_B = P_{\text{rot}}$ feltevéssel a Blazhko-effek-

tusos csillagok periódusfluktuációját, a két periódus (P_O , P_B) O-C diagramjaiban fellépő ellentétes irányú változásokat is lehetett értelmezni (Marik, 1982).

Cousens (1983) a legegyszerűbb feltételek mellett (gyenge, centrális, dipoláris, rotációmentes tér) számolta végig az OOMR ("oscillating oblique magnetic rotator") modellt, és sikerült a valós eredményeket jól közelítő $V_{\max} - \psi$ görbét előállítani. Természetesen ez a görbe szimmetrikus ($\mu_A = 0.5$) amelyen úgy lehet változtatni, hogy a mágneses tér geometriáját változtatjuk (3.19 ábra).



3.19 ábra: Az oszcilláló ferde mágneses rotátor sematikus rajza. β jelöli a forgástengely és a mágneses szimmetriatengely által bezárt szöget, i a forgástengely és a látóirány szögét, míg α a mágneses tengely és a látóirány szögét, amely az idő függvénye. (Cousens, 1983)

Igy jutunk el a Blazhko-effektus ma legáltalánosabban elfogadott értelmezéséhez. Egy 1972-es IAU kollokviumon vetették föl (Detre és Szeidl, 1973b) nap-analógiák alapján a csillag-mágneses ciklust feltételező mágneses folt modellt. A 4-éves ciklust a csillag mágneses ciklusával azonosítjuk (ezen elképzelés továbbfejlesztését ld. Stothers, 1980, munkájában). A ciklus kezdetén korlátozott tartományokra koncentrált mágneses terek épülnek föl, melyek a ciklus idején pozíciójukat a csillag felszínén nem változtatják. Az új ciklus kezdetekor kb. 90° -os hosszúsággal eltolódva kell az új foltoknak fölépülni, hogy a szekundér periódus fázisdiszkontinuitásait értelmezni tudjuk. Ugyanakkor remény van arra, hogy a foltok geometriájának megfelelő választásával a megfigyelések magyarázhatók ($m_{\max} - \psi$, $O-C_{\max} - \psi$ görbék, nincs kapcsolat $\Delta\psi$ és az egyéb paraméterek között, a különböző paraméterek erős változásokat szenvedhetnek egy csillag-mágneses cikluson belül is, stb.). Ez az elképzelés teljesen kívül esik a pulzációelmélet keretein, és semmiféle tömeg-diszkrepanciához nem vezet. Meg kell jegyezni, hogy

Babcock (1958) mágneses méréseit is csak a vázolt elképzelés alapján tudjuk értelmezni. Az utóbbi években a csillagokban nap-analógiák keresése igen fontos kutatási témává vált (ld. Solar Phenomena in Stars and Stellar Systems, eds. R.M. Bonnet and A.K. Dupree, Reidel, 1981), s általánosan elfogadott, hogy bizonyos nap-jelenségek, lényegesen intenzívebb formában is, más csillagokban is előfordulhatnak. Így a Blazhko-effektusos csillagokkal kapcsolatos elképzeléseink jól illeszkednek az általános képhez.

I R O D A L O M

- Abt, H.A., 1958, *Astrophys. J.* 130.824
- Agt, S. van, 1973, *Variable Stars in Globular Clusters and in Related Systems*, Proc. IAU Coll. No. 21 (Ed. Fernie) Reidel-Dordrecht, p.35
- Ahnert, P., 1961, *Mitt. Veränd. Sterne*, Suppl. 1.
