

D - 3867

SZEIDL BÉLA

A MESSIER 3 GÖMBHALMAZ
RR LYRAE TÍPUSÚ VÁLTOZÓI

KANDIDÁTUSI ÉRTEKEZÉS

1967

Szeidl Béla

A MESSIER 3 GÖMBHALMAZ
RR LYRAE TÍPUSU VÁLTOZÓI

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

Kandidátusi Értekezés

1967

Tartalomjegyzék:

Oldal:

1.Bevezetés.....	1
2.RR Lyrae típusú változók gömbhalmazokban	3
3.O-C diagramok és periódusváltozások	7
4.Az M3 gömbhalmaz változóira vonatkozó megfigyelési anyag	13
5.Az epocháknak és a fénygörbék különböző paramétere- inek meghatározása	17
6.Az M3 változóinak periódusváltozásai és O-C dia- gramjai	26
7.A fénygörbék karakterisztikái. Összehasonlítás más gömbhalmazokkal	37
8.Néhány megjegyzés a Blashko-effektussal rendelkező változókkal kapcsolatban	48
Irodalomjegyzék	51

1. Bevezetés

Mintegy 70 éve, felfedezésük óta óriási szerepet játszanak az RR Lyrae típusú változók a Tejútrendszer felépítésének és a csillagok fizikájának kutatásában. A szín-fényesség diagramon egy szűk tartományban helyezkednek el, a mintegy $\Delta B-V \approx 0.2 - 0.4$ magnitúdó széles változó csillag ág $M_V \approx +4$; $B-V \approx 0$ és $M_V \approx -6$; $B-V \approx 0.9$ egyenes mentén/ és a gömbhalmazok horizontális ága $M_V \approx +1^m - 0^m$ "metszéspontjában".

Az első RR Lyrae típusú változókat gömbhalmazokban találták, innen ered másik elnevezésük: halmazváltozók. Intenzív kutatásuk a múlt század végén indult meg; Bailey /1902, 1913/ és munkatársai az M3, M5, M15 és ω Cen gömbhalmazokban e típusú változók százait fedezték fel.

A gömbhalmazok RR Lyrae típusú csillagainak vizsgálata különös érdeklődésre tarthat számot /Rosino, 1965/. Mivel általában egyértelműen eldönthető a kérdés, hogy halmaztagok-e vagy sem, felvilágosítást nyújthatnak a halmaz méretéről és koncentrálttságának fokáról. Tömeges előfordulásuk egy halmazon belül pedig lehetővé teszi a változók nagy számának egyidejű vizsgálatát. Feltehetőleg egy gömbhalmazon belül az RR Lyrae típusú változók közel azonos korúak, tömegűek és genetikailag összefüggő csoportot alkotnak. Vizsgálatuk tehát kozmogóniai szempontból is igen izgalmas. Korábban a populációs típus jó mutatóinak tartották őket, és a halmaz intersztelláris vörössödésének és távolságának indikátoraként is felhasználták. Utóbbi időben azonban bizonyos kételyek támadtak. A tiszta II. populációjú RR Lyrae csillagok mellett a korongpopulációhoz tartozók létezése kétségtelen. E csillagokhoz hasonlóan a gömbhalmazok populációs karakterisztikája sem tekinthető azonosnak /Sandage, Wallerstein, 1960/. Távolságindikátorként is csak óvatosan használhatók - inkább durva becslésekhez csupán - abszolút fényességükben ugyanis a 0.5^m -os szórás reálisnak

látszik.

A 30-as évektől különböző elméleti megfontolások arra utaltak, hogy reális lehetőség van a fejlődésből származó periódusváltozások kimutatására. Martin /1938/ vizsgálatai, melyek szerint az ω Centauri változói átlagosan erős periódusnövekedést mutatnak, ilyen vizsgálatok iránt tovább fokozták az érdeklődést. Az M3 gömbhalmazban Martin /1942/, Belserene /1952/ és Ozsváth /1957/; az M4-ben Wilkens /1964/; az M5-ben Oosterhoff /1941/; az M15-ben Mannino /1956/, Grubissich /1956/, Izsák /1957/, Notni és Oleak /1958/, Bronkalla /1960/, Fritze /1962/ és Makarova és Akimova /1965/; az M53-ban Wachmann /1965/ és végül az ω Centauri gömbhalmazban Martin /1938/ és Belserene /1964/ vizsgálta a változók periódusváltozásait. A szabad RR Lyrae-kre Detre /1955/ végzett hasonló vizsgálatokat.

Detre László, az MTA Csillagvizsgáló Intézetének igazgatója, a gömbhalmazok RR Lyrae típusú csillagai periódusváltozásainak vizsgálatára 1937-ben átfogó programot indított. Ennek során az intézet munkatársai a Konkoly Obszervatórium 24 inches reflektorán többszáz felvételt készítettek az M3, M5, M15, M56 és M92 gömbhalmazokról. Eddig az M3 gömbhalmaz változóiról nyert anyag feldolgozása fejeződött be, jelen értekezés ezen a munkán /Szeidl, 1965/ alapul. Mielőtt ennek részletes kifejtésébe kezdenénk, röviden összefoglaljuk ismereteinket a gömbhalmazok RR Lyrae típusú változóiról és a periódusváltozásokról.

2. RR Lyrae típusú változók gömbhalmazokban

Oosterhoff /1939/ és újabban van Agt és Oosterhoff /1959/ vizsgálatai szerint a G0-2-nél korábbi spektráltípusú gömbhalmazok az általuk tartalmazott RR Lyrae típusú változók tulajdonságai alapján két diszkrét csoportba sorolhatók. Az úgynevezett Oosterhoff-féle I-es csoport /tipikus képviselője M3/ és II-es csoport /tipikus reprezentánsa ω Cen/ tulajdonságait az 1. táblázat foglalja össze tömören, ahol az egyes betűk je-

1. táblázat

csoport	$\overline{Pab}$	$\overline{Pc}$	$\overline{Nc/Nab+c}$	$\overline{Sp/int/}$	fém-tartalom	horiz.ág	$\overline{D}$
I	0. ^d 55	0. ^d 32	0.2	F8.6	AB;B	II-III e,b	2. ^m 5 $\pm$ 0.1
II	0.65	0.37	0.5	F3.7	B;C	I-III b	3.0 $\pm$ 0.1

lentése: $\overline{Pab}$ és $\overline{Pc}$ az RRab ill. RRC csillagok átlagos periódusa, $\overline{Nc/Nab+c}$ az RRC csillagok gyakorisága az összes RR Lyrae csillaghoz viszonyítva, $\overline{Sp/int/}$ a halmazok átlagos integrált spektruma, míg $\overline{D}$ a horizontális ág /RR Lyrae-knél/ és óriás ág /B-V=+1.4-nél/ különbsége.

e és b a horizontális ágon a csillagok eloszlására utal: e= a horizontális ág egyenletesen, b= a horizontális ág kék oldala populált.

A, B és C a gömbhalmazok vörös óriásai alapján a halmazok fém-tartalmát jellemző Deutsch-féle indexek /Deutsch, 1958/.

Integrált spektrumaik /Morgan, 1956, 1959; Kinman, 1959/ alapján Morgan a gömbhalmazokat nyolc osztályba sorolta: az I. osztály igen alacsony, míg a VIII. magas fém-tartalmat jellemez.

A fém-tartalmat jellemző indexek egymással való kapcsolatot a 2. táblázat mutatja. ΔS a közismert Preston-féle indexet jelöli /Preston, 1959/. A fém/hidrogén viszonyt a Napra ill. az RR Lyrae-kre Preston /1961b/ vizsgálta.

Az Oosterhoff-féle alaptípusoktól, az átlagos értékektől számos nagy eltérés akad, léteznek átmeneti típusok, így nem

2. táblázat

Preston-index	$\Delta S \leq 2$	$3 \leq \Delta S \leq 5$	$6 \leq \Delta S$
$\left(\frac{\text{fém}}{\text{H}}\right)_{\text{RR}} : \left(\frac{\text{fém}}{\text{H}}\right)_{\text{Nap}}$	1	0.1	0.002
Deutsch-index	A	B	C
Morgan-index	VIII - IV	III	I

állitható olyan határozottan a diszkrét típusok létezése. Sőt Morgan szerint a gömbhalmaz-spektráltípusok folytonos sort alkotnak.

Az ω Cen különösen nehéz problémát okozott. Az általa tartalmazott RR Lyrae típusú változók tulajdonságai alapján határozottan az Oosterhoff-féle II-es csoportba kell sorolni, ugyanakkor vörös óriásainak spektruma szerint fémtartalma elég magas /AB/. Ujabb vizsgálatok szerint azonban spektrumának erős Ca vonala intersztelláris eredetű is lehet /Sargent, 1965/. Ezzel szemben meg kell jegyezni viszont, hogy az ω Cen irányában számottevő intersztelláris anyag nincs, ugyanis a halmaz intersztelláris vörösödése csekély /Geyer, 1967; Geyer és Szeidl, 1965/.

Sandage /1958/ szellemes modellt dolgozott ki az Oosterhoff-féle osztályok csoporttulajdonságainak magyarázatára.

Tegyük fel, hogy az RR Lyrae típusú változók instabilitási zónája vertikális övezet a HR diagramon. A pulzációelmélet jól ismert

$$P (\bar{\xi} / \bar{\xi}_{\odot})^{0.5} = Q \quad /2.1/$$

periódus-sűrűség relációjából /P a változó periódusa, $\bar{\xi}$ pedig átlagos sűrűsége, Q homolog csillagok esetén szigorúan állandó/

$$L \sim R^2 \cdot T_e^4 \quad \text{és} \quad \bar{\xi} \sim M \cdot R^{-3} \quad /2.2/$$

figyelembevételével kapjuk, hogy

$$P \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{0.5} \left(\frac{L_{\text{bol}\odot}}{\langle L_{\text{bol}} \rangle} \right)^{0.75} \left(\frac{\langle T_e \rangle}{T_{e\odot}} \right)^3 = Q \quad /2.3/$$

Feltehető, hogy $\log T_e$ és a bolometrikus korrekció (B-V) -nek lineáris függvénye /Harris, 1963/, ekkor kapjuk:

$$\log P + 0.3 \langle M_V \rangle = K_1 \langle B-V \rangle - \frac{1}{2} \log \frac{M}{M_\odot} + \log Q + K_2$$

ahol /2.4/

$$K_1 \approx 0.89 \quad \text{és} \quad K_2 \approx 1.02$$

/2.4/ mindenestre durva közelítés, ugyanis elfogadtuk, hogy a közepes sűrűsénél veszi fel a csillag a közepes effektív hőmérsékletét, amely $\langle B-V \rangle$ -ből számítható /Preston, 1961a/

Az erős közelítés ellenére $M \approx M_\odot$ és $Q_{ab} = 0.045$, valamint $Q_{ab}/Q_c = 1.5$ választással /2.4/ jó egyezésben van a megfigyelésekkel mind az ω Cen /Dickens és Sounders, 1965; Geyer és Szeidl, 1965, 1967/, mind az M3 /Roberts és Sandage, 1955/ esetén.

/2.4/ alapján az M_V -(B-V) sikon a konstans periódus görbéi megrajzolhatók. Adott színindexnél növekedő fényességnek növekedő periódus felel meg, hasonlóan, konstans M_V -nél vörösebb színindexű változóhoz hosszabb periódus tartozik. Sandage /1958/ szerint az Oosterhoff-féle II-es típusú halmazok horizontális ága kisebb M_V -nél metszi az instabilitási övezetet /kor, kémiai összetételbeli különbségek, vagy egyéb okok miatt./ A model szerint a $\overline{P_{ab}}/\overline{P_c}$ aránynak azonosnak kell lennie mindkét típusra, mely jó közelítésben teljesül is:

$$\left(\frac{\overline{P_{ab}}}{\overline{P_c}} \right)_I = 1.72 \quad \text{és} \quad \left(\frac{\overline{P_{ab}}}{\overline{P_c}} \right)_{II} = 1.74 \quad /2.5/$$

/2.4/-et az Oosterhoff-féle I. és II. típusú halmazok változóira felírva, majd közepelve /feltehetőleg egy halmazon belül az RR Lyrae típusú változók lényegesen nem különböző tömegűek/, majd ezek különbségét véve:

$$\Delta \log P + 0.3 \Delta \langle M_V \rangle = K_1 \Delta \langle B-V \rangle - \frac{1}{2} \log \frac{M_1}{M_2} \quad /2.6/$$

ahol M_1 az I-es, M_2 a II-es típusú halmazok RR Lyrae változóinak tömegét jelenti.

A tömegkülönbségeknek megfelelő fényességkülönbségeket

a fősorozati tömeg-fényesség relációból /Harris, stb, 1963/ számolva kapjuk, hogy

$$\Delta \log P + 0.35 \Delta \langle M_V \rangle = 0.89 \Delta \langle B-V \rangle \quad /2.7/$$

A /2.7/ összefüggést alkalmazhatjuk a különböző gömbhalmazokra. A két diszkrét típusú gömbhalmaz között /2.7/ alapján várt mintegy 0.2^m fényességugrásról szó sincs, sőt a jelenleg elfogadott M_V értékek /ld 3.táblázat, $N_{RR} \geq 15$ halmazokra/ sem a különböző módon számított korral, sem pedig a kémiai összetétellel nem mutatnak kapcsolatot /Rosino, 1965/. Természetesen M_V -ben és a korban a bizonytalanság igen nagy.

3.táblázat

halmaz NGC	M	$\frac{Nab}{Nab+c}$	$\overline{Pab}$	D	horiz. ág	fém-tartalom ΔS	Sp(int)	M_V
4147		0.66	0.531	2.45:		B		
5257	3	.83	.550	2.64	e	AB II	F7	+1.1
5904	5	.77	.546	2.58	e	AB II	F5	+0.8
6981	72	.89	.552			II	G0-1	
5024	53	.56	.642	3.10		B II	F4	
5139	Cen	.55	.629	2.8:	b	AB II	F7	+0.7
5466		.50	.636	3.00	be	C		
6656	22	.45	.651	2.50	b	B II	F5	
7078	15	.52	.645	3.10	be	C I	F3	+1.0

3.0-C diagramok és periódusváltozások

Míg az RR Lyrae csillagok periódushosszában epocháról epochára beálló változások az epochák mérési hibája /fotografikus észleléseknél optimális esetben $\pm 0.001 \approx \pm 1.5^m$ / alatt van, addig az úgynevezett O-C diagramok rendkívül érzékenyek a periódus változásaira. Ezeken a diagramokon az egymásra szuperponált periódusváltozások az idő vagy a pulzációs szám /epochaszám/ függvényében vannak ábrázolva.

Legyen a fénygörbe egy meghatározott fázisú pontjának /pl maximum/ megfigyelt időpontja B_E , ahol $E = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. A pillanatnyi perióduson a

$$P_E = B_{E+1} - B_E \quad /3.1/$$

különbséget értjük. Létezzon egy számított P_C periódus, akkor az adott fázisú pont /pl maximum/ számított időpontjai

$$R_E = R_0 + P_C \cdot E \quad /3.2/$$

Igy a megfigyelt és számított időpontok különbségei, azaz az O-C értékek:

$$B_E - R_E = B_0 - R_0 + \sum_{j=0}^{E-1} (P_{j_E} - P_C) \quad /3.3/$$

vagy

$$(B - R) = y(E) = (B - R)_0 + \int_0^E \{P(E') - P_C\} dE' \quad /3.4/$$

Sokszor kényelmes az O-C értékeket az idő folytonos függvényeként megadni. Ekkor

$$B - R = y(t) = (B - R)_0 + t - P_C \int_0^t \frac{d\tau}{P} \quad /3.5/$$

Vizsgáljuk meg az O-C diagramok alakját a legegyszerűbb esetben, amikor a periódus az epochaszám lineáris függvénye:

$$P_E = P_0 + \beta^* \cdot E \quad /3.6/$$

és ekkor /3.4/-ből

$$B - R = (B_0 - R_0) + (P_0 - P_C) \cdot E + \frac{\beta^*}{2} E^2 \quad /3.7/$$

azaz az O-C diagram egy parabola. $R_0 = B_0$ és $P_C = P_0$ válasz-

tással elérhető, hogy /3.7/

$$B - R = \frac{\beta^*}{2} E^2 \quad /3.8/$$

alakú legyen. Innen látható, ha a periódus növekvő, azaz $\beta^* > 0$, az O-C diagram alulról konvex lesz, és viszont; ha pedig a periódus csökkenő, azaz $\beta^* < 0$, akkor alulról konkáv lesz.

β^* a periódusnak egy ciklus alatti változását jelenti. Igen gyakran a periódus egy nap alatti változását adják meg:

$$P_t = P_0 + \beta \cdot t \quad /3.9/$$

ahol

$$\beta = \frac{1}{P} \beta^* \quad /3.10/$$

A megfigyelt periódusváltozások magyarázatára több lehetőség kínálkozik.

Elvileg lehetséges, hogy az időskálák esetleges különbözősége látszólagos periódusváltozáshoz vezet. A fényváltozás időbeli lefutását világidőben mérjük, melynek az inerciaidő jelenleg ismert legjobb közelítésétől, az ephemeris-időtől való eltérése az elmúlt 60 esztendőben kb $35^s \approx 0.0004$. Ez fotoelektromos észleléseknél már észrevehető lehet. Fotografikus észleléseknél azonban a megfigyelési hiba alatt van.

Természetesen, ha a csillag a megfigyelőhöz képest v_r sebességgel relativ mozgást végez, a Doppler-effektus folytán nem tudjuk a valódi periódust megfigyelni, a periódus eltolódás:

$$\Delta P = P - P_0 \approx \frac{v}{c} P_0 \quad /v \ll c/ \quad /3.11/$$

/P a megfigyelt, P_0 a tényleges pulzációs periódus, c a fénysebesség/ Ha pl $v \approx 10 \text{ km/sec}$, ami egy reális radiális sebesség, a periódus értéke mintegy $10^{-5} \text{ nap} \approx 0.1 \text{ sec}$ -mal lesz meghamisítva. /Az RR Lyrae csillagok periódusát általában 10^{-7} nap pontossággal adják meg./

Nyilvánvaló, hogy minden radiális sebességváltozás egy látszólagos periódusváltozást eredményez, és pedig

$$\frac{dP}{dt} \approx \frac{P_0}{c} \frac{dv}{dt} \quad /v \ll c/ \quad /3.12/$$

Egyenletes gyorsulást a /, azaz egyenletes periódusváltozást tételezve fel /3.9/ és /3.12/-ből

$$\beta = P_0 \cdot \frac{a}{c}, \text{ vagy } a = \frac{\beta c}{P_0} \quad /3.13/$$

Az észlelt periódusváltozások azonban túlságosan nagyok ahhoz, hogy egyáltalán, akár mint lehetőség is, szóba jöjjön egy ilyen magyarázat. Különböző is, ilyen effektusok feltételezésével a legellentmondásosabb eredményekre jutunk.

Számos egyéb ellenvetés is tehető: pl különböző típusú változók O-C diagramjainak hasonlóknak kellene lenniük, holott már az RRab és RRc csillagok O-C diagramjai feltűnően különböznek egymástól.