- Ahnert, P., Hoffmeister, C., Rohlf, E., van de Voorde, A., 1947, *Veröff. Sternw. Sonneberg* 1.45
- Alania, I.F., 1973, *Abastumani Bull.* No. 45.3
- Albada, T.S. van, Baker, N., 1971, *Astrophys. J.* 169.311
- Albada, T.S. van, Baker, N., 1973, *Astrophys. J.* 185.477
- Almár, I., 1961, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr. 51
- Argelander, F., 1844, in: H.C. Schumachers Jahrbuch, Stuttgart u. Tübingen, p. 122
- Baade, W., Swope, H.H., 1961, *Astron. J.* 66.300
- Babcock, H.W., 1958, *Astrophys. J. Suppl.* 3.141
- Baglin, A., Auvergne, M., Valtier, J.-C., Saez, M., 1980, *Variability in Stars and Galaxies*, 5th ERMA, B.3.1
- Bailey, S.I., 1902, *Harvard Ann.* 38.1
- Bailey, S.I., 1913, *Harvard Ann.* 78.(Part 1.)1
- Bailey, S.I., 1917, *Harvard Ann.* 78.(Part 2.)99
- Bailey, S.I., 1919, *Harvard Ann.* 78.(Part 3.)195
- Baker, R.H., Baker, H.V., 1956, *Astron. J.* 61.283
- Balázs, J., 1938, *Astron. Nachr.* 265.69
- Balázs, J., 1956, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr. 39.6
- Balázs, J., 1959, *Kleine Veröff. Bamberg* Nr. 27.26
- Balázs, J., Detre, L., 1939, *Mitt. Sternw. Budapest* Nr. 8
- Balázs, J., Detre, L., 1941, *Astron. Nachr.* 271.231
- Balázs, J., Detre, L., 1950, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr.23
- Balázs, J., Detre, L., 1952, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr.27
- Balázs, J., Detre, L., 1954, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr.33
- Balázs, J., Detre, L., 1957, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr.34
- Balázs, J., Detre, L., 1962, *Kleine Veröff. Bamberg* Nr. 34.90
- Balázs, J., Detre, L., 1965, *Kleine Veröff. Bamberg* 4.(Nr.40)184
- Bardin, C., Imbert, M., 1981, *Astron. Astrophys.* 98.198
- Barlai, K., 1977, *The Role of Star Clusters in Cosmology and in the Study of Galactic Structure* (ed. Balázs) Budapest. p.139
- Barlai, K., 1982, *Magnetic and Variable Stars* (ed. Marik, Szabados) Comm. Konkoly Obs. No. 83.223
- Barlai, K., 1984a, *Comm. Konkoly Obs.* (előkészületben)
- Barlai, K., 1984b, *Observational Tests of the Stellar Evolution*, Proc. IAU Symp. No. 105 (ed. Maeder, Renzini) (megjelenőben)
- Barlai, K., Szeidl, B., 1965, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr.56
- Barnes, Th.G., Moffett, Th.J., 1975, *Astron. J.* 80.48
- Bartolini, C., Battistini, P., Nasi, E., 1968, *Bologna Publ.* 9.No.15
- Batyrev, A.A., 1957, *Variable Stars* 12.137
- Belserene, E.P., 1952, *Astron. J.* 57.237
- Belserene, E.P., 1964, *Astron. J.* 69.475
- Bessell, M.S., 1969, *Astrophys. J. Suppl.* 18.195
- Bezdeneshny, V.P., 1977, *Variable Stars Suppl.* 3.125
- Blazhko, S., 1906, *Astron. Nachr.* 172.57
- Blazhko, S., 1907, *Astron. Nachr.* 175.325
- Blazhko, S., 1922, *Astron. Nachr.* 216.103
- Blazhko, S., 1925, *Ann. de l'Obs. Astr. de Moscow*, Ser.2, vol.VIII. livr. No. 1
- Blazhko, S., 1926, *Ann. de l'Obs. Astr. de Moscow*, Ser.2, vol.VIII. livr. No. 2.23

- Bonnell, J., Wu, C.-C., Bell, R.A., Hutchinson, J.L., 1982, Publ. Astr. Soc. Pac. 94.910
- Bookmeyer, B.B., Fitch, W.S., Lee, T.A., Wisniewski, W.Z., Johnson, H.L., 1977, Rev. Mex. Astron. Astrofisica, 2.235
- Borkowski, K.J., 1980a, Acta Astronomica 30.393