Vagy egy másik ellenvetés: Legyenek egy Blashko-effektussal rendelkező RR Lyrae csillag periódusai P_0 és P_B , a periódusváltozást jellemző paraméterek β_0 és β_B . Ha túlnyomóan kinematikai effektusokkal magyarázhatók a periódusváltozások, akkor /3.13/ szerint teljesülnie kellene:

$$P_0 : P_B = \beta_0 : \beta_B \quad /3.14/$$

A valóságban azonban nemcsak hogy a két O-C diagram paralel futásáról nincs szó, hanem gyakran a főperiódus hirtelen változását a szekundér-periódus ellentétes irányú változása követi /Balázs J. és Detre, 1962/.

Az O-C diagramok formája általában eleve kizárja, hogy az esetleges kettősségnél fellépő effektusok váltanának ki látszólagos periódusváltozásokat.

Kétségtelennek látszik, hogy az RR Lyrae típusú változók O-C diagramjainak interpretálása semmiféle kinematikai hatás feltételezésével sem lehetséges.

Elképzelhető, hogy a csillagfejlődés periódusváltozásokhoz vezet. Erre utal a szigorú periódus-szinindex reláció is, mely szerint a HR diagramon a horizontális ág RR Lyrae "gap"-jében a változók szigorúan a periódus szerint rendeződnek.

Egyesek szerint a fejlődés következtében fellépő periód-

dusváltozások ugrásszerűek, mindenesetre, ahol a megfigyelési anyag folytonos, ilyen ugrásszerű változások csak igen ritkán lépnek fel.

Sandage /1957/ szerint az RR Lyrae állapotban a csillagok $7 \cdot 10^7$ évet töltenek el, mialatt periódusuk kb 1 napról 0.2 napra csökken. Egyenletes periódusváltozást tételezve föl:

$$\beta = \frac{\Delta P}{\Delta t} \approx \frac{-0.8}{7 \cdot 10^7 \text{ év}} \approx -0.3 \times 10^{-10}$$

Minthogy a megfigyelések szerint a β értékek diszperziója 10^{-10} körüli, a fejlődésből származó szekuláris változásokról csak nagyon bizonytalan kijelentéseket tehetünk.

Ezek a "naiv" törekvések az O-C diagramok interpretálására nyilvánvalóan nem vezetnek eredményre, a kisebb-nagyobb ciklusok /a parabolászerű O-C diagramok is felfoghatók egy ciklus részének!/ fellépése magyarázatot kíván.

Hamis az a szemlélet, mely szerint a változó csillagok periódusainak hibái nem-kumulatív jellegűek, és hasonlóak az obszervációs hibákhoz. A fényváltozással kísért erupciós vagy pulzációs mechanizmus periodicitását számos tényező, paraméter határozza meg. A fellépő szabálytalanságok következtében, ha az epochák obszervációs hibáit zérusnak is vesszük, az individuális ciklusok, periódushosszak randószerűen különbözni fognak egymástól.

Legyen a valószínűségi változóknak tekinthető P_i individuális periódushosszak sűrűség-eloszlás függvénye $f(P)$, ekkor a periódus várható értéke

$$\bar{P} = \int_0^{\infty} P \cdot f(P) dP \quad /3.15/$$

Lehetséges, hogy az igazi periódusnak tekinthető $\bar{P}$ változik, függvénye az epochaszámnak. Ha $f(P, E)dP$ jelenti annak valószínűségét, hogy az E-edik ciklus hossza P és $P+dP$ közé esik, akkor

$$P_E = \int_0^{\infty} P \cdot f(P, E) dP \quad /3.16/$$

A periódusfluktuációkat, melyek a /3.15/ ill. /3.16/ ál-

tal definiált $\bar{P}$ körül szórnak, nem szabad azonosítanunk a periódus igazi változásaival /Sterne, 1934/. A fluktuációk alkalmas összegződésével tetszőleges O-C diagram előállhat. Ez feltétlenül az O-C diagramok kielégítő interpretációját adhatja.

A periódus statisztikus fluktuációi, azaz az individuális periódusoknak a /3.15/ ill. /3.16/-ban definiált $\bar{P}$ értéktől való véletlenszerű eltérései különböző típusúak lehetnek /Eddington és Plakidis, 1929/:

1/ A fluktuáció független az öt megelőzőtől. Az ilyen fajtájú fluktuációkat periódus-zajnak nevezhetjük.

2/ Az individuális periódus korrelációban van az öt megelőzővel. A korreláció

a/ pozitív, ha tendencia van az átlagosnál hosszabb /vagy rövidebb/ periódusok csoportos előfordulására,

b/ negatív, ha az átlagosnál hosszabb periódust valószínűleg egy annál rövidebb követ, és megfordítva.

Az 1/-es típusú periódusfluktuációkból /periódus-zajból/ eredő "periódusváltozásokat" Balázs Júlia és Detre /1965/ vizsgálták újabban. A feladat a bolyongási problémával azonos az O-C diagram síkjában a $B-R=y$ tengely irányában.

Legyen az $E \rightarrow E+1$ átmenetnél a periódusfluktuáció η_{E+1} . Feltételezzük továbbá, hogy az η_i független valószínűségi változók eloszlása azonos. Valószínűség-sűrűség függvényüket jelöljük $\varphi(\eta)$ -val.

Nyilván az E-edik epochánál felvett O-C értéket az η_i valószínűségi változók összege adja, ha $y(0)=0$:

$$y_E = \sum_{i=1}^E \eta_i \quad /3.17/$$

ahol y_E maga is valószínűségi változó. Ha y_E valószínűség-sűrűség függvényét $\psi_E(y)$ jelöli, akkor egyszerű feltevések mellett:

$$\psi_E(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{E-1}(y-\eta) \varphi(\eta) d\eta \quad /3.18/$$

/3.18/ rekurziós formula ($\psi_0 = \varphi$) lehetőséget ad φ

ismeretében ψ_E meghatározására.

Tetszőleges /szakaszonként sima/ $\varphi(\eta)$ sűrűségfüggvény esetén elég nagy E -re ψ_E normálisnak tekinthető. A centrális határértéktétel lokális alakjából következik ugyanis, hogy

$$\lim_{E \rightarrow +\infty} \left\{ \psi_E(y) - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 E}} \exp\left(-\frac{y^2}{2E\sigma^2}\right) \right\} = 0 \quad /3.19/$$

ahol

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 \varphi(\eta) d\eta \quad /3.20/$$

/3.19/-ben a konvergencia egyenletes és rendkívül gyors. σ -t, a periódus, amplitudó stb mellett, a csillag fontos paraméterének kell tekintenünk.

Balázs Júlia és Detre említett cikkükben az M3 változói O-C diagramjait diszkutálva azt kapták, hogy $\overline{\sigma}$ értéke RRc csillagok esetén 0.0004, rövidperiódusú RRab csillagokra 0.0010, míg hosszúperiódusúakra 0.0005. Más típusú változók periódus-változásait is vizsgálva arra a megállapításra jutottak, hogy σ értéke valószínűleg a csillag evolúciós sebességével korrelál. Sőt elképzelhető, hogy a fejlődés során /vagy annak egyes szakaszaiban/ a periódus értéke lényegében konstans marad, viszont σ értéke változik.

Az O-C diagramok ilyen interpretációja kétségesé teszi azt az elképzelést, mely szerint azok az evolúciós folyamatokkal együttjáró valóságos periódusváltozásokat tükrözik.

A fenti diszkusszió természetesen csak a legegyszerűbb esetet ölelte fel. A kérdéskör mélyebb vizsgálatához feltétlenül szükséges lenne a fényváltozás okának és lefolyása mechanizmusának pontos ismerete, mellyel jelen pillanatban még nem rendelkezünk.

4. Az M3 gömbhalmaz változóira vonatkozó megfigyelési anyag

Az M3 = NGC 5272 $\alpha=13^h39^m.9$, $\delta=+28^\circ38'$, 1955; $l^{II}=42^\circ$, $b^{II}=+79^\circ$ / a változóiban leggazdagabb gömbhalmaz. Bailey /1902, 1913/ és munkatársai több mint 130 változóját fedezték föl a múlt század végén készült felvételeken. Számuk Shapley /1914/, Larink /1922/, Prager és Guthnick /1925/ és Greenstein /1935/ vizsgálatai után 160 fölé emelkedett. Roberts és Sandage /1955/ további három igen kis amplitudójú változót talált, közülük az egyik RRc csillag, a legrövidebb ismert periódusú fizikai változó az M3-ban, a másik kettő R Rab változó, periódusuk közel egy nap, az ismert leghosszabb periódusú RR Lyrae csillagok az M3-ban. Ujabban Kurochkin /1959, 1961, 1962/ mintegy 15 RR Lyrae csillagot fedezett fel a halmaz centrumától távol. Kholopov /1963/ a halmaz centrumát vizsgálta át, és több mint tiz változó-gyanus objektumot talált.

A mintegy 200 változó közül a budapesti lemezeken 119 volt mérhető, közülük egy W Uma típusú, egy pedig hosszúperiódusú féliszabályos változó. Jelen dolgozat csak az RR Lyrae típusúakkal foglalkozik.

A rendelkezésre álló teljes megfigyelési anyagról a leglényegesebb adatokat a 4. táblázat foglalja össze. Egyes észlelők /Hett és Schwarzschild/ néhány esetben szomszédos lemezpárokból közepelt fényességértékeket közölnek. Martin, bár 132 változót mért, elemeket csak 121-re adott meg. Fényesség adatokat egyetlen egy változóról sem közölt.

A 4. táblázatban szereplőkön kívül Kukarkina és Kukarkin /1961b/ közöl fényesség adatokat három változóra az 1949 és 1960 között a bjurakáni 40/40 cm-es Schmidt-teleszkóppal és a GAIS 40 cm-es asztrográfjával nyert 177 felvétel alapján.

R.H.Baker és H.V.Baker /1956/ 44 változó mindegyikéről 38 UV észlelést közölnek az 1953-54-es évekből. Ezeket azonban az epochák meghatározásakor figyelmen kívül hagytuk, u-

év	irodalom	műszer	exp. /min/	felv. száma	mért vált.
1895		13"Boyden	75-183	16	
1896		Refraktor+	50-127	16	
1897	Bailey /1913/	24"Bruce	90-152	17	132
1898		Telescope	70-120	4	
1899			30-120	12	
1900		36"CrossleyRefl.	10	25	
1912	Hett /1942/	60"Mt.Wilson	2-20	14 /8/	48
1915				22/17/	
1920	Larink /1922/	1m Hamburg	20	1	129
1921			10-13	135	
1924	Müller /1933/	1.22mBabelsberg	15-60	1	159
1925				91	
1926	Slavenas /1929/	60"Mt.Wilson	8	97	47
1926	Greenstein /1935/	60"Mt.Wilson	8	75	117
1938	Schwarzschild/1940/	61"OakRidgeSt.	8-10	8 /4/	51
1938	Szeidl /1965/	24"Budapest	15	6	117
1939				2	
1939	Hett /1942/	60"Perkins Obs.	9-15	44	48
1940	Martin /1942/	Johannesburg 40cmAstrograph	30-40	106	132/121
1940	Szeidl /1965/	24"Budapest	12	11	117
1941				13	
1946	Belserene /1952/	60"Mt.Wilson	5-7	28	52
1948				10	
1950	Szeidl /1965/	24"Budapest	10-13	33	117
1951			10-10.5	10	
1952			10-17	40	
1953	Roberts Sandage /1955/	100"Mt.Wilson	15	25	78
1953			12-15	17	
1955	Szeidl /1965/	24"Budapest	15	25	117
1956			15-16	23	
1957		24"Hamburg	12-16	17	
1960		24"Budapest	14-16	20	
1962			14-15	14	

gyanis az RR Lyrae-k fényesség-maximuma idején a fényesség-minimumhoz képest erős UV depresszió, a felszállóág közepe táján pedig erős UV excesszus jelentkezhet /Preston és Paczynski, 1964/, így az UV és B /vagy m_{pg} / fénygörbék felszállóág-közepei között észrevehető fáziskülönbségek léphetnek fel.

A 214 budapesti felvétel a Konkoly Obszervatórium 24"-es

reflektorának Newton-fókuszában készült $f=3600$ mm, a lemezen 1 mm 57.3 ívmásodpercrek felel meg/ különböző fajtajú lemezek /Kodak Eastman 40, Agfa Astro Special, Guillemínót Superfulgur és végül Kodak 103a0/ felhasználásával. A felvételeket Balázs Júlia, Detre L., Kulin Gy., Lovas M., Ozsváth I. és a szerző készítették. /Részletesen lásd Budapest Mitt. 58. 8. oldal 1. táblázat/ A lemezeken a határmagnitudo értéke általában $16^m.5$ és 17^m között mozog.

A budapesti felvételeken általában 117 RR Lyrae típusú változó mérése volt lehetséges. Ezek többsége a halmaz centrumától $3'$ -nél távolabb fekszik, a háttérrel, környezettel, szomszédos csillagokkal összefolyó változók /mintegy 60/ mérése lehetetlen volt. /Közülük 13 becsülhető. Feldolgozásuk megtörtént, az így nyert O-C diagramok közül néhányat ebben az értekezésben is felhasználunk./

A fényességméréseket az MTA Csillagvizsgáló Intézetének Rosenberg-féle mikrofotométerével végeztük el, kivéve az 1960-as lemezeket, melyeket az intézet Becker-féle iris-fotométerével fotometráltunk. A tapasztalatok azt mutatják, hogy a gömbhalmazok fotometrálásához a konstans diafragmájú Rosenberg-fotométer használata előnyösebb volt. Ugyanis, ha a háttércsillagok leválasztása lehetetlen, fix blende esetén a mérési adatok mindig ugyanolyan értékkel torzulnak el. A fellépő szisztematikus hibák ugyan teljesen meghamisítják a fényesség adatokat, de a viszonylag kisebb véletlen hibák következtében a maximum, felszállóág-közép, stb időpontja sokkal pontosabban határozható meg, mint iris-fotométer esetén.

A mérésekhez a halmaz centrumától $3'$ - $13'$ közötti távolságban fekvő 32 összehasonlító csillagot választottunk ki Sandage /1953/ elsődleges fotoelektromos és másodlagos fotografikus összehasonlító szekvenszéből. Ezek fotografikus fényességei valamivel több mint három magnitudo intervallumot fednek le $/14^m.00 - 17^m.05/$. A skálacsillagok színindexei általában $CI \approx +0.5 - +0.8$ $/B-V \approx +0.6 - +0.9$ -nek felel meg/ körüliek, a szélső értékek:

$$-0.17 \leq CI \leq +1.58$$

$$/-0.02 \leq B-V \leq +1.56/$$

Mivel a különböző periódusú változók a fényváltozás különböző fázisaiban $CI \approx +0.2 - +0.6$ színindexűek, valamint a használt lemezek színérzékenységei nem térnek el egymástól lényegesen, továbbá valamennyi budapesti felvétel a-züstözött tükör segítségével készült, így a felhasznált összehasonlító rendszer minden szempontból kielégítőnek mutatkozott. A budapesti anyag homogénnek tekinthető, ezért a különböző évekre és lemezfajtákra az anyagot homogenizáló transzformációs egyenletek felállítása értelmetlennek látszott.

Az 1957-ben Hamburgban nyert 17 felvétel alumíniumozott tükör segítségével Kodak OaO lemezekre készült. E felvételekből kapott fényesség adatok szisztematikusan eltérnek a budapestiektől, ezért ezeket csak epochák meghatározásához használtuk föl, normálpontok képzésére, a közepes fénygörbe megkonstruálásához, a maximális és minimális fényesség meghatározásához nem. Elvileg lehetőség lenne színegyenletek felírásával a hamburgi fényesség adatokat a budapesti rendszerbe transzformálni, de sok esetben /és éppen a legérdekesebbeknél, a Blashko-effektussal rendelkezőknél/a változó különböző fázisaihoz tartozó színindexeket nem ismerjük.

A fényességmérés hibái erősen függnének a lemezek minőségétől és a csillag fényességétől. Véletlenszerűen kiválasztott 15 lemez alapján az 5. táblázat adja meg egy mérés közepes hibáját. /A fényesség adatok a Budapest Mitt. 58. 143-227. oldalakon a 9. táblázatban találhatók./

5. táblázat

magnitudo int.	lemez-minőség		
	kiváló	közepes	rossz
$14^m.5 - 15^m.5$	$\pm 0^m.06$	$\pm 0^m.08$	$\pm 0^m.12$
$15^m.5 - 16^m.5$	$\pm 0^m.07$	$\pm 0^m.12$	$\pm 0^m.15$

5. Az epocháknak és a fénygörbék különböző paramétereinek meghatározása

H.B.Sawyer /1955/ katalógusában adott periódusok alapján meghatároztuk valamennyi észlelés provizórikus fázisát, majd ezek felhasználásával az egyes évekre megszerkesztettük a fénygörbéket. Ezekből átlagos O-C értékeket határoztunk meg, melyek segítségével a periódus javítható volt. Az új periódussal új O-C diagramot szerkesztettünk, melynek alapján megkonstruáltuk a budapesti közepes fénygörbét. Ezek felhasználásával határoztuk meg a felszállóág-közepek végleges pontos epocháit, esetleg a leszállóág vagy minimum egy szakaszából is.

Az egyes obszervációkat fázisuknak megfelelően húsz csoportba osztottuk: az RRc és hosszúperiódusú RRab csillagok esetén a fényváltozás teljes fázisát húsz egyenlő részre, míg a közel félnapos periódusú RRab-knál a fényváltozás teljes fázisát a felszállóágban és a maximumban sűrített húsz intervallumra osztottuk. Az egyes intervallumokon belül a fázis és magnitúdó értékek közepelésével kaptuk a normálpontokat. /lásd részletesen Budapest Mitt. 58. 102-123. oldal 8. táblázat, ill. 130-142. oldal 15-27. ábra/

Különösen az RRab csillagoknál volt fontos vigyázni, hogy sem a maximum magassága, sem pedig a felszállóág formája ne torzuljon el. A fénygörbe kritikus szakaszaiban feltétlenül szükséges volt a normálpontok sűrítése. Ahol a fénygörbe nyilvánvalóan nem közelíthető egy egyenes szakasszal, ott nem szabad egy intervallumot képezni. E kritérium figyelembevételével el kellett állnunk attól az általános gyakorlattól, hogy egy-egy intervallumba közel azonos számú pontot fogjunk össze. Így viszont számolnunk kell azzal, hogy az egyes normálpontok hibái nagyon különbözőek lehetnek.

A már említett okok miatt az 1957-es hamburgi magnitúdó értékeket a normálpontok képzésénél figyelmen kívül hagytuk.

Drasztikus fénygörbeváltozással rendelkező csillagok esetén az észlelt legmagasabb és legalacsonyabb maximumot rajzoltuk föl, a normálpontokat csak a leszállóágra és a minimumra készítettük el.

A normálpontokból megrajzolt fénygörbék alapján határoztuk meg azok legfontosabb karakterisztikáit. Ezeket a 6. táblázat foglalja össze. Az egyes oszlopokban rendre a változók száma, periódusa, maximális, minimális, mediális fényessége, amplitudója, a fénygörbe aszimmetriáját kifejező paraméter $\epsilon = (T_{\max} - T_{\min}) \cdot P^{-1}$, azaz a minimumtól a szomszédos maximumig eltelt idő a periódus törtrészeiben kifejezve/, míg a további négy oszlopban a periódusváltozást ill. az O-C diagramot jellemző indexek /részletes kifejtésükre a későbbiekben kerül sor/ találhatóak. A 12. oszlopban B_{eff} az "i" jel határozott, az "i?" pedig lehetséges fénygörbeváltozásra utal. "r" a halmaz centrumától ivpercekben mért távolságot adja meg.

Sajnos azon változók esetében, melyek a halmaz centrumától $2.5 - 3'$ -nél kisebb távolságban helyezkednek el, pontos fotometria a fellépő fotografikus effektusok miatt nem végezhető el. Így ezekre a változókra a 6. táblázatban közölt fényesség adatok hamisak, és a további vizsgálatok során nem nyernek felhasználást.

Az 1. ábrán az egyes változók mediál fényességét m_{med} és amplitudójának az átlagos amplitudótól való eltérését $A - \bar{A}$ ábrázoltuk a halmaz centrumától mért távolság r függvényében. Jelen esetben egy változóhoz rendelt átlagos amplitudón $\bar{A}$ a periódus-amplitudó diagramon a kérdéses változó periódusánál kiközepelt amplitudóértéket értjük.

A centrumtól mért kis látszó távolságokra a mediál magnitúdók szisztematikusan fényesebbeknek adódtak, az amplitúdók pedig kisebbeknek.

A valódi fényességek ilyen torzulásai teljesen érthetőek. Az összehasolító csillagok viszonylag távol helyezkednek el a halmaz centrumától és nem zavarják őket háttércsillagok. Viszont a centrumhoz közeli változókat nem lehet leválasztani a szomszédos háttércsillagoktól, a fényességmérés azokkal

6. táblázat

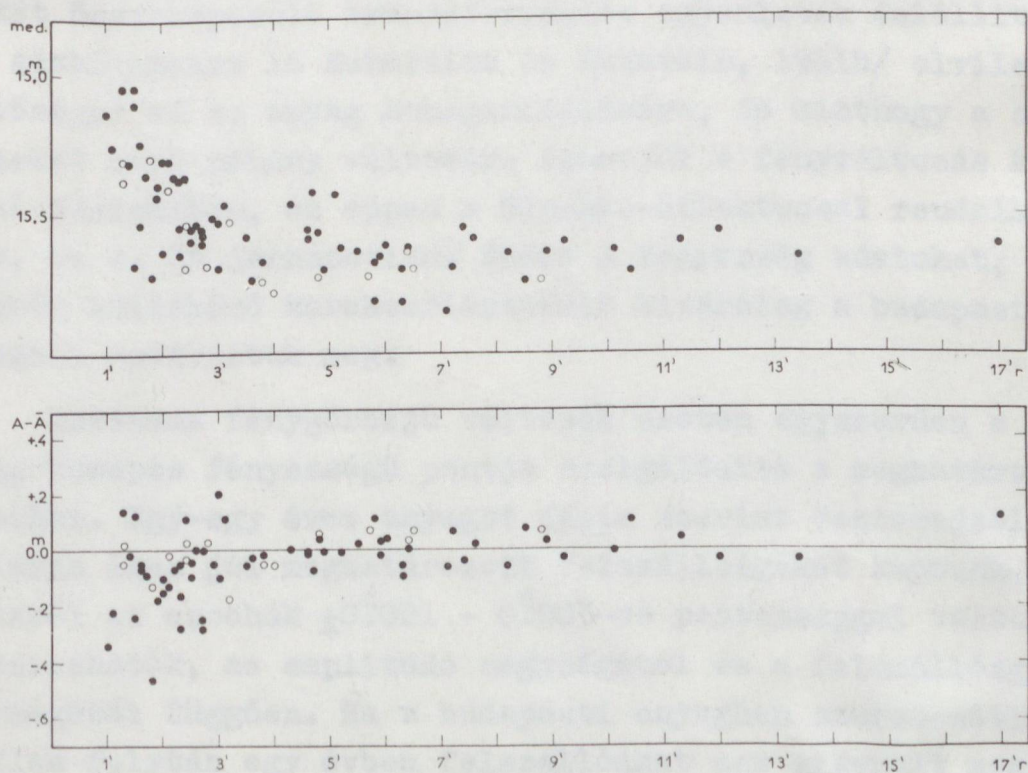
Var	Period	M	m	m _{med}	A	ε	$\beta \cdot 10^{10}$	c_1	c_2	c	B _{eff}	r
1	0 ^d 5206250	14 ^m 68	15 ^m 92	15 ^m 30	1 ^m 24	0 ^p 13	-11.3	2	0	2		2.1
5	.5058940	14.71 15.43	16.15	15.61	1.44 0.72	—	—	5	3	8	i	4.4
6	.5143228	14.87	16.21	15.54	1.34	0.13	+ 4.1	1	0	1		2.3
9	.5415641	14.95	16.28	15.61	1.33	0.13	- 5.3	1	0	1		6.0
10	.5695185	15.06	16.15	15.60	1.09	0.16	+11.4	2	0	2	i	3.5
11	.5078918	14.75	16.17	15.46	1.42	0.14	0.0	0	0	0		4.3
12	.3178890	15.23	15.83	15.53	0.60	0.35	—	3	3	6	i	2.4
13	.4830490	14.79	15.96	15.37	1.17	0.15	- 9.4	2	0	2	i?	2.3
14	.6359019	14.95	16.19	15.57	1.24	0.15	+ 1.0	0	0	0	i	2.5
15	.5300794	14.87	16.26	15.56	1.39	0.11	+ 4.1	1	0	1		4.8
16	.5115075	14.93	16.31	15.62	1.38	0.12	- 4.9	1	0	1		5.2
17	.5761367	15.20 15.60	16.20	15.80	1.00 0.60	—	+ 6.0	2	2	4	i	7.7
18	.5163623	14.86 15.22	16.30	15.67	1.44 1.08	0.11 0.16	—	3	2	5	i	5.2
19	.6319796	15.56	16.15	15.85	0.59	0.21	- 2.3	1	0	1		7.1
20	.4912570	14.85	16.25	15.55	1.41	—	—	2	1	3	i	7.2
21	.5157286	14.92	16.42	15.67	1.50	0.12	+16.5	2	0	2		5.8
22	.4814221	14.98	16.20	15.59	1.22	—	—	5	2	7	i	3.2
23	.5953756	15.07	15.80	15.43	0.73	0.18	—	1	1	2	i?	5.1
24	.6633494	15.06	16.07	15.56	1.01	0.17	0.0	0	0	0		2.5
25	.4800510	14.66	16.07	15.36	1.41	0.10	+ 6.3	5	0	5	i?	2.2
26	.5977452	14.88	16.04	15.46	1.16	0.14	- 1.0	0	0	0		3.1
27	.5790912	15.07	16.11	15.59	1.04	0.15	—	2	0	2		2.5
28	.4706364	14.92	15.88	15.40	0.96	0.23	—	2	4	6	i	1.8
31	.5807216	14.43	15.65	15.04	1.22	0.14	- 1.9	1	0	1		1.3
32	.4953518	14.58	15.68	15.13	1.10	0.11	- 1.4	1	0	1		1.0
33	.5252237	14.78 15.24	15.90	15.45	1.12 0.66	—	- 2.9	1	0	1	i	1.9
34	.5591012	15.08 15.44	16.16	15.71	1.08 0.72	—	—	3	3	6	i	3.6
35	.5306059	15.04 15.50	16.10	15.69	1.06 0.60	0.14 0.22	—	5	1	6	i	4.9
36	.5455855	14.78	16.26	15.52	1.48	0.12	+ 2.2	1	1	2		3.0
37	.3266390	15.41	16.03	15.72	0.62	0.37	- 0.9	1	0	1		4.8
38	.5580276	14.74 15.34	16.16	15.60	1.42 0.82	—	- 7.1	2	0	2	i	4.0
39	.5870766	15.14 15.56	16.23	15.79	1.09 0.67	—	—	1	2	3	i	4.6
40	.5515411	15.09	16.32	15.70	1.23	0.13	0.0	0	0	0		4.9
41	.4850462	15.22	16.23	15.72	1.01	—	—	3	1	4	i?	1.8
42	.5901852	14.40	15.68	15.04	1.28	0.16	-36.5	4	0	4	i?	1.5
43	.5404790	14.40 15.04	15.80	15.26	1.40 0.76	—	—	5	3	8	i	1.7
44	.5063961	14.84 15.36	16.04	15.57	1.20 0.68	—	—	4	2	6	i	3.3
45	.5368966	14.94	16.23	15.58	1.29	0.13	+ 2.0	1	0	1	i?	4.6
46	.6133669	15.32	15.96	15.64	0.64	0.23	+ 5.2	1	0	1		2.3
47	.5409923	14.74 15.40	15.97	15.52	1.23 0.57	—	—	1	3	4	i	2.3
48	.6278128	15.23	15.92	15.57	0.69	0.22	+ 4.5	1	0	1	i?	2.7
49	.5482196	14.71 15.39	16.11	15.58	1.40 0.72	0.12 0.22	- 5.6	1	0	1	i	2.9
50	.5130879	14.57 15.21	16.09	15.49	1.52 0.88	—	—	2	3	5	i	3.9
51	.5839818	15.16	16.18	15.67	1.02	0.15	- 5.8	1	0	1		3.8

6. táblázat /folytatás/

Var	Period	M	m	m _{med}	A	ϵ	$\beta \cdot 10^{10}$	c_1	c_2	c	B _{eff}	r
52	0 ^d 5162250	14 ^m 92 15.23	16 ^m 06	15 ^m 57	1 ^m 14 0.83	—	—	3	2	5	i	2.9
53	.5048878	14.68	15.93	15.30	1.27	0 ^m 13	— 2.5	1	0	1		2.0
54	.5063150	14.92	15.94	15.43	1.02	0.17	—	5	3	8	i	1.9
55	.5298132	14.95	16.29	15.62	1.34	0.13	+ 3.6	1	0	1		6.4
56	.3295986	15.38	16.02	15.70	0.64	0.34	—	0	2	2		6.5
57	.5122223	14.84	16.23	15.53	1.39	0.15	—14.2	2	0	2		2.6
58	.5170617	14.58	15.91	15.24	1.33	0.12	—	5	1	6	i?	1.6
59	.5888053	15.23	16.20	15.71	0.97	0.16	+ 5.9	1	0	1	i	4.2
60	.7077228	15.24	16.15	15.69	0.91	0.19	+ 2.3	1	0	1		7.2
61	.5209312	14.96 15.42	16.21	15.70	1.25 0.79	—	—	2	3	5	i	6.8
62	.6524077	15.42	16.16	15.79	0.74	0.21	+ 2.9	1	0	1	i	7.2
63	.5704164	14.96 15.36	16.22	15.69	1.26 0.86	0.14	— 6.5	1	0	1	i	5.7
64	.6054588	15.39	16.24	15.81	0.85	0.21	0.0	0	0	0		5.8
65	.6683397	15.10	16.21	15.65	1.11	0.18	—	1	1	2		5.9
66	.6201827	15.20	15.93	15.56	0.73	0.17	—	2	4	6	i	2.6
67	.5683609	14.95 15.44	16.07	15.64	1.12 0.63	—	—14.2	2	0	2	i	3.0
68	.3559732	15.0 15.7	16.0	15.8	1.0 0.3	—	—	—	—	—	i	2.9
69	.5665878	15.15	16.05	15.60	0.90	0.18	+12.2	2	0	2		2.7
70	.486:	15.22	15.75	15.48	0.53	—	—	—	—	—		2.6
71	.5490517	15.07	16.04	15.55	0.97	0.15	—	1	1	2		2.7
72	.4560739	14.80	16.30	15.55	1.50	0.13	+ 2.0	1	0	1		7.4
74	.4921441	14.80	16.20	15.50	1.40	0.14	—	1	1	2		2.9
75	.3140790	15.38	15.98	15.68	0.60	0.36	—	1	1	2		2.8
76	.5017544	14.90	16.46	15.68	1.56	0.13	—	1	1	2		1.5
77	.4593425	14.63	16.07	15.35	1.44	0.13	+ 1.7	1	1	2		1.7
78	.6119254	14.92	15.70	15.31	0.78	0.19	—	1	0	1		1.4
79	.4833275	14.72 15.19	16.31	15.63	1.59 1.12	0.11 0.17	—	4:	3:	7	i	5.8
80	.5384827	14.80 15.50	16.17	15.66	1.37 0.67	—	—	5	3	8	i	8.3
81	.5291105	15.00	16.28	15.64	1.28	0.15	—	1	1	2		8.2
82	.5245061	14.96	16.31	15.63	1.35	0.12	+ 8.6	2	0	2		10.1
83	.5012408	14.87	16.32	15.59	1.45	0.12	+ 9.6	2	0	2		7.6
84	.5957289	15.26	16.12	15.69	0.86	0.18	— 1.2	0	0	0		3.0
85	.3558189	15.32	15.92	15.62	0.60	0.38	—	1	4	5		6.4
86	.2926601	15.42	16.06	15.74	0.64	0.41	—	1	2	3		8.8
87	.3574814	15.13	15.68	15.40	0.55	0.34	—	1	1	2	i	2.1
88	.2985092	15.08	15.67	15.37	0.59	0.36	—	2	1	3		1.3
89	.5484779	14.85	15.93	15.39	1.08	0.13	—	0	1	1		1.9
90	.5170334	14.92	16.25	15.58	1.33	0.14	—	0	1	1		3.5
91	.5301630	14.95	16.26	15.60	1.31	0.15	—14.1	2	0	2	i?	9.2
92	.5035553	14.94	16.30	15.62	1.36	0.15	—	1	1	2	i	6.8
93	.6022991	15.24	16.25	15.74	1.01	0.21	—	1	1	2		8.5
94	.5236937	14.94:	16.34	15.64	1.40:	0.13:	0.0	0	0	0		8.9
96	.4994467	14.74	16.10	15.42	1.36	0.14	—12.6	2	0	2		4.7
97	.3349289	15.53	16.04	15.78	0.51	0.39	— 1.6	1	0	1		4.0
100	.6188126	15.31	15.96	15.63	0.65	0.21	— 1.2	0	0	0		2.0
101	.6438975	15.29	15.78	15.53	0.49	0.22	— 3.3	1	0	1		1.6
104	.5699231	14.73	15.99	15.36	1.26	0.14	— 1.4	0	0	0		2.4
105	.2877427	15.33	15.72	15.52	0.39	0.37	—	1	2	3		3.2
106	.5471593	15.18	16.04	15.61	0.86	0.17	—	1	2	3	i	2.9
107	.3090351	15.40	16.04	15.72	0.64	0.34	—	1	4	5		5.7

6. táblázat /folytatás/

Var	Period	M	m	m _{med}	A	ε	$\beta \cdot 10^{10}$	c ₁	c ₂	c	B _{eff}	r
108	0 ^d 5196049	15 ^m 07	16 ^m 34	15 ^m 70	1 ^m 27	0 ^p 17	—	1	1	2		6.3
109	.5339239	14.56	15.64	15.10	1.08	0.15	—	1	1	2		1.5
110	.5353569	15.02	15.88	15.45	0.86	—	—	5	2	7	i	1.7
113	.5130066	14.90	16.25	15.57	1.35	0.11	—	1	1	2		12.0
114	.5977270	15.18	16.24	15.71	1.06	0.16	0.0	0	0	0		10.4
115	.5133529	14.98	16.34	15.66	1.36	0.12	— 0.8	0	0	0		13.4
116	.5148088	14.89	16.32	15.60	1.43	0.13	—	1	1	2		11.3
117	.6005164	15.22	16.22	15.72	1.00	0.20	—	1	1	2	i	7.9
118	.4993807	14.90	16.36	15.63	1.46	0.12	+ 1.4	0	0	0		5.5
119	.5177404	14.87	16.23	15.55	1.36	0.16	—	1	2	3		4.6
120	.6401387	15.56	16.07	15.81	0.51	0.27	0.0	0	0	0		6.3
121	.5351882	14.84	15.54	15.19	0.70	—	—	1	1	2	i	1.1
123	.5454472	14.92	16.31	15.61	1.39	0.14	—	2	1	3		17.0
124	.7524328	15.50	15.96	15.73	0.46	0.30	—	1	1	2		3.6
125	.3498206	15.48	16.00	15.74	0.52	0.41	+ 2.9	1	0	1		3.8
126	.3484043	15.42	15.96	15.69	0.54	0.36	—	0	2	2		2.4
131	.2976919	15.04	15.56	15.30	0.52	0.40	—	1	1	2		1.3
140	.3331304	15.07	15.51	15.29	0.44	0.36	0.0	—	—	—		1.8
142	.5686256	14.79	15.72	15.25	0.93	0.19	0.0	—	—	—		1.1



1. ábra

mindig együtt történik. Nyilvánvaló, hogy ezek a változó minimumában egy viszonylag erősebb, a valódi fényességet torzító fényességnövekedést hoznak létre, mint annak maximumában, és így a valódi amplitudó érték csökkenéséhez vezetnek.

Számos szerző közöl epochákat a felszállóág-közepekre, vagy a maximumokra. Szükséges volt azonban minden epochát újra meghatározni, hogy lehetőség szerint a felhasznált anyag homogén legyen. Fokozott mértékben vonatkozik ez a változó fénygörbéjű csillagokra. Sajnos a különböző megfigyelők észleléseinek homogenizálása igen súlyos probléma, hiszen a legkülönbözőbb fajtájú fotografikus lemezeket és műszereket használták, amellet a hosszú expozíciós idők következtében a fénygörbék formája eltorzulhat, és a belőlük levezetett epochák hibája tetemes lehet. /20 - 30 perces expozíciós idők felett lép ez az effektus előtérbe, és így különösen Bailey észleléseiből levezetett epochák bizonytalanságát növeli meg./

Az egyes megfigyelők által definiált fotometriai rendszereket összekapcsoló transzformációs egyenletek felállítása /az M3 gömbhalmazra ld Kukarkina és Kukarkin, 1961b/ elvileg lehetőséget ad az anyag homogenizálására, de minthogy a színindexeket csak néhány változóra ismerjük a fényváltozás különböző fázisaiban, és éppen a Blashko-effektussal rendelkezőkre nem, ez az út járhatatlan. Ezért a fényesség adatokat, a fénygörbék különböző karakterisztikáit kizárólag a budapesti anyagból határoztuk meg.

Konstans fénygörbéjű változók esetén egyszerűen a felszállóág közepes fényességű pontja szolgáltatta a meghatározandó epochát. Egy-egy éves anyagot fázis szerint összerajzolva általában igen jól meghatározott felszállóágakat kaptunk, amelyekből az epochák ± 0.001 - 0.003 -os pontossággal voltak meghatározhatók, az amplitudó nagyságától és a felszállóág merekségétől függően. Ha a budapesti anyagban szerencsétlen véletlen folytán egy évben felszállóágot nem sikerült megfigyelni, a középgörbének a leszállóághoz /vagy minimumhoz/ való illesztésével a felszállóág-közép időpontja ± 0.01 -os hibával volt megadható.