- Borkowski, K.J., 1980b, Sp. Sci. Reviews 27.511
- Breger, M., 1980, Astrophys. J. 235.153
- Brogia, P., 1959, Cont. Oss. Milano-Merate ns. No. 142
- Bronkalla, W., 1960, Astron. Nachr. 285.181
- Burnicki, A., 1967, Acta Astronomica 17.165
- Butler, D., 1975, Astrophys. J. 200.68
- Butler, D., Dickens, R.J., Epps, E., 1978, Astrophys. J. 225.148
- Cacciari, C., Renzini, A., 1976, Astron. Astrophys. Suppl. 25.303
- Castellani, V., Giannone, P., Renzini, A., 1971, Astrophys. Sp. Sci. 10.340
- Ceraski, W., 1904, Astron. Nachr. 165.61
- Chandrasekhar, S., Limber, D.N., 1954, Astrophys. J. 119.10
- Chis, D., Chis, G., Mihoc, I., 1975, Inf. Bull. Var. Stars No.960
- Christy, R.F., 1966a, Ann. Review Astr. Astrophys. 4.353
- Christy, R.F., 1966b, Astrophys. J. 144.108
- Chumak, O.B., 1965, Variable Stars 15.569
- Clube, S.V.M., Evans, D.S., Jones, D.H.P., 1969, Mem. Roy. Astr. Soc. 72.101
- Cogan, B.C., 1970, Astrophys. J. 162.139
- Cousens, A., 1983, Monthly Not. Roy. Astr. Soc. 203.1171
- Coutts, C.M., 1971, New Directions and New Frontiers in Variable Star Research, Proc. IAU Coll. No. 15, Veröff. Bamberg 9. (Nr. 100.) 238
- Coutts, C.M., Sawyer-Hogg, H., 1969, Publ. David Dunlap Obs. 3. (No. 1) 1
- Coutts, C.M., Sawyer-Hogg, H., 1971, Publ. David Dunlap Obs. 3. (No. 2) 61
- Coutts, C.M., Dickens, R.J., Epps, E., Read, M., 1975, Astrophys. J. 197.L.45
- Cox, A.N., 1979, Trans. Int. Astr. Union, Reports on Astronomy vol. 17A. Part 2.134
- Cox, A.N., 1982, Trans. Int. Astr. Union, Reports on Astronomy vol. 18A. 278
- Cox, A.N., Hodson, S.W., 1980, Nonradial and Nonlinear Stellar Pulsations (eds. Hill, Dziembowski) Lecture Notes in Physics 125.41
- Cox, A.N., Hodson, S.W., Clancy, S.P., 1981, Astrophysical Parameters for Globular Clusters, Proc. IAU Coll No.68 (ed. Philips) p.337
- Cox, A.N., Hodson, S.W., Clancy, S.P., 1983, Astrophys. J. 266.94
- Cox, A.N., King, D.S., Hodson, S.W., 1980, Astrophys. J. 236.219
- Cox, J.P., 1974, Rep. Prog. Phys. 37.563
- Cox, J.P., 1980, Theory of Stellar Pulsation, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey
- Crawford, D.L., 1975, Astron. J. 80.955
- Detre, L., 1955, Trudy tshetvertogo soveshaniya po voprosam kosmogonii. Izd. A.N. USSR, Moscow, p. 389
- Detre, L., 1956a, Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss. Nr. 40
- Detre, L., 1956b, Vistas in Astronomy 2.1156
- Detre, L., 1962, Trans. IAU vol. XIB (Proceedings) p.293
- Detre, L., 1965, Astron. Abhandlungen, J.A. Barth Verlag, Leipzig, p. 62
- Detre, L., 1969, Non-Periodic Phenomena in Variable Stars, Proc. 4th Coll. on Variable Stars (ed. Detre) Budapest, p.3

- Detre, L., 1970, Ann. Univ. Sternw. Wien 29. (Nr. 2.) 79
- Detre, L., Szeidl, B., 1973a, Inf. Bull. Var. Stars No. 764
- Detre, L., Szeidl, B., 1973b, Variable Stars in Globular Clusters and in Related Systems, Proc. IAU Coll. No. 21 (ed. Fernie) Reidel-Dordrecht, p. 31
- Dickens, R.J., Saunders, J., 1965, Roy. Obs. Bull. No. 101
- Dickens, R.J., Flinn, R., 1972, Monthly Not. Roy. Astr. Soc. 158.99
- Dziembowski, W., Kozłowski, M., 1974, Acta Astronomica 24.245
- Eddington, A.S., Plakidis, S., 1929, Monthly Not. Roy. Astr. Soc. 90.65