A Blashko-effektussal rendelkező változóknál a felszállóág-közép meghatározása igen problematikus. $1/2(M_{\max} + m_{\min})$ esetleg fényesebb lehet, mint $M_{\min}$. Definíció szerint egy Blashko-effektussal rendelkező változó mediál fényességén a budapesti anyagból levezetett átlagos maximum és átlagos minimum számtani közepét értjük:

$$m_{\text{med}} = \frac{1}{4}(M_{\max} + M_{\min} + m_{\max} + m_{\min}) \quad /5.1/$$

Kivételt képezett a 68. számú változó, melyre az így definiált közép fényesebb, mint a legalacsonyabb maximum értéke. Ezért erre a változóra az epochák a felszállóágon a budapesti $m_{\text{Bp}} = 15.8$ magnitúdó értékhez tartoznak.

Természetesen a 6. táblázatban közölt $M_{\max}$ és $M_{\min}$ értékek a Budapesten észlelt legmagasabb és legalacsonyabb maximumokat jelentik, így azok különbözhetnek a maximum valódi szélsőértékeitől, mivel a fénygörbeváltozás teljes ciklusa egyetlen esetben sincs lefedve. Sőt, a szélsőértékek évről-évre változhatnak, mint azt a Blashko-effektussal rendelkező szabad RR Lyrae-k mutatják /Balázs Júlia és Detre/.

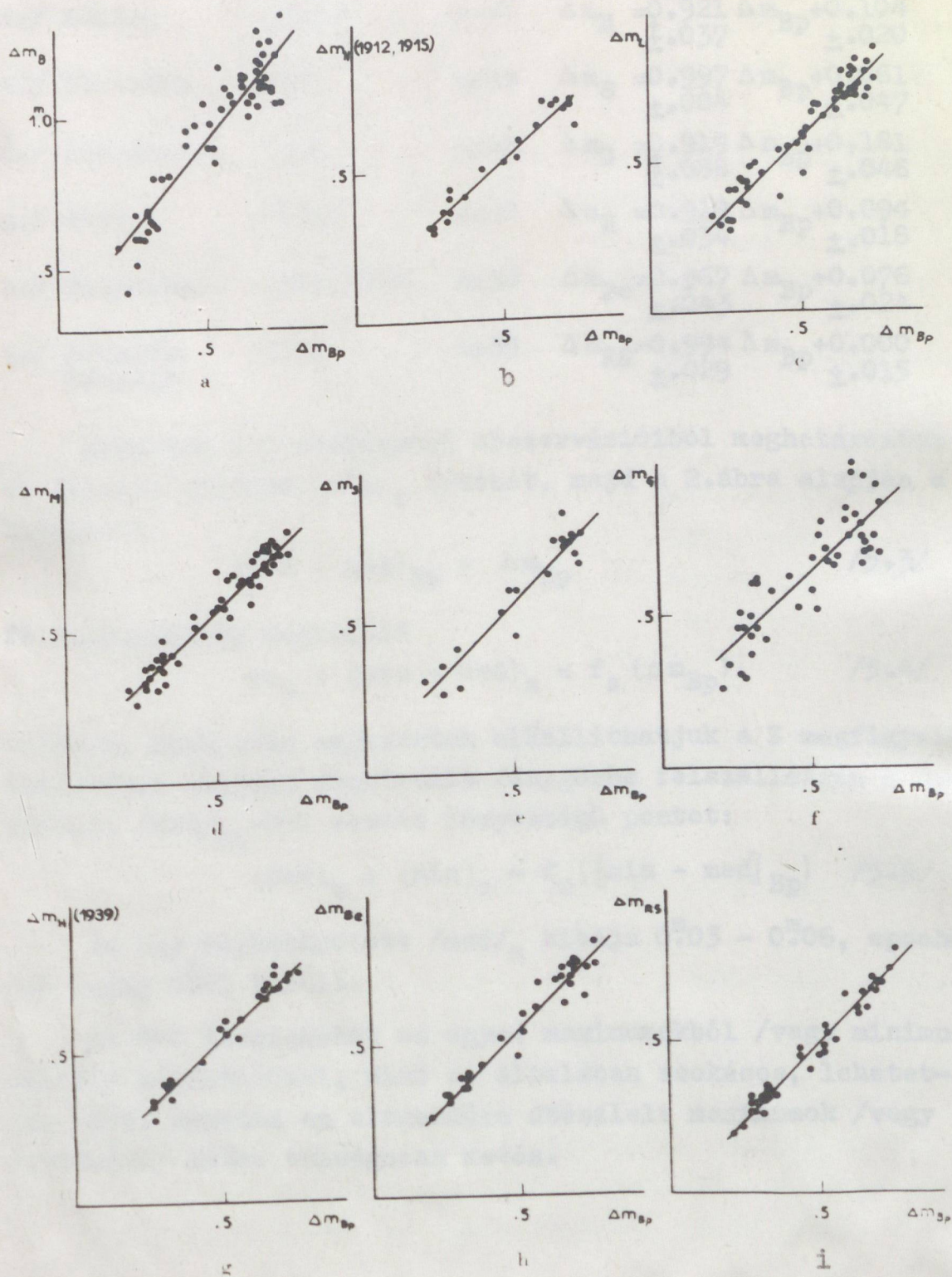
A Blashko-effektus ciklusa alatt a minimumban a változások általában kicsinyek, így minden egyes változóra a minimumok átlagos értékeivel számoltunk.

A különböző szerzők által nyert felszállóágakon az /5.1/-gyel definiált $/\text{med}/_{\text{Bp}}$ -nek megfelelő pontok meghatározásához a következő eljárást alkalmaztuk. A fénygörbeváltozással nem rendelkező, a halmaz centrumától 2.5 -nél távolabb fekvő változók félamplitúdóit a megfelelő budapesti értékekkel hasonlítottuk össze. Az így kapott 2a.-i. diagramok lehetőséget adnak a budapesti magnitúdó intervallumokat más megfigyelők fotografikus rendszerébe áttanszformálni:

$$\Delta m_z = f_z(\Delta m_{\text{Bp}}) \quad /5.2/$$

Elvileg az /5.2/ görbéknek az origón kellene áthaladniuk, de a felhasználásra kerülő $0.2 - 0.8$ magnitúdó intervallumban a lineáris közelítés kielégítőnek látszik:

$$a./ \text{Bailey} \quad 1895-1900 \quad n=57 \quad \Delta m_B = 1.220 \Delta m_{\text{Bp}} + 0.320 \\ \pm 0.065 \quad \pm 0.036$$



2. ábra

b./ Hett	1912,1915	n=21	$\Delta m_H = 0.837 \pm 0.049$	$\Delta m_{Bp} + 0.108 \pm 0.025$
c./ Larink	1921	n=54	$\Delta m_L = 0.952 \pm 0.040$	$\Delta m_{Bp} + 0.101 \pm 0.022$
d./ Müller	1925	n=54	$\Delta m_M = 0.921 \pm 0.037$	$\Delta m_{Bp} + 0.104 \pm 0.020$
e./ Slavenas	1926	n=19	$\Delta m_S = 0.997 \pm 0.084$	$\Delta m_{Bp} + 0.061 \pm 0.047$
f./ Greenstein	1926	n=45	$\Delta m_G = 0.919 \pm 0.088$	$\Delta m_{Bp} + 0.181 \pm 0.046$
g./ Hett	1939	n=28	$\Delta m_H = 0.919 \pm 0.034$	$\Delta m_{Bp} + 0.094 \pm 0.018$
h./ Belserene	1946,1948	n=30	$\Delta m_{Be} = 0.967 \pm 0.043$	$\Delta m_{Bp} + 0.076 \pm 0.024$
i./ Roberts Sandage	1953	n=39	$\Delta m_{RS} = 0.994 \pm 0.029$	$\Delta m_{Bp} + 0.000 \pm 0.015$

Ezekután a Z megfigyelő obszervációiból meghatároztuk az átlagos minimum $/\min/_Z$ értékét, majd a 2. ábra alapján a budapesti

$$(\min - \text{med})_{Bp} = \Delta m_{Bp} \quad /5.3/$$

félamplitudónak megfelelő

$$\Delta m_Z = (\min - \text{med})_Z = f_Z (\Delta m_{Bp}) \quad /5.4/$$

értéket. Ezek után egyszerűen előállíthatjuk a Z megfigyelő észlelései alapján konstruált fénygörbe felszállóágán a budapesti $/\text{med}/_{Bp}$ -vel azonos fényességű pontot:

$$(\text{med})_Z = (\min)_Z - f_Z ([\min - \text{med}]_{Bp}) \quad /5.5/$$

Az így meghatározott $/\text{med}/_Z$ hibája $0.03^m - 0.06^m$, epochájáé pedig 0.01^d körüli.

Az O-C diagramokat az egyes maximumokból /vagy minimumokból/ meghatározni, mint az általában szokásos, lehetetlen volt, ugyanis az elegendően átészlelt maximumok /vagy minimumok/ száma túlságosan kevés.

6. Az M3 gömbhalmaz periódusváltozásai és O-C diagramjai

Az M3 gömbhalmaz 112 változójának O-C diagramját sikerült megszerkesztenünk. Közülük néhány jellegzeteset mutat be a 3., 4., 5., 6. és 7. ábra. A megfelelő változókra vonatkozó megjegyzéseket az ábrák alján közöljük.

A 112 változó O-C diagramja közül 57 volt lineáris vagy kvadratikusan leírható. Közülük hármat csak az elmúlt 30 évben fedeztek fel. A közel 70 éves megfigyelési anyag alapján 7 változó O-C diagramját lehetett kielégítően egyenessel, 47-et pedig parabolával approximálni. A pozitív /22/ és negatív parabolák száma /25/ kb egyenlően oszlik meg. Nem fedezhető fel semmiféle szisztematikus irány a periódus csökkenésében vagy növekedésében.

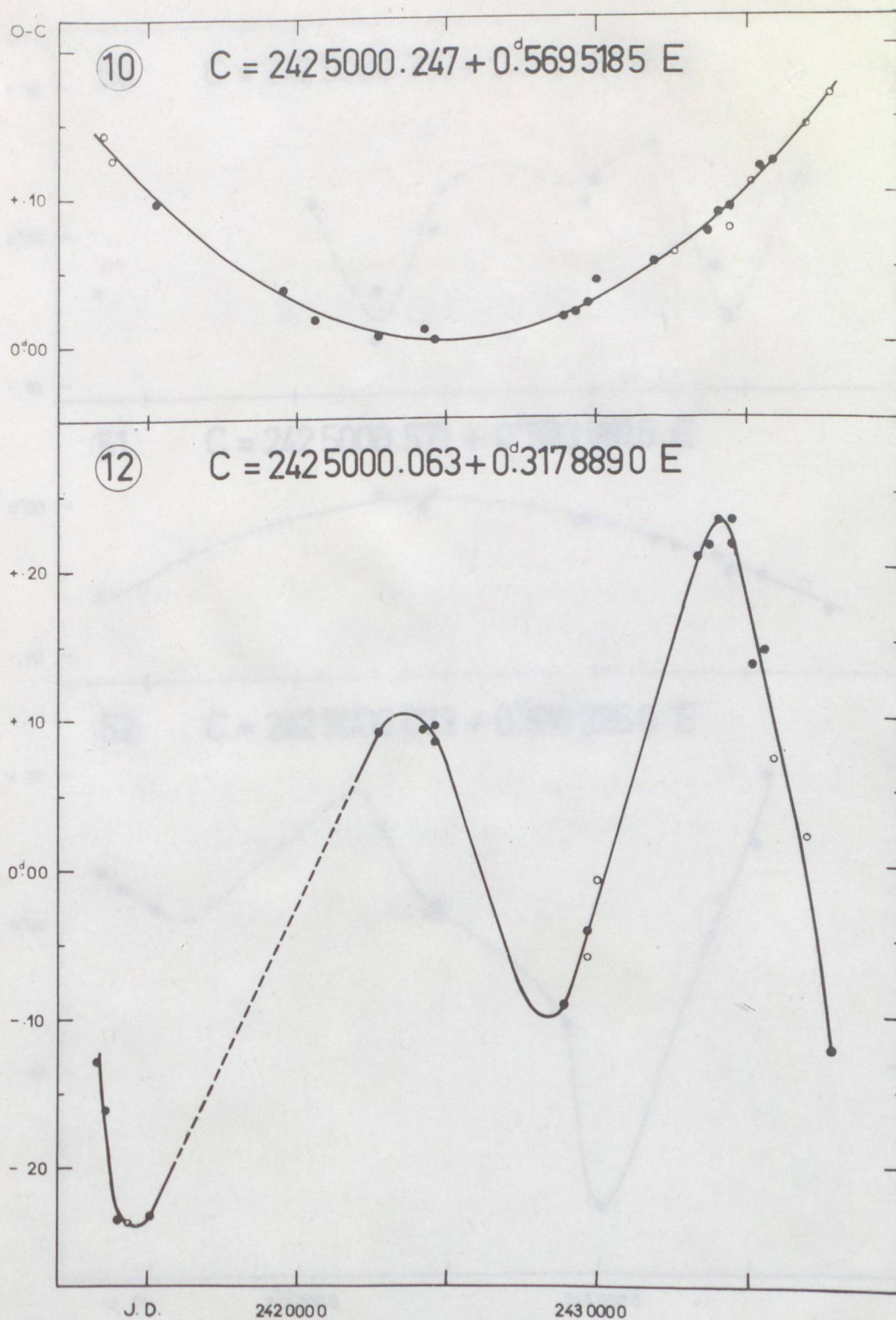
Bár más halmazokkal való részletes összehasonlításra a későbbiekben még sor kerül, összehasonlítás képpen itt említjük meg, hogy Martin /1938/ az ω Cen változóira 49 esetben kapott periódusnövekedést jelentő pozitív parabolát és mindössze 19 esetben perióduscsökkenést mutató negatív parabolát, és $10^{10} \bar{\beta} = +5.0$.

Oosterhoff /1941/ hasonló vizsgálatokat végzett az M5 gömbhalmaz változóira. 25 pozitív parabolával szemben 15 negatívot kapott.

A három halmazra a β értékek gyakoriság-eloszlását a 8. ábra mutatja.

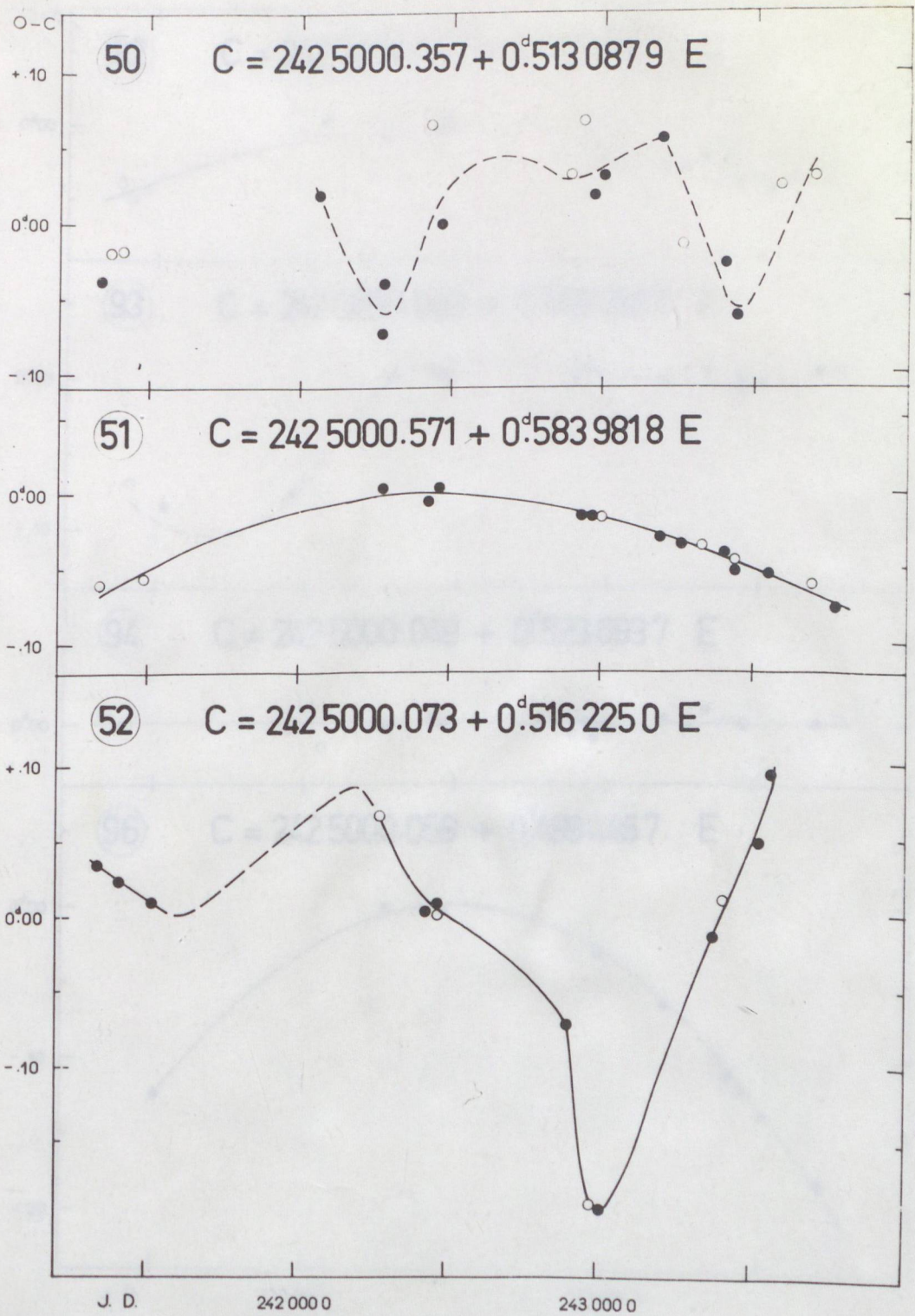
A szabad RR Lyrae-kre Detre /1955/ a következőket kapta. A vizsgált 69 változó közül 19-nek az O-C diagramja volt egyenessel előállítható, 20 esetben kapott pozitív és mindössze 4 esetben negatív parabolát. 11 változónál semmiféle szekuláris effektust sem talált, a maradék 15 esetben az O-C diagramokat szekuláris és periódikus változások szuperpozíciójaként tudta előállítani. $\bar{\beta}$ -ra Martinéval megegyező értéket kapott.

Ezek a vizsgálatok, ha nem is egészen egyértelműen, a



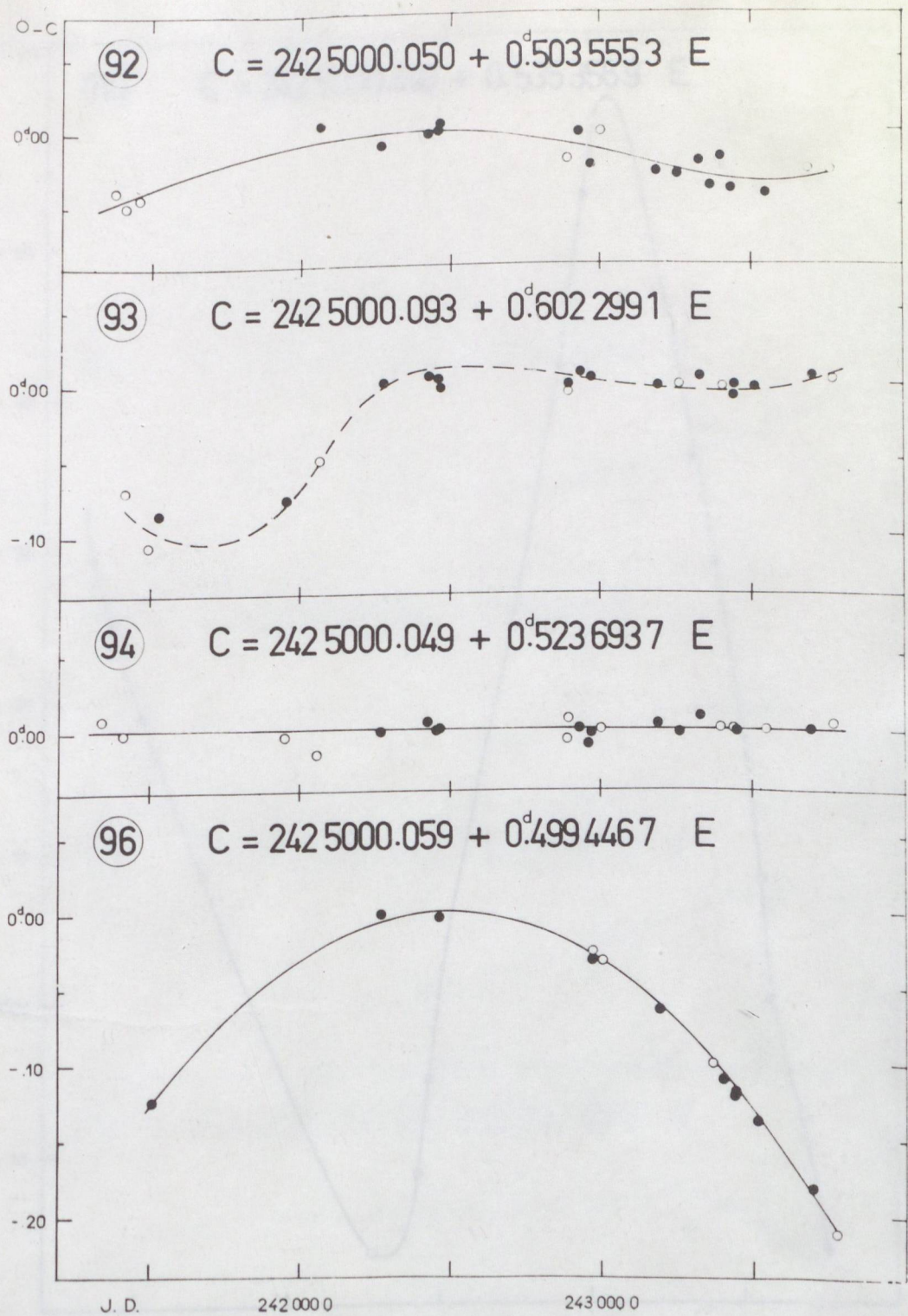
10. változó: RRab Blashko-effektussal
12. " : RRc Blashko-effektussal

3. ábra



50. változó: RRab Blashko-effektussal
51. " : RRab
52. " : RRab Blashko-effektussal

4. ábra



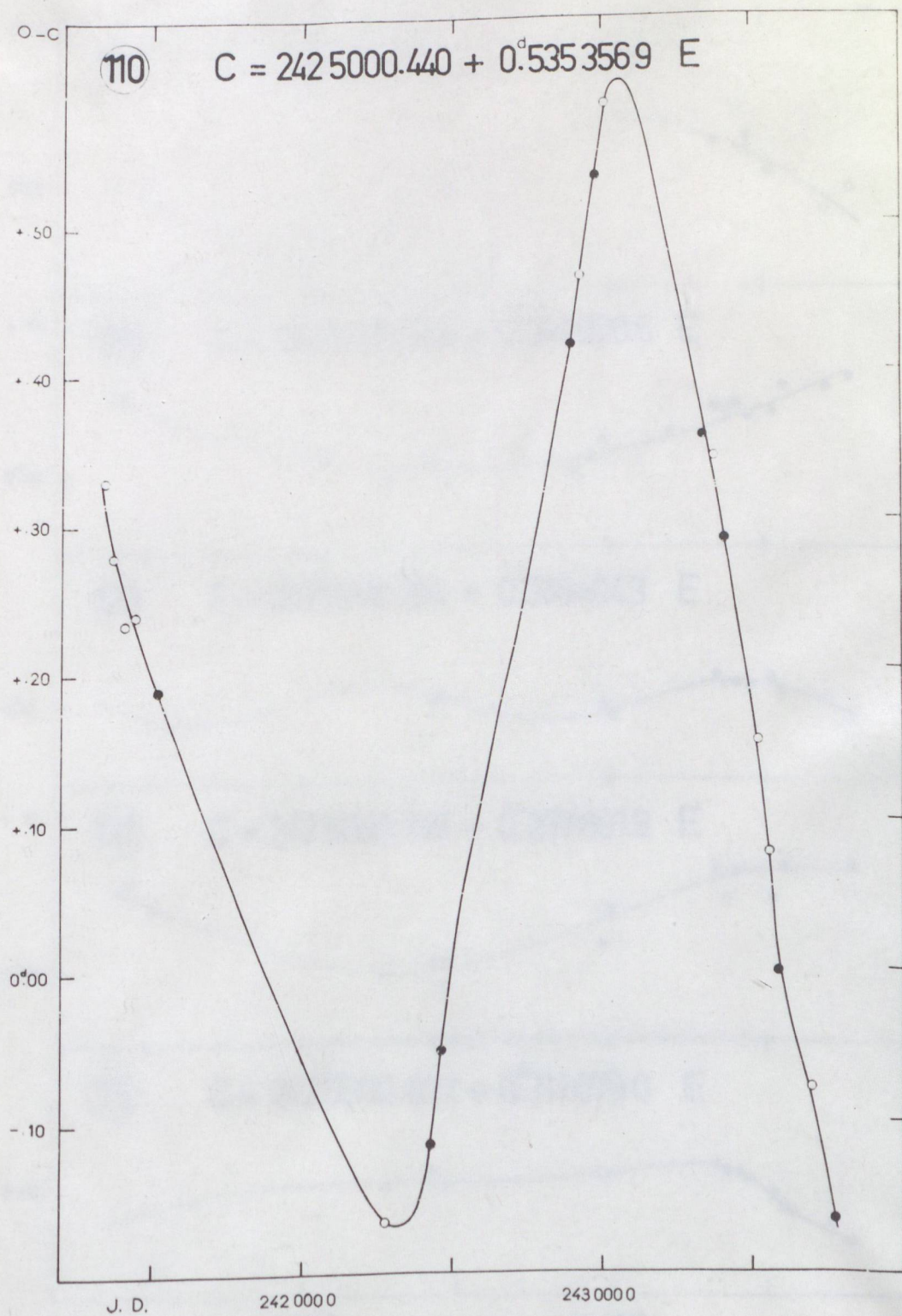
92. változó: RRab Blashko-effektussal

93. " : RRab

94. " : RRab

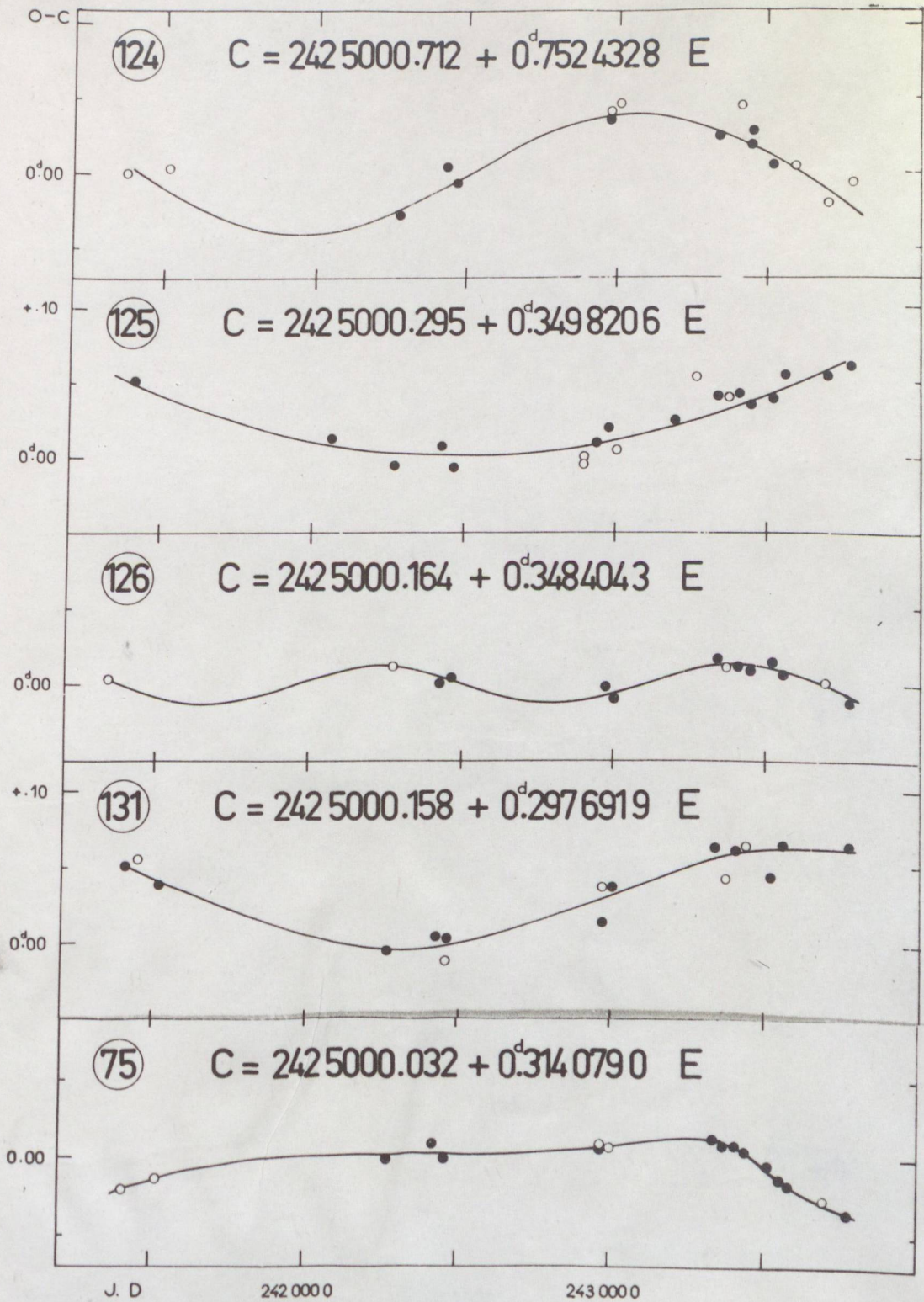
96. " : RRab

5. ábra



110.változó: RRab Blashko-effektussal

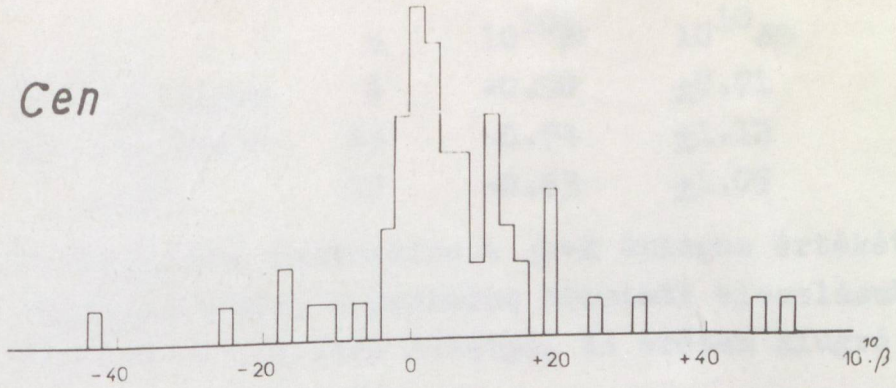
6.ábra



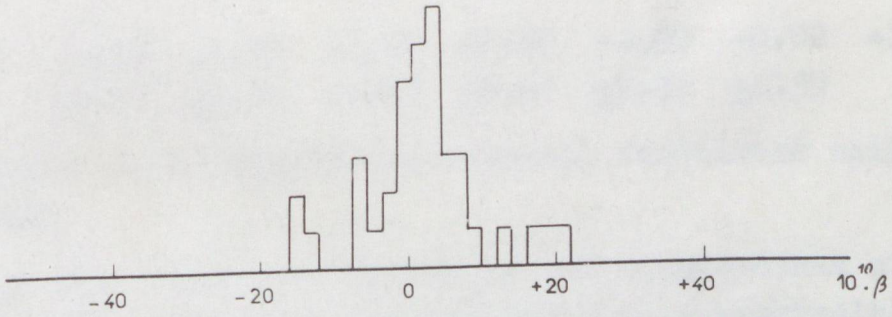
124. változó: RRab
 125. " : RRc
 126. " : RRc
 131. " : RRc
 75. " : RRc

7. ábra

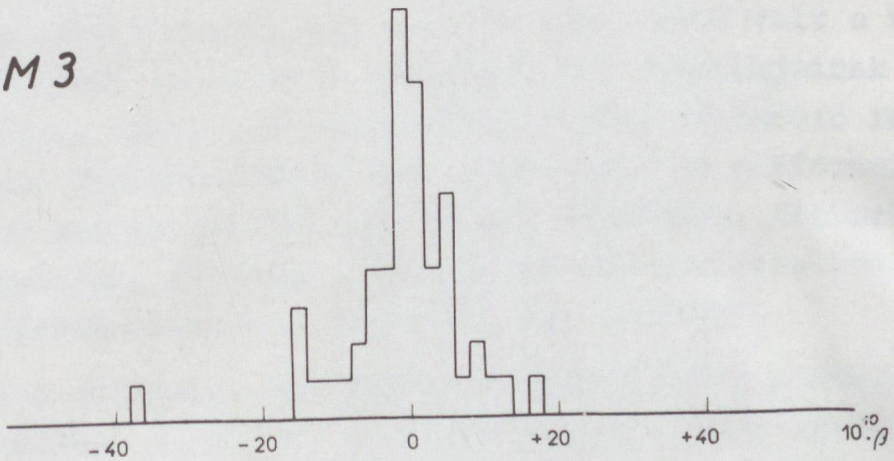
ω Cen



M 5



M 3



8. ábra

periódus növekedését részesítik előnyben.

7.táblázat

	n	$10^{10}\bar{\beta}$	$10^{10}\delta\beta$
RRc csillagok	4	+0.90	± 0.71
RRab csillagok	53	-0.74	± 1.12
együtt	57	-0.63	± 1.05

Az M3 gömbhalmaz változóira a β -k átlagos értékét a 7. táblázat foglalja össze, a periódus szerinti eloszlásukat pedig a 8.táblázat és a 9.ábra mutatja. Az erősen kiugró pont

8.táblázat

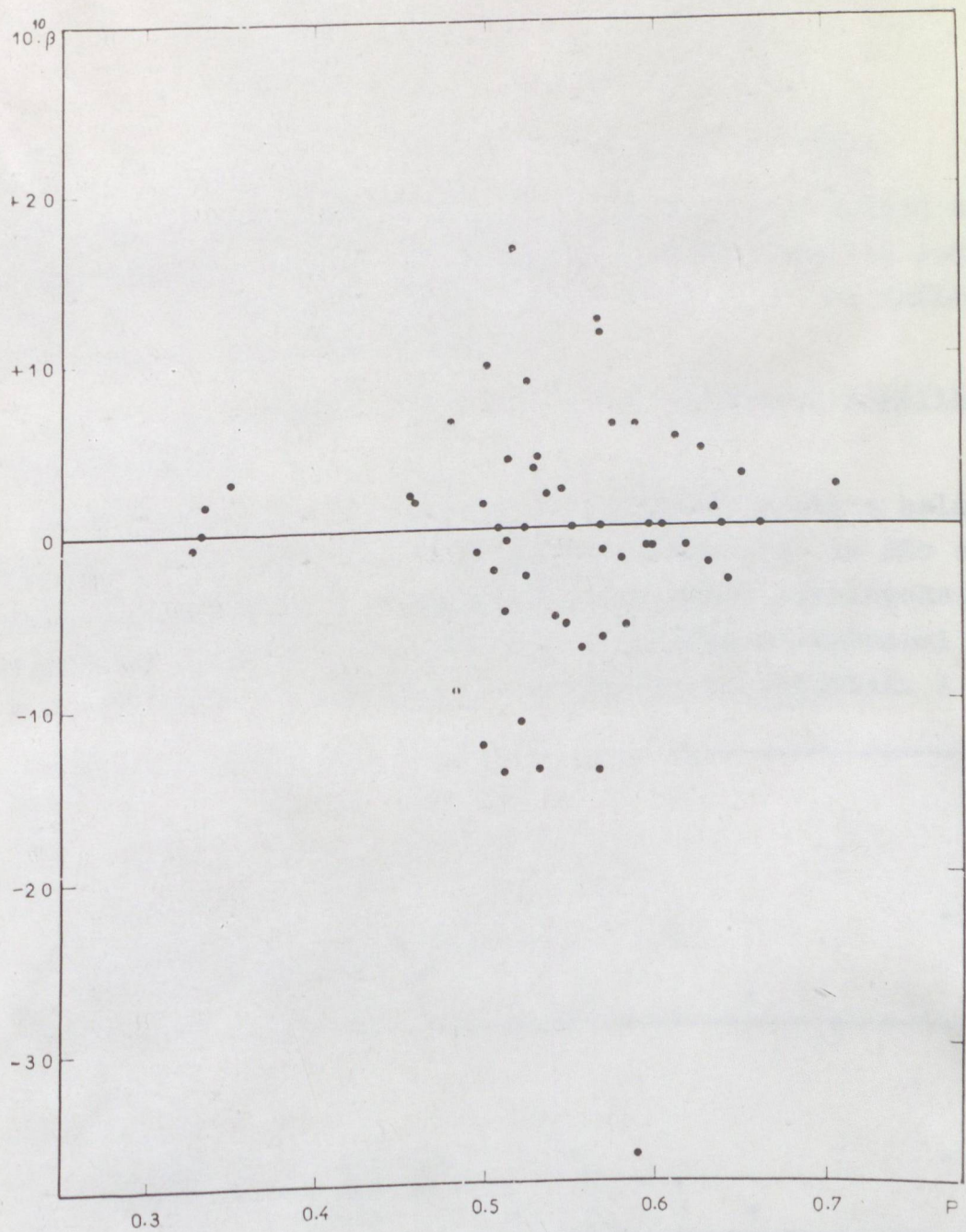
P	0.44	0.47	0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68
n	2	5	13	8	10	7	5	2	1
$10^{10}\bar{\beta}$	+1.85	-3.14	+0.45	-2.97	+0.67	-4.99	-0.02	+1.45	+2.3
$10^{10}\delta\beta$		± 3.41	± 2.31	± 2.17	± 2.63	± 5.32	± 1.37		

egy rendkívül erős fénygörbeváltozással rendelkező csillagot reprezentál.