- Eggen, O.J., 1952, Publ. Astr. Soc. Pac. 64.31
- Ficarrotta, F., Romoli, C., 1979, Inf. Bull. Var. Stars No. 1642
- Filippenko, A.V., Simon, R.S., 1981, Astron. J. 86.671
- Firmanyuk, B.N., 1974a, Astr. Tsirk. No. 828.7
- Firmanyuk, B.N., 1974b, Astr. Tsirk. No. 843.7
- Fitch, W.S., 1966, Astrophys. J. 143.852
- Fitch, W.S., 1967, Astrophys. J. 148.481
- Fitch, W.S., 1970, Astrophys. J. 161.669
- Fitch, W.S., 1973, Astron. Astrophys. 27.161
- Fitch, W.S., 1980, Nonradial and Nonlinear Stellar Pulsation (eds. Hill, Dziembowski) Lecture Notes in Physics 125.7
- Fitch, W.S., Wisniewski, W.Z., Johnson, H.L., 1966, Comm. Lunar and Planetary Lab. No. 71. Vol. 5 Part. 2
- Fitch, W.S., Szeidl, B., 1976, Astrophys. J. 203.616
- Florja, N.T., 1937, Astron. Zhurnal 14.11
- Fritze, K., 1963, Astron. Nachr. 287.79
- Frolov, M.S., Irkaev, B.N., 1984, Inf. Bull. Var. Stars No. 2462
- Garbuzov, G.A., 1979, Astr. Tsirk. No. 1076.7
- Garbuzov, G.A., 1980, Astr. Tsirk. No. 1120.6, No. 1138.7
- Geffert, K., Szeidl, B., 1962, Inf. Bull. Var. Stars No. 7.1
- Geyer, E.H., Szeidl, B., 1965, Kleine Veröff. Bamberg Nr. 40.63
- Geyer, E.H., Szeidl, B., 1970, Astron. Astrophys. 4.40
- Goranskij, V.P., 1976, Variable Stars, Suppl. 3.1
- Goranskij, V.P., 1980a, Astr. Tsirk. No. 1096.7
- Goranskij, V.P., 1980b, Astr. Tsirk. No. 1111.4
- Goranskij, V.P., 1981, Inf. Bull. Var. Stars No. 2007
- Goranskij, V.P., Kukarkin, B.V., Samus, N.N., 1973, Variable Stars in Globular Clusters and in Related Systems, Proc. IAU Coll. No. 21 (ed. Fernie), Reidel-Dordrecht, p.101
- Graham, J.A., 1975, Publ. Astr. Soc. Pac. 87.641
- Graham, J.A., 1981, Publ. Astr. Soc. Pac. 93.546
- Grubissich, C., 1956, Asiago Contr. No. 76
- Gryzunova, T.I., 1972, Variable Stars Suppl. 1.253
- Gryzunova, T.I., 1979, Variable Stars Suppl. 3.387
- Guman, I., 1955, Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss. Nr. 36
- Hagen, J.G., 1921, Die Veränderlichen Sterne Bd.I. pp.609-671 Freiburg
- Hardie, R.H., 1955, Astrophys. J., 122.256
- Heck, A., Lakaye, J.M., 1977, Astron. Astrophys. 30.397
- Hertzsprung, E., 1922, Bull. Astr. Inst. Netherlands 1.139
- Hoffmeister, C., 1951, Veröff. Sternw. Sonneberg 1.409
- Hoffmeister, C., 1956, Veröff. Sternw. Sonneberg 3.3
- Hoffmeister, C., 1958, Astron. Nachr. 284.165
- Hutchinson, J.L., Hill, S.J., Lillie, C.F., 1977, Astrophys. J. 211.207
- Iben, I., 1972, The Evolution of Population II Stars (ed. Philip Dudley Obs. Rep. No. 4.1
- Iben, I., Rood, R.T., 1970, Astrophys. J. 161.587
- Jakate, S., 1978, Astrophys. J. 224.603

- Jerzykiewicz, M., Wenzel, W., 1977, *Acta Astronomica* 27.35
- Joner, M.D., 1982, *Publ. Astr. Soc. Pac.* 94.289
- Jorgensen, H.E., Gronbeck, B., Norgaard-Nielsen, H.U., 1976, Multiple Periodic Variable Stars, *Proc. IAU Coll. No. 29* (ed. Fitch) vol. II. p. 257
- Kanischeva, R.K., 1971, *Variable Stars* 18.105
- Kanyó, S., 1966, *Inf. Bull. Var. Stars* No. 146
- Kanyó, S., 1970, *Inf. Bull. Var. Stars* No. 490
- Kanyó, S., 1980, *Inf. Bull. Var. Stars* No. 1832
- Kanyó, S., Szeidl, B., 1974, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr.64
- Kheylo, E.S., 1965, *Inf. Bull. Var. Stars* No. 104