Amint említettük, az M3-ban az O-C diagramoknak mintegy fele volt csak egyenessel vagy parabolával approximálható. Az O-C diagramok másik fele többé-kevésbé komplikált görbékkel volt csak előállítható. Sok esetben igen nehéz volt a változó fénygörbével rendelkező csillagok O-C diagramjainak megszerkesztése, ugyanis a szekundér-periódus különböző fázisában 0.1-os fáziseltolódás /O-C ingadozás/ is előfordulhat, és ez mint szórás jelentkezik az O-C diagramon. Kiküszöbölésük reménytelen, minthogy sem a szekundér-periódusokat, sem pedig a fázisingadozások nagyságát nem ismerjük.

Az O-C diagramok kiértékelése egyértelműen a következő megállapításhoz vezetett: A fénygörbeváltozással rendelkező RR Lyrae csillagok O-C diagramjai általában igen komplikáltak lehetnek, viszont komplikált O-C diagramok egyértelműen ilyen ~~ilyen~~ típusú változókra utalnak.

E megállapítást szemléletesen a következőképpen támaszthatjuk alá. A c_1 index jellemezze az O-C diagramok fluktuáci-



9. ábra

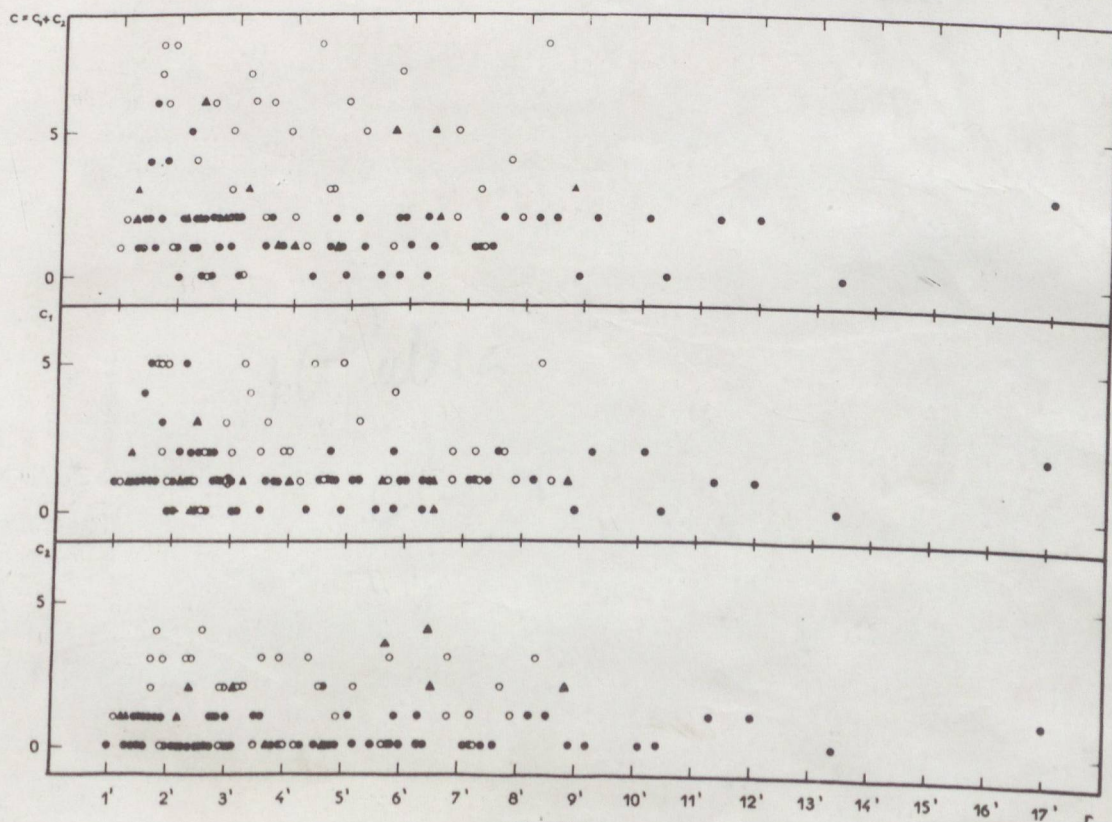
óinak amplitudóját az elmúlt 70 évben:

$c_1 = 0$, ha az amplitudó kisebb mint 0.02	
1, ha	" 0.02 és 0.10 közötti
2, ha	" 0.10 és 0.25 "
3, ha	" 0.25 és 0.40 "
4, ha	" 0.40 és 0.55 "
5, ha	" nagyobb mint 0.55

c_2 adja meg az O-C diagram 0.01 -nél nagyobb amplitudójú ciklusainak számát, azaz c_2 az inflexiós pontok számával legyen egyenlő, ha az nem több mint 3. Legyen $c_2 = 4$, ha az inflexiós pontok száma 4 vagy ennél több.

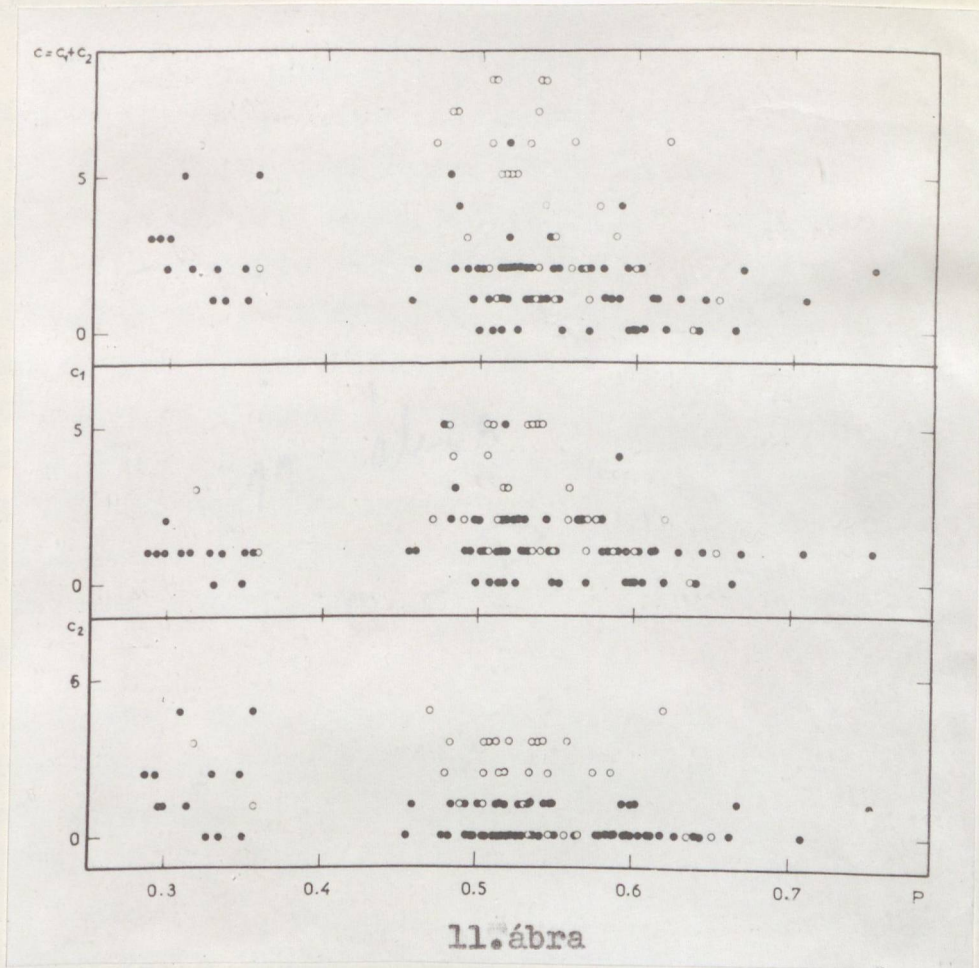
$c = c_1 + c_2$ tömören jellemzi az O-C diagramok komplikált-ságának mértékét.

A 10. ábra a c_1 , c_2 valamint a c paramétereket a halmaz centrumától mért távolság függvényében adja meg. Az RRc csillagokat háromszögek, a fénygörbeváltozós RRab csillagokat üres karikák jelzik. Mint látható, a Blashko-effektussal rendelkező változók O-C diagramjai általában bonyolultak. A



10. ábra

centrum környékén a reguláris változók közé sorolt néhány csillag /25., 42. és 48.számú változók/ komplikált O-C diagrammal rendelkezik. Semmi kétség, hogy ezek a változók is Blashko-effektussal rendelkezők, csak a centrum környékén a mérési hibák erős megnövekedése miatt ez nem mutatható ki.



11. ábra

A 11. ábrán a c_1 , c_2 és c paraméterek a periódus függvényében vannak felrajzolva. Az üres körök ismét a fénygörbeváltozással rendelkező csillagokat jelölik. Feltűnő, hogy az RRc és a Blashko-effektussal rendelkező változókra c_2 nagy lehet, vagyis ezek O-C diagramjain a ciklikus oszcilláció nagyon gyakori.

7. A fénygörbék karakterisztikái. Összehasonlítás más gömbhalmazokkal

Az M3 változói fénygörbéinek adatait a 6. táblázat foglalja össze.

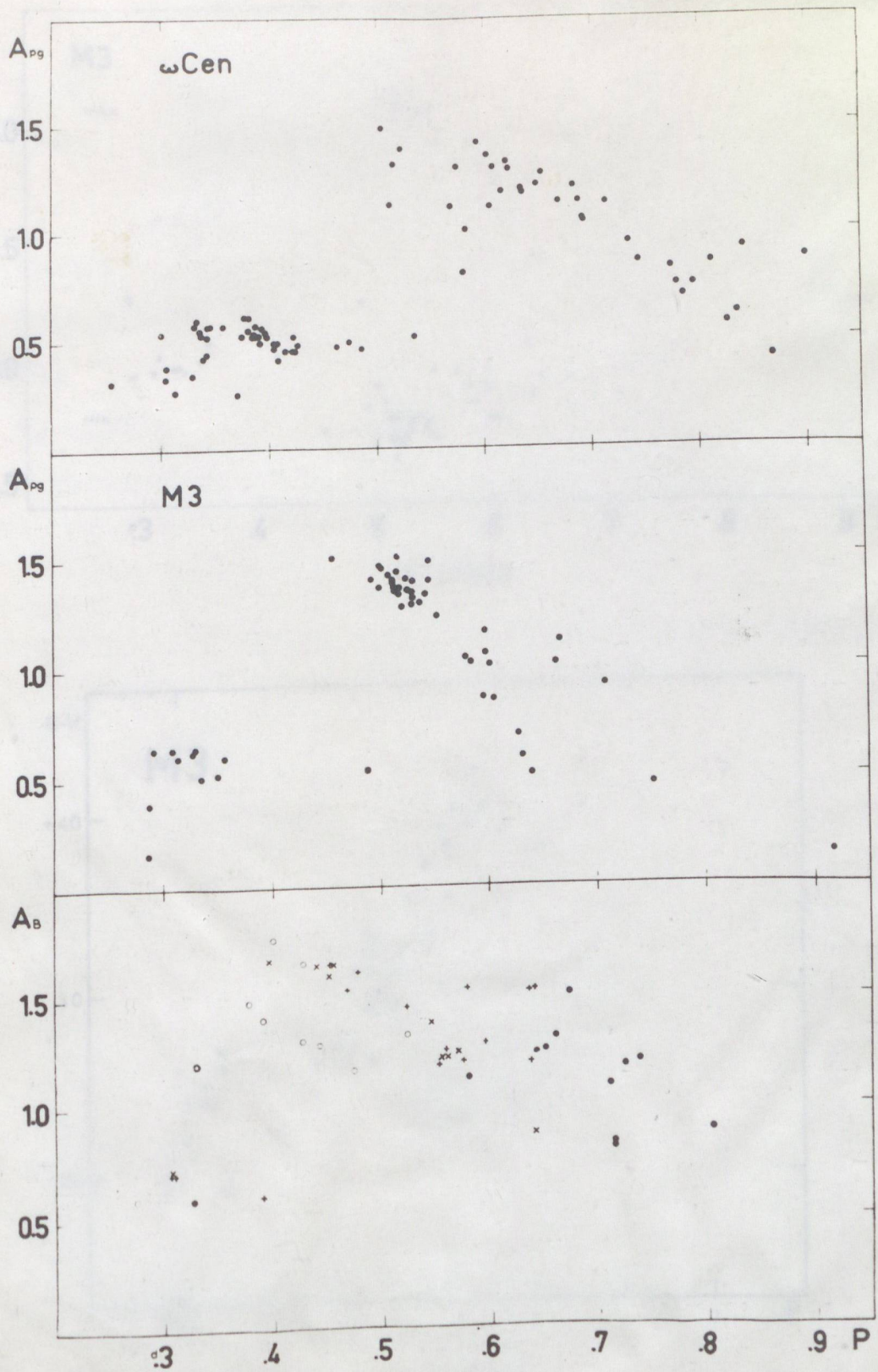
Hogy a szisztematikus hibákat elkerüljük, a centrumhoz 2.5-nél közelebb fekvő, valamint a fénygörbevaltozással rendelkező változók figyelmen kívül hagyásával elkészítettük a periódus-amplitudó diagramot /12. ábra, középen/. Az ábrán Sandage és Roberts /1955/ két kis amplitudójú változóját is feltüntettük. Az ábrán jól látható az RRc és RRab csillagok közötti jól ismert törés, továbbá az RRab csillagok amplitudójának csökkenése a periódus növekedésével. Feltűnő azonban az RRab csillagok két ágra szakadása is, melyre mindeddig nem túl sok figyelmet fordítottak gömbhalmazok esetén. A jelenségre halmazváltozók esetén Belseréne /1954/, szabad RR Lyrae-kre pedig Detre /1955/ hívta fel először a figyelmet.

Az RRab csillagok rövidperiódusú ága /továbbiakban röviden RRabI csillagok/ a periódus-amplitudó diagramon lényegesen meredekebb, mint a hosszúperiódusú sorozat /RRabII csillagok/. Ugyanakkor a fényváltozás egyéb karakterisztikái / $\varepsilon = M - m$, $\overline{B - V}$, m_{med} , m_{max} , stb/ is jelzik az RRab csillagoknak ezt a határozott, két csoportba történő elkülönülését. A két csoport azonos amplitudójú, közepes színindexű, stb csillagai között a periódus különbség kb 0.1.

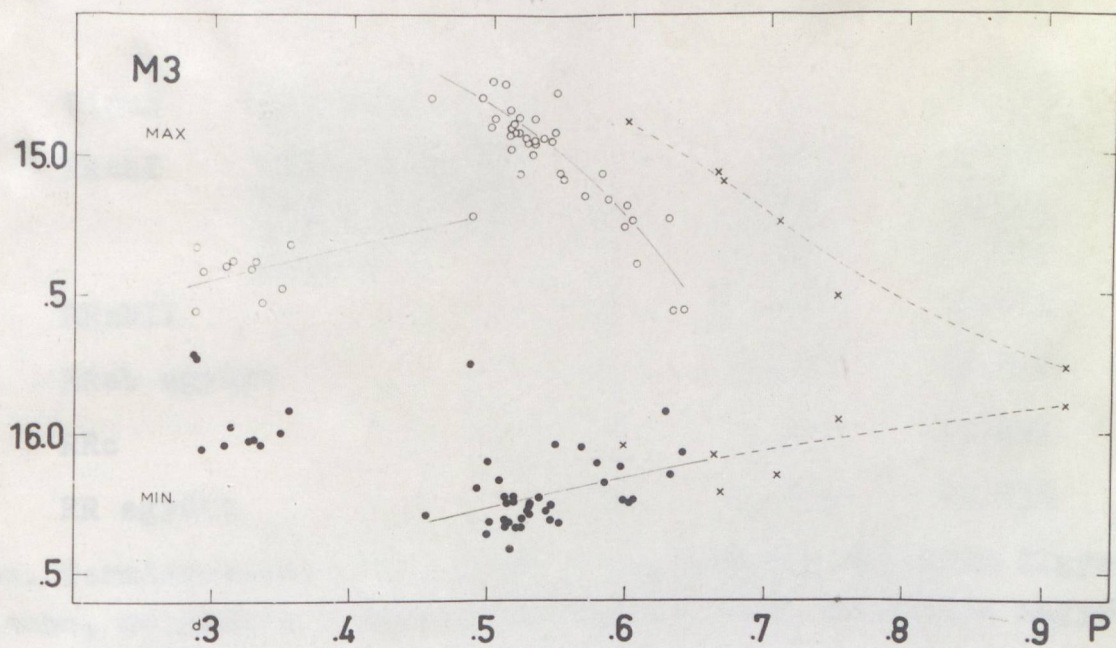
Az RRab csillagok két ágra szakadását különösen jól szemlélteti az $m_{max} - P$ diagram /13. ábra/, valamint a $\overline{B - V}$ közepes színindex-periódus reláció /14. ábra/. Ehhez a diagramhoz Sandage /1959/ színindexeit használtuk.

Az M3 gömbhalmaz változói közül a 14., 24., 26., 60., 65. és 124. határozottan az RRabII csoportba tartozik.

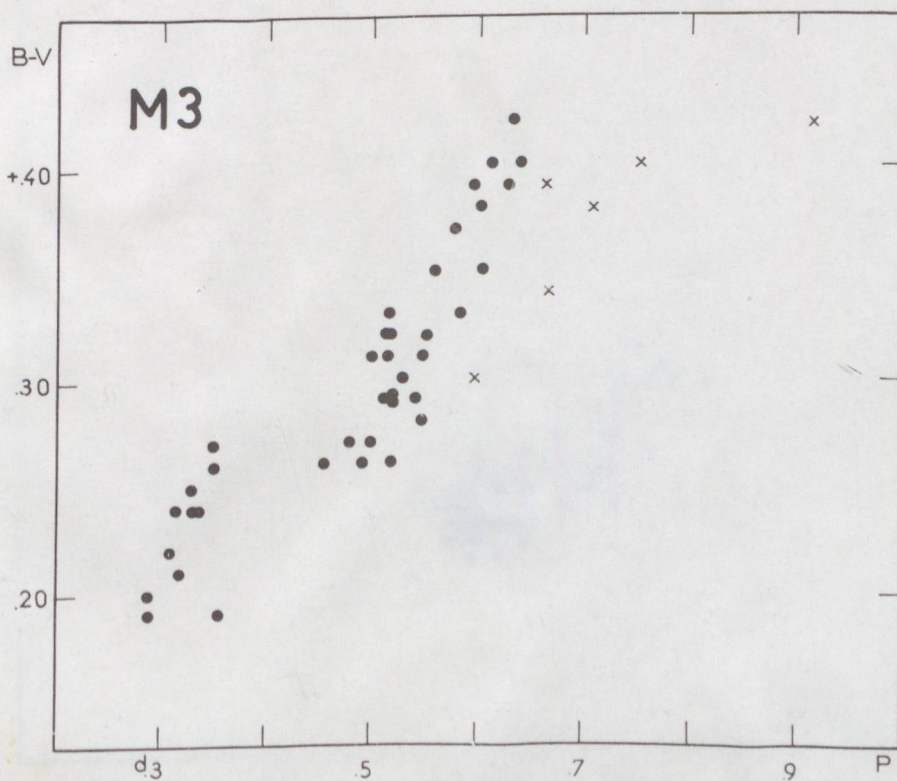
A medián fényesség-periódus függést a 9. táblázat fog-



12. ábra



13. ábra



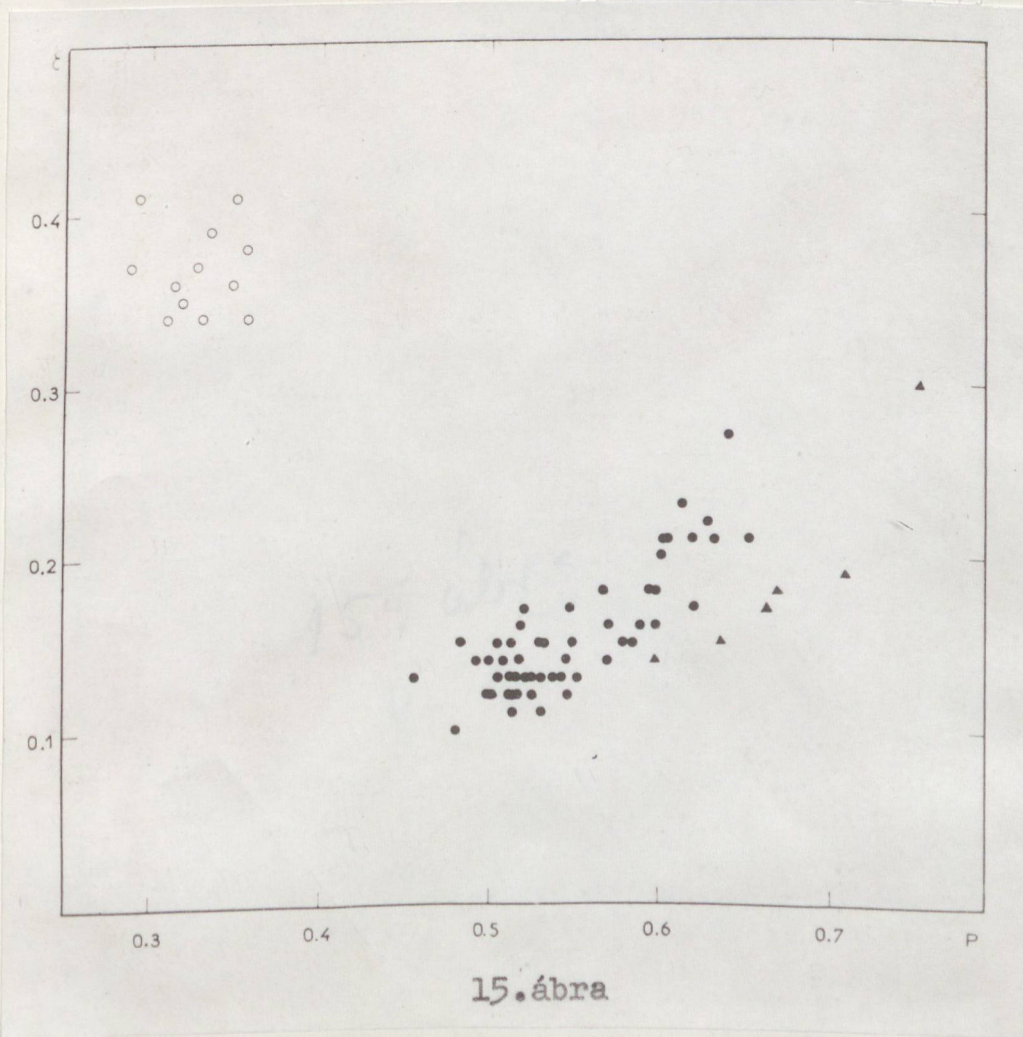
14. ábra

lalja össze az RRab csillagok két ágára és az RRc csillagok-

9. táblázat

tipus	periódus int.	n	$\bar{P}$	$\bar{m}_{med}$
RRabI	$0.45 < P \leq 0.50$	5	0.485	15.538
	$0.50 < P \leq 0.55$	24	0.524	15.597
	$0.55 < P \leq 0.60$	9	0.581	15.633
	$0.60 < P$	8	0.623	15.731
RRabII		4	0.681	15.632
RRab együtt		50	0.559	15.622
RRc		9	0.322	15.691
RR együtt		59	0.523	15.633

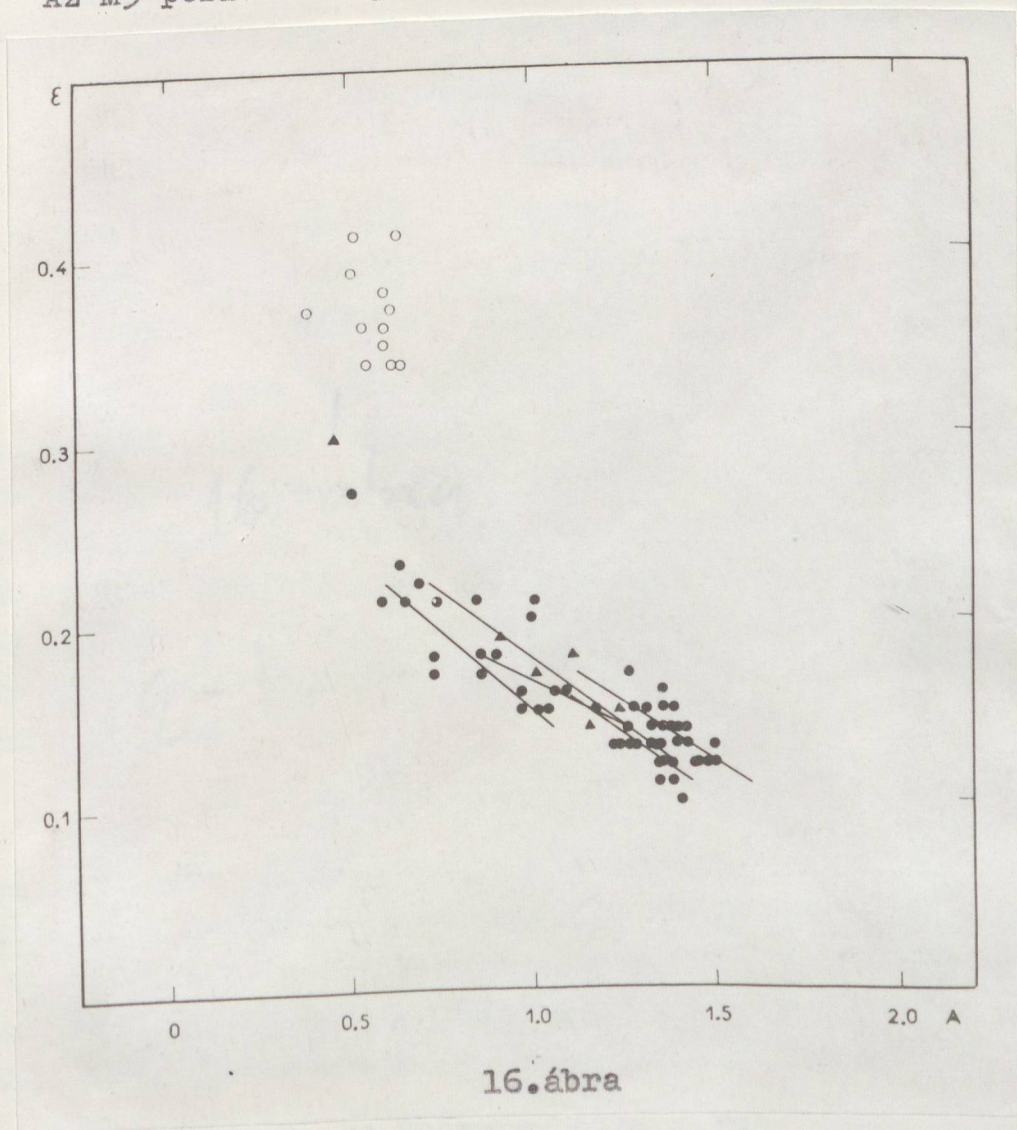
ra. Természetesen csak azokat a csillagokat vehettük figyelembe, melyeknek a halmaz centrumától mért távolsága nagyobb,



mint 2.5, továbbá konstans fénygörbájűek.

A 15. ábra az ε -periódus relációt adja konstans fénygörbájű változókra. / ε a fénygörbe aszimmetriáját jellemző paraméter, a fényesség minimumtól a maximumig eltelt időt adja meg a periódus törtrészeiben. / Az RRc csillagokat körök, az RRabII csillagokat háromszögek jelzik. Lényegesen lecsökken a szórás, ha a periódus helyett az amplitudó függvényében ábrázoljuk ε -t /16. ábra/. Sőt, így az RRab csillagok két ága is összeolvad. Ez arra utal, hogy ε és az amplitudó között szorosabb kapcsolat van, mint ε és a periódus között.

Az M3 periódus-amplitudó diagramja mellett a 12. ábrán



az ω Cen periódus-amplitudó diagramja is látható Martin /1938/ adatai alapján. Az ω Cen esetében csak a halmaz centrumától 4'-nél távolabb fekvő, konstans fénygörbéjű változókat vettük figyelembe. Az RRab csillagok két ágra különülése ennél a halmaznál is határozottan megfigyelhető /Belserene, 1954/. Ezt a tényt a periódus-közepes színindex reláció is megerősíti /Dickens és Saunders, 1965; Geyer és Szeidl, 1965/.

Az M5 változóira színindexeket sajnos nem ismerünk, viszont a periódus-amplitudó diagram /Oosterhoff, 1941 adatai alapján, $r > 2.5$ változókra/ ugyancsak mutatja az RRab csillagok szeparációját.

Különböző halmazokra a változók gyakoriság-eloszlását az egyes ágakon /RRc, RRabI, RRabII/ a 10. táblázat adja meg.

10. táblázat

halmaz	RRc	RRabI	RRabII	RR
M3	10/20%/	35/70%/	5/10%/	50
M5	9/29%/	16/52%/	6/19%/	31
ω Cen	43/54%/	7 /9%/	30/37%/	80

Noha az egyes ágak benépesedettsége halmazról halmazra nagyon eltérő lehet, rendkívül feltűnő, hogy az RRc ágon a változók gyakorisága szorosan korrelál az RRabII ágéval. Az NGC 3201 halmaz is megerősíti ezt a megállapítást: a több mint 40 RRab csillag mind az RRabI ágon helyezkedik el, és csak egy RRc csillagot tartalmaz a halmaz. /Az adatok Sawyer, 1955 katalógusából valók, $r > 2.5$ változókra./ Meglepő viszont, hogy az

$$N_c = 1.38 N_{abII} + 1.6 \quad /7.1/$$

formula milyen jól megadja az RRc csillagok számát az említett gömbhalmazokra /M3: 9; M5: 10; ω Cen: 43; NGC 3201: 2, ha N_{abII} -re a fentebbi értékeket fogadjuk el/. Természetesen egyes változók hovatartozása vitás lehet, pl az ω Cen néhány RRabII ágra sorolt változója W Vir típusú is lehet.

Természetesen, ha Schwarzschild /1940/ feltevése igaz,

vagyis az RRc csillagok azáltal jönnek létre az RRab csillagokból, hogy azok első felharmonikus periódusukkal kezdenek pulzálni, nyilván kapcsolatnak kell lennie a különböző típusok gyakorisága között, vagyis egy /7.1/-szerű összefüggésnek léteznie kell. /Persze lehetséges, hogy az együttthatók halmazról halmazra változnak, kémiai összetételtől, stb függően./ /7.1/ azt sugallja, hogy az RRabII és RRc csillagok állnak szoros kapcsolatban. Lehetséges, hogy az RRc csillagok is két csoportot alkotnak, e kérdésről azonban semmi biztosat sem lehet mondani.

Mindenesetre, ha elfogadjuk a fentebb mondottakat az RRab csillagok két ágra különüléséről, azok egymáshoz viszonyított helyzetéről, egyszerűen magyarázhatjuk Detre /1955/ megjegyzését a gömbhalmazok periódus-amplitudó diagramjáról. Az RRc csillagok relatív gyakoriságának növekedésével nő az RRabII csillagok száma az RRabI csillagokéhoz képest. Ennek következtében nő az RRab csillagok átlagos periódusa, és csökken az RRabI és II csillagok által alkotott együttes ág meredeksége a periódus-amplitudó síkon.

Az RRab csillagok két ága jellegzetes különbséget mutat a periódusváltozásban is /Belserene, 1954/. A β koefficiens átlagos értékeit, azok szórását, továbbá a negatív és pozitív parabolák számát /"- és "+-szal jelölve/ a 11. táblázat tartalmazza három különböző halmazra. A táblázat elkészítésekor csak azokat a változókat vettük figyelembe, melyekről egyértelműen eldönthető volt, hogy a két ág közül melyikhez tartoznak.

A 0.7^d -nál hosszabb periódusú 13 RRabII csillag közül csak egy /85. változó az ω Cen-ban/ negatív β -jú, melynek abszolút értéke csupán 0.6×10^{-10} . Az M3 hosszúperiódusú RRab sorozatán csak egynek negatív parabola az O-C diagramja /26. változó/. Minthogy ennek a változónak a periódusa 0.598^d , a periódus-amplitudó diagramon nem lehetett egyértelműen az RRabI csillagoktól elkülöníteni, csupán $\overline{B-V}$ színindexe jelzi, hogy az RRabII csoport tagja.

A 11.táblázat alapján a következő megállapításokat tehetjük. Az RRabII változók periódusai kifejezetten növekedők, sőt $\bar{P}$ növekedésével $\bar{\beta}$ értéke is nő. A rövidperiódusú ágon a negatív és pozitív parabolák száma kb egyenlő és $\bar{\beta} = 0.0 \times 10^{-10}$. Így minden olyan halmazban, ahol a hosszúperiódusú ág túlsúlyban van $/\omega \text{ Cen}/$, átlagosan periódusnövekedés lép fel, ahol a rövidperiódusú ág népesebb $/M3/$, ott a pozitív és negatív β -k gyakorisága kb egyenlő és $\bar{\beta} \approx 0 \times 10^{-10}$.

11.táblázat

halmaz	$10^{10}\bar{\beta}$ RRabI vált.	$10^{10}\bar{\beta}$, RRabII változók $P < 0.7^d$	$10^{10}\bar{\beta}$, RRabII változók $P \geq 0.7^d$	együtt
$\omega \text{ Cen}$	$n=7$ -3.86 ± 4.37 3+ és 4-	$n=15$ $+1.34 \pm 3.60$ 10+ és 5-	$n=11$ $+10.94 \pm 3.04$ 9+ és 1-	$n=26$ $+5.40 \pm 2.58$ 19+ és 1-
M5	$n=15$ $+1.47 \pm 1.45$ 9+ és 5-	$n=5$ $+1.94 \pm 1.04$ 4+ és 1-	$n=1$ $+19.8$ 1+ és 0-	$n=6$ $+4.92 \pm 3.10$ 5+ és 1-
M3	$n=26$ $+0.21 \pm 1.42$ 11+ és 9-	$n=3$ 0.00 ± 0.57 1+ és 1-	$n=1$ $+2.3$ 1+ és 0-	$n=4$ $+0.58 \pm 0.70$ 2+ és 1-
átlag	$n=48$ $+0.01 \pm 1.10$ 23+ és 18-	$n=23$ $+1.30 \pm 2.48$ 15+ és 7-	$n=13$ $+10.96 \pm 2.75$ 11+ és 1-	$n=36$ $+4.78 \pm 1.98$ 26+ és 8-

Miután megvizsgáltuk a különböző ágakon elhelyezkedő RR Lyrae típusú csillagok periódusváltozásait, folytassuk vizsgálatainkat abban az irányban, hogy mi okozza egy gömbhalmazban belül az RRab változók két csoportba történő elkülönülését.

A tipikusan I-es ill. II-es Oosterhoff-típusú M3 és $\omega \text{ Cen}$ gömbhalmazok periódus-amplitudó diagramjai mellett a 12. ábra mintegy 50 szabad RR Lyrae csillag periódus-amplitudó diagramját is mutatja. Az üres körök a $\Delta S=0-2$ indexű /normális fémtartalmú/, a kitöltött körök $\Delta S=9-11$ indexű /extrém alacsony fémtartalmú/ változókat jelölnek. A fotoelektromos B magnitudók főképpen Kinmantól /1961/ és publikálatlan buda-

pesti megfigyelésekből származnak.

A diagramok összehasonlítása határozottan arra mutat, hogy az RRab csillagok két ága két különböző kémiai összetételnek felel meg. Az RRabII csillagok extrém alacsony, míg az RRabI változók közepes fémtartalmúak. E megállapítást jól alátámasztja az igen erős fémvonalú /VII-VIII Morgan-féle osztályú/ NGC 6171 gömbhalmaz /Sandage és Katem, 1964/, melyben az RRab csillagok rövidperiódusú ága igen népes /Kukarkin, 1961 adatai alapján/.

Mint már korábban említettük, az ω Cen integrált spektrumát az intersztelláris anyagtól származó Ca vonalak meghamisítják, ezért az előbbiekkal nem áll ellentmondásban az, hogy az M3 és ω Cen nem mutatnak lényeges különbséget a fémtartalom szerint, holott az RRabI és RRabII ágak benépese-dettsége alapján két extrém típust képviselnek.

További érvet is felhozhatunk annak bizonyítására, hogy az RRabI és RRabII ágak elkülönülését a kémiai összetételbeli különbségek okozzák. Fitch, Wisniewski és Johnson /1966/ több mint száz RR Lyrae csillagra közli a $\overline{B-V}$ színindexeket. Ezekből megszerkeszthetjük a ΔS , P , $\overline{B-V}$ diagramot. E diagramból /ha a színindexeket az intersztelláris vörösödésre nem is korrigáljuk/ határozottan látszik, hogy azonos periódusnál a kisebb ΔS -ű csillagok a vörösebbek, ill. azonos színindexnél a rövidebb periódusúak. Spinrad /1959/ összefüggést ad meg ΔS , P és $(B-V)_{\min}$ ill. $(B-V)_{\max}$ között. Ezek a diagramok az előbbihez hasonló struktúrájúak. A szabad RR Lyrae-kre kapott ΔS , P , $B-V$ diagramokkal összehasonlítva a 14.ábrát azonnal láthatjuk, hogy az nem fejez ki mást, mint hogy az RRabII változók lényegesen alacsonyabb fémtartalmúak, mint az RRabI csillagok. /Megjegyezzük, hogy azonos periódusnál a $B-V$ színindexek erős függése ΔS -től, vagyis a kémiai összetételtől, a "blanketing effektus" nyilvánvaló következménye./

Ezek után levonhatjuk a végkövetkeztetést. Egy és ugyan-

azon halmazban sem képeznek az RRab csillagok homogén csoportot, kémiai összetételükben nagy különbségek lehetnek.