- King, D.S., Cox, A.N., Hodson, S.W., 1976, Multiple Periodic Variable Stars, *Proc. IAU Coll. No.29* (ed. Fitch) vol.II.p.233
- King, D.S., Cox, A.N., Hodson, S.W., 1980, Current Problems in Stellar Pulsation Instabilities (eds. Fischel, Lesh, Sparks) NASA Technical Memorandum 80625, p. 97
- Kinman, T.D., 1960, *Roy. Obs. Bull.* 37.E.149
- Kinman, T.D., Wirtanen, C.A., 1963, *Astrophys. J.* 137.698
- Klepikova, L.A., 1956, *Variable Stars* 11.1
- Klepikova, L.A., 1957, *Variable Stars* 11.137
- Klepikova, L.A., 1958, *Variable Stars* 12.164
- Kluyver, M., 1936, *Bull. Astr. Inst. Netherlands* 7.313
- Kopal, Z., Kurth, R., 1957, *Zeitschrift f. Astrophys.* 42.90
- Kordylewski, Z., 1965, *Acta Astronomica* 15.133
- Kraft, R.P., 1977, The Interaction of Variable Stars with Their Environment, *Proc. IAU Coll. No. 42* (eds. Kippenhahn, Rahe, Strohmeier) *Veröff. Bamberg* 11.(Nr. 121) 521
- Kudryashova, L.A., 1978, *Astr. Tsirk. No.* 1012.17
- Kukarkin, B.V., Kukarkina, N.P., 1971, *Variable Stars Suppl.* 1.1
- Kukarkin, B.V., Kukarkina, N.P., 1980, *Variable Stars* 21.365
- Kukarkin, B.V., Kholopov, P.N., Efremov, Yu.N., Kukarkina, N.P., Kurochkin, N.E., Medvedeva, G.I., Perova, N.B., Fedorovich, V.P., Frolov, M.S., 1969, 1970, *General Catalogue of Variable Stars, Moscow*, vol. I., vol. II.
- Kukarkin, B.V., Kholopov, P.N., Efremov, Yu.N., Kukarkina, N.P., Kurochkin, N.E., Medvedeva, G.I., Perova, N.B., Pskovsky, Yu. P., Fedorovich, V.P., Frolov, M.S., 1971, 1974, 1976, *First, Second and Third Supplements to GCVS, Moscow*
- Kukarkina, N.P., Kukarkin, B.V., 1970, *Variable Stars* 17.157
- Kulikov, V.I., 1961, *Variable Stars* 13.400
- Kunchev, P.Z., 1974a, *Inf. Bull. Var. Stars* No. 927
- Kunchev, P.Z., 1974b, *Variable Stars* 19.477
- Lange, G.A., 1960, *Astr. Tsirk. No.* 216.29
- Lange, G.A., 1962, *Astr. Tsirk. No.* 227.19
- Lange, G.A., Firmanyuk, B.N., 1975, *Astr. Tsirk. No.* 864.7
- Larsson-Leander, G., 1971, New Directions and New Frontiers in Variable Star Research, *Proc. IAU Coll. No. 15*, *Veröff. Bamberg* 9. (Nr. 100) 185
- Laskarides, P.G., 1974, *Astrophys. Sp. Sci.* 27.485
- Ledoux, P., 1963, *Star Evolution* (ed. Gratton) Academic Press, N.Y., p. 394
- Ledoux, P., Walraven, Th., 1958, *Handb. d. Phys.* vol. 51. (ed. Flügge) Springer-Verlag, N.Y. p. 353
- Liller, M.H., 1975, *Astrophys. J.* 201.L.125
- Lysova, L.E., Romanov, Yu.S., Firmanyuk, B.N., 1978, *Astr. Tsirk. No.* 982.3
- Lysova, L.E., Firmanyuk, B.N., 1980, *Astr. Tsirk. No.* 1122.3
- Mahdy, H.A., Szeidl, B., 1980, *Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss.* Nr.74
- Makarova, V.A., Akimova, V.P., 1965, *Variable Stars* 15.350

- Mandel, O.E., 1969, Variable Stars 16.628
Mandel, O.E., 1970, Variable Stars 17.335
Manduca, A., Bell, R.A., 1981, Astrophys. J. 250.306
Manduca, A., Bell, R.A., Barnes, T.G., Moffett, T.J., Evans, D.S.,
1981, Astrophys. J. 250.312
Mannino, G., 1956a, Asiago Contr. No. 74
Mannino, G., 1956b, Asiago Contr. No. 75
Mannino, G., 1963, Bologna Publ. 8. No. 12
Mantegazza, G.P., 1961, Bologna Publ. 8. No.5
Marik, M., 1982, Magnetic and Variable Stars (eds. Marik, Szabados) Comm. Konkoly Obs. No. 83.225
Martin, W.Ch., 1938, Leiden Ann. 17.Part 2.
Martin, W.Ch., 1942, Astrophys. J. 95.314
Martynov, D.Yu., 1940, Engelhardt Bull. 18.3
McCluskey, G.E., Kondo, Y., 1972, Astrophys. Sp. Sci. 17.134
McNamara, D.H., 1978, Publ. Astr. Soc. Pac. 90.759
McNamara, D.H., Langford, W.R., 1969, Publ. Astr. Soc. Pac. 81.141
McNamara, D.H., Feltz, K.A., 1978, Publ. Astr. Soc. Pac. 90.275
McNamara, D.H., Feltz, K.A., 1980, Publ. Astr. Soc. Pac. 92.195
Meinunger, L., Wenzel, W., 1968, Veröff. Sternw. Sonneberg 7.387
Muller, A.B., 1953, Bull. Astr. Inst. Netherlands 12.11
Münch, G., 1951, Astrophys. J. 114.546
Münch, G., Terrazas, L.R., 1946, Astrophys. J. 103.371
Nobili, F., 1957, Asiago Contr. No. 81
Notni, P., 1962, Astron. Nachr. 287.65
Notni, P., Oleak, H., 1958, Astron. Nachr. 284.49
Oke, J.B., Giver, L.P., Searle, L., 1962, Astrophys. J. 136.393
Oláh, K., Szeidl, B., 1978, Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss. Nr. 71
Oosterhoff, P.Th., 1939, Observatory 62.104
Oosterhoff, P.Th., 1941, Leiden Ann. 17.Part 4
Oosterhoff, P.Th., 1944, Bull. Astr. Inst. Netherlands 10.58
Oosterhoff, P.Th., 1946, Bull. Astr. Inst. Netherlands 10.101
Oosterhoff, P.Th., 1966, Bull. Astr. Inst. Netherlands 18.140
Paczynski, B., 1965a, Acta Astronomica 15.103
Paczynski, B., 1965b, Acta Astronomica 15.115
Paczynski, B., 1966, Acta Astronomica 16.97
Panov, K., 1980, Variable Stars 21.391
Parenago, P.P., 1956, Variable Stars 11.236
Percy, J.R., 1982, Trans. Int. Astr. Union Reports on Astronomy, vol. 18.A.266
Percy, J.R., Matthews, J.M., Wade, J.D., 1980, Astron. Astrophys. 82.172
Petersen, J.O., 1976, Multiple Periodic Variable Stars, Proc. IAU Coll. No.29 (ed. Fitch) vol. I. p. 195
Petrie, R.M., 1962, Astronomical Techniques, Stars and Stellar Systems vol II. (ed. Hiltner) Univ. of Chicago Press p.560
Preston, G.W., 1959, Astrophys. J. 130.507
Preston, G.W., 1961, Astrophys. J. 134.633
Preston, G.W., 1964, Ann. Rev. Astr. Astrophys. 1.23
Preston, G.W., 1967, The Magnetic and Related Stars (ed. Cameron), Mono Book Corp. Baltimore, p. 3
Preston, G.W., Spinrad, H., Varsavsky, C.M., 1961, Astrophys. J. 133.484
Preston, G.W., Paczynski, B., 1964, Astrophys. J. 140.181
Preston, G.W., Smak, J., Paczynski, B., 1965, Astrophys. J. Suppl. 12.99
Preston, G.W., Spinrad, H., 1967, Astrophys. J. 147.1025
Roberts, M., Sandage, A., 1955, Astron. J. 60.185
Roberson, J.W., 1971, Astrophys. J. 170.353

- Romanov, Yu., 1967, Inf. Bull. Var. Stars No. 205
 Romanov, Yu., 1972, Astr. Tsirk. No. 745
 Rozhavski, F.G., 1964, Variable Stars 15.211
 Saio, H., Takeuti, M., 1980, Current Problems in Stellar Pulsation
 Instabilities (eds. Fischel, Lesh, Sparks) NASA Technical
 Memorandum 80625, p.317
 Sandage, A., 1957, Astrophys. J. 126.326
 Sandage, A., 1981, Astrophys. J. 248.161
 Sandage, A., Katem, B., Sandage, M., 1981, Astrophys. J. Suppl.