Sajnos, a kérdés direkt vizsgálata igen nehéz. Objektívprizmás felvételeken a halmaztagok spektrumai egymást fedik, különben is a legfényesebb gömbhalmaz-RR Lyrae-k 15-16. rendűek, így klasszifikációra alkalmas alacsony-diszperziójú spektrum is csak nagyobb műszerekkel készíthető róluk. Három gömbhalmazban összesen hat változót mért Preston /1961c/: M5-ben $\Delta S \approx 4$, míg az M15 és M92-ben $\Delta S \approx 10$. Igen érdekes lenne egy halmazon belül mind az RRabI, mind pedig az RRabII ágon elhelyezkedő változók ΔS -ét külön-külön vizsgálni.

Feltűnő eltérés mutatkozik egy halmazon belül az RRabI és RRabII változók abszolút fényességeiben is. Az M3 ill. ω Cen gömbhalmazok különböző alosztályú változóira a közepes fényességeket, színindexeket és periódusokat ill. azok logaritmusait a 12. táblázatban találjuk.

12. táblázat

halmaz	tipus	$\langle \bar{V} \rangle$	$\langle \bar{B-V} \rangle$	$\langle \bar{B} \rangle - \langle \bar{V} \rangle$	$\bar{P}$	$\log \bar{P}$
M3	RRabI /22/	15.652	+0.317	+0.30*	0.546	-0.264
	II /5/	15.526	+0.362	+0.35*	0.678	-0.170
ω Cen	RRabI /7/	14.650	+0.41*	+0.394	0.543	-0.266
	II/16/	14.459	+0.44*	+0.424	0.699	-0.159

*Preston /1961b/ M3 alapján levezetett periódus- $[(\langle \bar{B-V} \rangle) - (\langle \bar{B} \rangle - \langle \bar{V} \rangle)]$ relációjából számolva.

A két halmaz színindexei közötti eltérést az intersztelláris vörösödés okozza: $E_{B-V}^{\omega\text{Cen}} \approx 0.05 - 0.10$, míg $E_{B-V}^{M3} \approx 0$.

Az M3 esetén a hosszú- és rövidperiódusú ágon elhelyezkedő RR Lyrae csillagok átlagos abszolút magnitudojában a mért különbség $\Delta M_V^{M3} = 0.13$, míg az ω Cen esetében $\Delta M_V^{\omega\text{Cen}} = 0.19$. Ezekkel jó egyezésben vannak a /2.7/ formulából számított különbségek: $\Delta M_V^{M3} = 0.15$ és $\Delta M_V^{\omega\text{Cen}} = 0.22$. A megfigyelt és számított értékek közötti 0.02-0.03-os eltérés igen minimális, ha figyelembe vesszük, hogy /2.7/ csak közelítő formulának tekinthető.

Pontosabb számításoknál többek között figyelembe kellene venni a $\Delta(B-V)$ blanketing korrekciót is. Sőt, a blanketing effektus folytán a fémszegény csillagok abszolút magnitúdója fényesebb, mint az azonos típusú, de fémgazdag csillagoké. Ez, hacsak részben is, magyarázata lehet annak a ténynek, hogy egy gömbhalmazban belül is az RRabI változók mintegy $0^m.1-0^m.2$ -val halványabbak az RRabII csillagoknál. /A blanketing korrekció pl a halmaz fősorozati csillagaira B-V-ben néhány tizedet, V-ben több századmagnitúdót is kitehet. Sandage és Eggen, 1959./

Számos kísérlet történt arra, hogy az RR Lyrae csillagokra /hasonlóan a cepheidákhoz/ egy periódus-fényesség relációt levezessenek:

$$M_V = a + b \cdot \log P \quad /7.2/$$

formában, ahol a és b állandók.

Egy ilyen összefüggés létezése nagyon kétséges. Egyrészt egy halmazban belül az RRab csillagok periódus határain felvett fényességek különbségét messze túlszárnyalja a különböző halmazok RR Lyrae csillagai abszolút fényességének szórása. /Az utóbbi a $0^m.5$ -t is meghaladhatja, az előbbi pl az M3-ra vagy az ω Cen-ra $0^m.2$ körüli/ Másrészt /7.2/-t különböző halmazokra felírva a legellentmondásosabb eredményekre jutunk. /7.2/-ben b értéke /Lohmann, 1966/ I-es Oosterhoff-típusú halmazokra, azaz ahol az RRabI csillagok vannak többségben és a másik ágat teljesen elnyomják /pl M3/, közel 0, míg II-es Oosterhoff-típusúakra, ahol az RRabII ág népesebb, de nem nyomja el az RRabI ágat /pl ω Cen/, kb -0.5. Mindez természetes is: egy halmazban belül az RRabI csillagok közel azonos fényességűek és mintegy $0^m.2$ -val halványabbak az ugyancsak közeli azonos fényességű RRabII típusú változóknál. Így a két ág egymáshoz viszonyított benépesedettsége határozza meg b értékét.

A gömbhalmazok HR diagramján a horizontális ág vörös csillagai egymástól $\Delta m \approx 0^m.2$ -re két ágat alkotnak /Arp, 1955/. Igen valószínű, hogy az RRab csillagok két ága ezek folytatása. Lehetséges, hogy a két ág a horizontális ág mentén ellentétes irányba fejlődő csillagokat reprezentálja /Woolf, 1964/.

8. Néhány megjegyzés a Blashko-effektussal rendelkező változókkal kapcsolatban

Mint jól ismeretes, léteznek RR Lyrae típusú változók, melyek fénygörbéjüket 30-90 napos periódussal változtatják. A fénygörbeváltozást a minimum, felszállóág és a maximum kisebb-nagyobb fázisingadozásai kísérik /Detre, 1956, 1962/.

Mindezideig semmiféle kapcsolatot sem sikerült feltárni az amplitudó és fázismoduláció között, azonkívül az amplitudóváltozás görbéjének és az O-C diagramjának menete egymáshoz képest a legkülönbözőbb lehet.

Biztosan állítható, hogy nincs éles különbség az egyszeres és többszörös periódusú RR Lyrae-k között, a Blashko-effektus felléphet és kimaradhat /Balázs Júlia és Detre, 1962/. Nem tudjuk viszont, hogy minden RR Lyrae változónál fellép-e az effektus, vagy egy változónál többször is.

Hosszúperiódusú szekundér változások az RRc csillagoknál is fellépnek /Detre, 1965/, vizsgálatuk azonban igen nehéz a kis amplitudó és a majdnem szimmetrikus fénygörbe miatt.

Az eddig jól vizsgált halmazok /M3 és ω Cen/, valamint a Draco-rendszer RR Lyrae típusú változóinak kb 1/3-a mutat határozott fénygörbeváltozást /13. táblázat/. A táblázatból

13. táblázat

halmaz /rendszer/	M3	ω Cen	Draco-r.	átlag
vizsgált RRab-k	96	78	78	252
Blashko-eff. RRab-k	34% /33/	25% /19/	34% /27/	31% /79/

előbb említett okok miatt az RRc csillagok hiányoznak, ezekre semmiféle statisztikus megállapítás sem tehető.

Rendkívül feltűnő, hogy alig több mint egy tucat Blashko-effektussal rendelkező szabad RR Lyrae-t ismerünk, holott az eddig felfedezett szabad RR Lyrae változók száma meghaladja a

2000-et. Ez, az egyéb okok mellett, valószínűleg a pontatlan és nem szisztematikus észlelésekkel van kapcsolatban.

Amint a 13. táblázatból látható, a Blashko-effektussal rendelkező változók mindkét Oosterhoff-féle gömbhalmaz-típusban, valamint az extragalaktikus rendszerekben is igen gyakoriak.

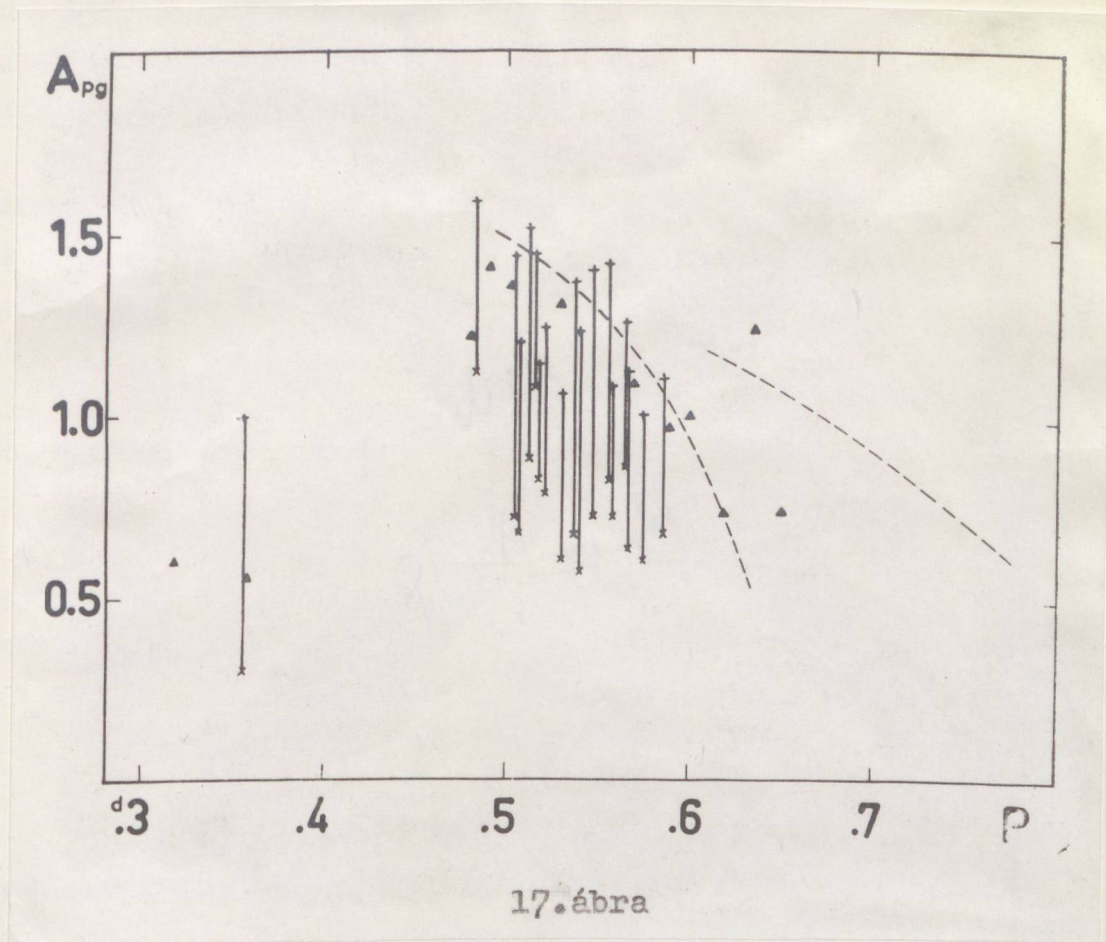
Az M3 esetében a periódus-gyakoriságukban $P=0^d.47$ és $0^d.56$ -nál valószínűleg maximum van, a szabad RR Lyrae típusú változóknál is látszik ezeknél a periódusoknál a Blashko-effektussal rendelkezőknek némi sűrűsödése. A fénygörbeváltozással rendelkező csillagok gyakorisága viszont a halmazcentrumtól mért távolsággal semmi függést sem mutat.

A Blashko-effektussal rendelkező változók közepes amplitudója lényegesen kisebb, mint a hasonló periódusú reguláris RRab változóké.

A 6. táblázat az észlelt legmagasabb és legalacsonyabb maximumokat is feltünteti. Természetesen nem biztos, hogy ezek a valódi extrémális értékekkel azonosak, hiszen egy-egy változó esetén legfeljebb csak 4-5 maximum volt átészelve. Minimumban a többszörös periódusú RRab változók nem mutatnak lényeges változásokat /legfeljebb $0^m.1-0^m.2/$, ezért a minimum közepes értékével számoltuk az amplitudó maximális és minimális értékét. A 17. ábra ezeknek az értékeknek a felhasználásával készült. A maximális amplitudót álló, a minimálisat dőlt kereszt, míg a gyenge fénygörbeváltozást mutató RR Lyrae-k átlagos amplitudóját háromszög jelöli.

Eltekintve az igen bizonytalan 68. számú RRc változótól, az ábra egyértelműen mutatja, hogy a Blashko-effektussal rendelkező változók maximális amplitudója illeszkedik a fénygörbeváltozással nem rendelkezők periódus-amplitudó diagramjára. Így észszerű a többszörös periódusú RR Lyrae típusú változók ezen állapotát tekinteni a normális pulzációs állapotnak. Ez a megállapítás jó egyezésben van a szabad RR Lyrae-kkel kapcsolatos megfigyelésekkel /Balázs Júlia és Detre/: Míg akár 10-20 év alatt is a minimális amplitudó e-

rős változásokat szenvedhet, a maximális amplitudó gyakorlatilag változatlan marad.



17.ábra

Mindez teljes összhangban van Preston /1964/ észrevételével. Szerinte a többszörös periodicitás oly mechanizmussal kapcsolatos, mely a változó normális pulzációs tulajdonságait elnyomni igyekszik.

Talán nem érdektelen végül megjegyezni még , hogy egy Blashko-ciklus során az $\xi = (M-m) \cdot P^{-1}$ paraméter a reguláris változók által meghatározott tartományon belül változik az ξ -amplitudó sikon /16.ábra/. Ez csak aláhúzza korábbi megállapításunkat, hogy a fénygörbe asszimetriája szorosabb kapcsolatban áll az amplitudóval, mint a periódussal.

Irodalom:

- van Agt, S.L.Th. és Oosterhoff, P.Th. 1959, Leiden Ann. 21.No4.
Arp, H.C. 1955, Astron. J. 60. 371.
Bailey, S.I. 1902, Harvard Ann. 38. 1.
1913, Harvard Ann. 78. 1.
Baker, R.H. és Baker, H.V. 1956, Astron. J. 61. 283.
Balázs J. 1957, Budapest Mitt. 42. 99.
Balázs J. és Detre L. 1962, Kleine Veröff. Bamberg 34. 90.
1965, Kleine Veröff. Bamberg 40. 184.
Budapest Mitt. néhány száma
Belserene, E.P. 1952, Astron. J. 57. 237.
1954, Astron. J. 59. 406.
1964, Astron. J. 69. 475.
Bronkalla, W. 1960, Astron. Nachrichten 285. 181.
Detre L. 1955, Trudy tshetvertogo soveshanija po voprosam
kosmogonii. Isd. A.N. SSSR Moszkva, 389. old.
1956, Vistas in Astronomy vol.II. 1156.
1962, Trans. I.A.U. 11.B. 293.
1965, Astron. Abhandlungen 62.
Deutsch, A.J. 1958, Trans. I.A.U. 10. 444.
Dickens, R.J. és Saunders, J. 1965, Roy. Obs. Bull. No 101.
Eddington, A.S. és Plakidis, S. 1929, Mon.Not.R.Astr.Soc. 90.65.
Fitch, W.S., Wisniewski, W.Z. és Johnson, H.L. 1966, Comm.
Lunar and Planetary Laboratory 5. Part2. No71.
Fritze, K. 1962, Astron. Nachrichten 287. 79.
Geyer, E.H. 1967, Zeitschrift f. Astroph. 66. 16.
Geyer, E.H. és Szeidl B. 1965, Kleine Veröff. Bamberg 40. 63.
1967, Zeitschrift f. Astroph. előké-
születben
Greenstein, J.L. 1935, Astron. Nachrichten 257. 301.
Grubissich, C. 1956, Mem. Soc. Astron. Ital. 27. 391.
Guthnick, P. és Prager, R. 1925, Sitz.Preuss.Akad.Wiss. 27.508.
Harris, D.L. 1963, Stars and Stellar System vol.III. 263.
Harris, D.L., Strand, K.Aa. és Worley, C.E. 1963, Stars and
Stellar System vol.III. 273.

- Hett, J.H. 1942, Astron. J. 50. 77.
Izsák I.G. 1957, Budapest Mitt. 42. 63.
Kholopov, P.N. 1963, Peremennüje Zvezdü 14. 275.
Kinman, T.D. 1959, Mon.Not.R.Astr.Soc. 119. 538.
1961, Roy. Obs. Bull. No 37.
Kukarkin, B.V. 1960, Asztr. Cirk. 216. 29.
1961, Peremennüje Zvezdü 13. 384.
Kukarkina, N.P. és Kukarkin, B.V. 1961a, Perem. Zvezdü 13. 239.
1961b, Perem. Zvezdü 13. 309.
Kurochkin, N.E. 1959, Asztr. Cirk. 205. 14.
1961, Peremennüje Zvezdü 13. 84.
1962, Peremennüje Zvezdü 14. 196.
Larink, J. 1922, Bergedorf Abhandlungen 2. Nr.6.
Lohmann, W. 1966, Astron. Nachrichten 289. 99.
Makarova, V.A. és Akimova, V.P. 1965, Perem. Zvezdü 15. 350.
Mannino, O. 1956, Mem. Soc. Astron. Ital. 27. 169., 263.
Martin, W.Chr. 1938, Leiden Ann. 17. Part 2.
1942, Astroph. J. 95. 314.
Morgan, W.W. 1956, Publ. Astron. Soc. Pacific 68. 509.
1959, Astron. J. 64. 433.
Müller, Th. 1933, Berlin-Babelsberg Veröff. 11. 1.
Notni, P. és Oleak, H. 1958, Astron. Nachrichten 284. 49.
Oosterhoff, P.Th. 1939, The Observatory 62. 104.
1941, Leiden Ann. 17. Part 4.
Ozsváth, I. 1957, Budapest Mitteilungen 42. 81.
Preston, G.W. 1959, Astroph. J. 130. 507.
1961a, Astroph. J. 133. 29.
1961b, Astroph. J. 134. 633.
1961c, Astroph. J. 134. 651.
1964, Ann. Rev. of Astr. and Astroph. vol. II. 23.
Preston, G.W. és Paczynski, B. 1964, Astroph. J. 140. 181.
Roberts, M. és Sandage, A.R. 1955, Astron. J. 60. 185.
Rosino, L. 1965, Kleine Veröff. Bamberg 40. 98.
Sandage, A.R. 1953, Astron. J. 58. 61.
1957, Astroph. J. 125. 435.

- Sandage, A.R. 1958, Spec. Vat. 5. 41.
1959, Astroph. J. 129. 596.
- Sandage, A.R. és Eggen, O.J. 1959, Mon.Not.R.Astr.Soc. 119. 278.
- Sandage, A.R. és Katem, B. 1964, Astroph. J. 139. 1088.
- Sandage, A.R. és Wallerstein, G. 1960, Astroph. J. 131. 598.
- Sargent, W.L.W. 1965, The Observatory 85. 116.
- Sawyer, H.B. 1955, Publ. David Dunlap Obs. 2. No 2.
- Schwarzschild, M. 1940, Harvard Circ. No 437.
- Shapley, H. 1914, Astroph. J. 40. 443.
- Slavenas, P. 1929, Astron. Nachrichten 240. 169.
- Spinrad, H. 1959, Astroph. J. 130. 539.
- Sterne, Th.E. 1934, Harvard Circ. No 386.
- Szeidl B. 1965, Budapest Mitteilungen 58.
- Wachmann, A.A. 1965, Astron. Abhandlungen 121.
- Wilkins, H. 1964, Mitt. ü. Veränderliche Sterne 2. 101.
- Woolf, N.J. 1964, Astroph. J. 139. 1082.