 46.41
 Sanford, R.F., 1928, Astrophys. J. 67.319
 Sanford, R.F., 1929, Astrophys. J. 69.240
 Sanford, R.F., 1935, Astrophys. J. 81.149
 Sanford, R.F., 1949, Astrophys. J. 109.208
 Sawyer-Hogg, H., 1973, Publ. David Dunlap Obs. 3. (No. 6) 1
 Sawyer-Hogg, H., 1982, Trans. Int. Astr. Union, Reports on Astro-
 nomy vol. 18.A.295
 Searle, L., Oke, J.B., 1962, Astrophys. J. 135.790
 Shapley, H., 1916, Astrophys. J. 43.217
 Shapley, H., 1918, Publ. Am. Astr. Soc. 3.16
 Shapley, H., 1921, Monthly Not. Roy. Astr. Soc. 81.209
 Shapley, H., 1927, Harvard Bull. 851.15
 Siegel, M.J., 1982, Publ. Astr. Soc. Pac. 94.122
 Simon, N.R., 1979, Astron. Astrophys. 75.140
 Simon, N.R., Teays, T.J., 1982, Astrophys. J. 261.586
 Smith, H.J., 1955, Astron. J. 60.179
 Smith, H.A., 1981, Publ. Astr. Soc. Pac. 93.721
 Smith, H.A., Wesselink, A.J., 1977, Astron. Astrophys. 56.135
 Smith, H.A., Sandage, A., 1981, Astron. J. 86.1870
 Smith, H.A., Perkins, G.J., 1982, Astrophys. J. 261.576
 Sperra, W.E., 1910, Astron. Nachr. 184.241
 Spinrad, H., 1961, Astrophys. J. 133.479
 Stagg, Ch., Wehlau, A., 1980, Astron. J. 85.1182
 Stellingwerf, R.F., 1975a, Astrophys. J. 195.441
 Stellingwerf, R.F., 1975b, Astrophys. J. 199.705
 Stellingwerf, R.F., 1976, Multiple Periodic Variable Stars, Proc.
 IAU Coll. No. 29 (ed. Fitch) vol. I. 153
 Stepien, K., 1972, Acta Astronomica 22.175
 Sterne, Th.E., 1934, Harvard Circ. No. 386
 Stobie, R.S., 1980, Variability in Stars and Galaxies, 5th ERMA,
 B.2.1
 Stothers R., 1980, Publ. Astr. Soc. Pac. 92.475
 Struve, O., 1947, Publ. Astr. Soc. Pac. 59.192
 Struve, O., Blaauw, A., 1948, Astrophys. J. 108.60
 Struve, O., van Hoof, A., 1949, Astrophys. J. 109.215
 Sturch, C., 1966, Astrophys. J. 143.774
 Surjakova, O.G., Shugarov, S.Yu., 1981, Variable Stars 21.505
 Sweigart, A.V., Demarque, P., 1973, Variable Stars in Globular
 Clusters and in Related Systems, Proc. IAU Coll. No. 21
 (ed, Fernie) Reidel-Dordrecht p. 221
 Sweigart, A.V., Gross, P.G., 1974, Astrophys. J. 190.101
 Sweigart, A.V., Renzini, A., 1979, Astron. Astrophys. 71.66
 Szabados, L., 1981, Comm. Konkoly Obs. No. 77
 Szeidl, B., 1963, Inf. Bull. Var. Stars No. 36
 Szeidl, B., 1965, Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss. Nr. 58
 Szeidl, B., 1967, Inf. Bull. Var. Stars No. 220
 Szeidl, B., 1968a, Inf. Bull. Var. Stars No. 278
 Szeidl, B., 1968b, Inf. Bull. Var. Stars No. 291
 Szeidl, B., 1973, Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss. Nr. 63
 Szeidl, B., 1974, Inf. Bull. Var. Stars No. 903

- Szeidl, B., 1975, Variable Stars and Stellar Evolution, Proc. IAU Symp. No. 67 (eds. Sherwood, Plaut) p. 545
- Szeidl, B., 1976, Multiple Periodic Variable Stars, Proc. IAU Coll. No. 29 (ed. Fitch) vol. I. p. 133
- Szeidl, B., 1979a, Trans. Int. Astr. Union, Reports on Astronomy vol. 17.A Part 2, p. 124
- Szeidl, B., 1979b, Inf. Bull. Var. Stars No. 1718
- Szeidl, B., 1979c, Astron. Gesellschaft Mitteilungen 45.47
- Szeidl, B., 1982, Trans. Int. Astr. Union, Reports on Astronomy vol. 18.A.269
- Szeidl, B., Comm. Konkoly Obs. No. 84
- Szeidl, B., Mahdy, H.A., 1981, Comm. Konkoly Obs. No. 75
- Szeidl, B., Oláh, K., Mizser, A., 1984, Comm. Konkoly Obs. (előkészületben)
- Tifft, W.G., Smith, H.J., 1958, Astrophys. J. 127.591
- Todoran, I., 1974, Inf. Bull. Var. Stars No. 915
- Tremko, J., 1964, Mitt. Sternw. Ung. Akad. Wiss. Nr. 55
- Tsesevich, V.P., 1943, Astr. Tsirk. No.17
- Tsesevich, V.P., 1961, Astron. Zhurnal 38.293
- Tsesevich, V.P., 1966, Zvezdy tipa RR Lyrae, Izd. Naukova Dumka, Kiev
- Tsesevich, V.P., 1970, Pulsirushchije Zvezdy (ed. Kukarkin) Izd. Nauka, Moscow, pp. 170-239
- Tsesevich, V.P., 1972, Vistas in Astronomy 13.241
- Tsesevich, V.P., 1973, Astr. Tsirk. No. 757.5
- Tsesevich, V.P., 1976, Multiple Periodic Variable Stars, Proc. IAU Coll. No. 29 (ed. Fitch) vol. I. p.3
- Tsesevich, V.P., Ustinov, B.A., 1953, Trudy GAIS 23.62
- Ureche, V., 1965, Babes-Bolyai Stud. fasc. 1.73
- Ureche, V., 1971, Inf. Bull. Var. Stars No. 532
- Ustinov, B.A., 1951, Astr. Tsirk. No. 110
- Wachmann, A.A., 1965, Astron. Abhandlungen, J.A. Barth Verlag, Leipzig, p. 121
- Wachmann, A.A., 1968, Abhand. Hamburg 8.105
- Walraven, Th., 1949, Bull. Astr. Inst. Netherlands 11.17
- Walraven, Th., 1952, Bull. Astr. Inst. Netherlands 11.421
- Walraven, Th., 1955a, Bull. Astr. Inst. Netherlands 12.57
- Walraven, Th., 1955b, Bull. Astr. Inst. Netherlands 12.223
- Wehlau, A., Conville, J., Sawyer-Hogg, H., 1975, Astron. J. 80.1050
- Wehlau, A., Sawyer-Hogg, H., 1978, Astron. J. 83.946
- Wenzel, W., 1976, Multiple Periodic Variable Stars, Proc. IAU Coll. No. 29 (ed. Fitch) vol. II. p. 221
- Wesselink, A.J., 1974, Astron. Astrophys. 36.163
- Wilkens, H., 1965, Mitt. Veränd. Sterne 3.75
- Wilkens, H., 1976, Mitt. Veränd. Sterne 7.71
- Willis, R.B., 1972, Observatory 92.14
- Wisniewski, W.Z., 1971, Acta Astronomica 21.307
- Woltjer, L., 1956, Bull. Astr. Inst. Netherlands 13.62
- Woolley, R., 1965, Quart. J. Roy. Astr. Soc. 6.125
- Wu, C.-C., 1980, Current Problems in Stellar Pulsation Instabilities (eds. Fischel, Lesh, Sparks) NASA Technical Memorandum 80625, p. 311
- Zhevakin, S.A., 1963, Ann. Review Astron. Astrophys. 1.367