Válasz Dr. Lantos Béla egyetemi tanár

Szabó Zoltán "Kapcsolt és LPV rendszerek irányítása geometriai megközelítésben"

című dolgozatához készített opponensi véleményére

Elöljáróban szeretném köszönetemet kifejezni Dr. Lantos Béla egyetemi tanárnak azért a fáradtságot nem kímélő, alapos munkáért, amivel dolgozatomat átnézte és azt fontos megjegyzésekkel látta el.

A dolgozat megírásakor igyekeztem lehetőleg minden elírást és jelölésbeli következetlenséget kiküszöbölni, azonban minden igyekezetem ellenére maradtak a dolgozatban zavaró pontatlanságok amelyeknek felderítését külön is köszönöm.

Az opponensi véleményben megfogalmazott kérdésekre és megjegyzésekre adott válasz a következőképp tagozódik: először a feltett kérdésekre kísérelek meg választ adni, majd ezt követően válaszolnék az egyes megjegyzésekre.

1. Válaszok a bírálói kérdésekre

1. *... Mi az újdonság Proposition 9-ben ehhez képest és a jelölt mikor publikálta eredményét?*

   Proposition 9 a Xie és Wang (2005)-ös cikkében szereplő tételt terjeszti ki bizonytalanságot is tartalmazó kapcsolt rendszerekre. Itt a lényegi hozzájárulás nem elsősorban az LMI alak, amit többféleképpen is meg lehet kapni (ezért az eltérés a jobb alsó sarokban), hanem annak a fontos ténynek a bizonyítása, hogy létezik stabilizáló kapcsolási szekvencia (45.,46. oldal). Az idézett cikk erre vonatkozó bizonyítása rossz – ezt illusztrálja a kis példa a 45. oldalon.

   Ez az eredmény "Szabó, Z., Geometric Control Theory and Linear Switched Systems. European Journal of Control, 2009, Volume 15, pages 378-388" lett publikálva.

2. *A diszkrét idejű előzetes eredmények ... reverzibilis rendszert feltételeznek. Továbbra is érvényes ez a megszorítás az értekezésben?*

   A reverzibilitási feltétel csak a diszkrét idejű rendszerekre vonatkozik. Folytonos idejű rendszerekre ez nem jelent megkötést. A zero-order hold (ZOH) módszerrel történő diszkretizálás mindig ilyen (reverzibilis) rendszerekre vezet, míg az Euler módszernél generikusan választható a mintavételi idő úgy, hogy a nemszingularitási feltétel teljesüljön.

3. *Az értekezés néhány algoritmusa jelentős volumenű szimbolikus számítást igényel ...*

   A dolgozat fontos célkitűzése volt, hogy az algoritmusok numerikus lineáris algebrai eszközökkel (vektor és mátrixkalkulus) kezelhetőek legyenek. A IV. fejezet algoritmusai nem igényelnek szimbolikus eszközöket csak egyszerű mátrixműveleteket tartalmaznak, amiket például MATLAB-al el lehet végezni. Az algoritmus csak akkor nem triviális, ha U egy kúp (nem altér). Az egyes lépésekben eldöntendő, hogy a kapott halmaz, ami egy végesen generált kúp, a teljes tér-e.

   Egy naiv, de működő módszer a következő: leteszteljük, hogy a tér egy tetszőlegesen rögzített bázisvektorai és azok ellentettjei elemei-e az adott kúpnak. Ez a kérdés véges lépésben eldönthető, például a szimplex algoritmusok kezdőlépésénél használt algoritmussal. Mivel az általunk használt feladatok ezt nem indokolták, erre az algoritmusra általános célú, például MATLAB, rutin (toolbox) nem készült, és az univerzális kapcsolási szekvencia előállítására sem. A felmerült feladatokat kézi módszerrel vizsgáltam.

   A differenciáltartalmazáson alapuló megközelítés az eredmények bizonyításához volt szükséges, maguk a végső formulák nem igényelnek differenciálegyenlet megoldást (például alapmátrixot). Ezért "solver" alkalmazására nincs szükség.

   Két megválaszolatlan elméleti/gyakorlati probléma van ezzel kapcsolatban: a 4. fejezet algoritmusában van-e felső korlát a lépések számára, ami után kijelenthetjük, hogy a rendszer nem irányítható, illetve az univerzális kapcsolási szekvencia vonatkozásában: hogyan lehet megkapni a legrövidebb ilyen szekvenciát.

4. *Mi mondható az értekezés eredményeinek kiterjeszthetőségéről általános bemenőjel korlátozás esetén?*

   A dolgozat azzal az esettel foglalkozik, amikor a bemeneti jelek előjelére korlátozás van. A korlátozás nemlineárissá teszi a rendszert, ilyen rendszerekre pedig nem várhatók általában "univerzális" megoldások. Formálisan az irányíthatóságra vonatkozó eredmény érvényes az általános esetben is, az algoritmust azonban ilyenkor nehézkes alkalmazni.

   Az amplitúdókorlátosság másfajta korlátokat állít az irányíthatóság elé – legalábbis ami a globális irányíthatóságot illeti. Erre az esetre általában lokális irányíthatósági/elérhetőségi eredmények várhatók. Gyakorlati esetekben a lokális irányíthatóság viszonylag könnyen ellenőrizhető/megkapható a korlátozásmentes irányíthatósági eredményből (ami egy nyilvánvaló szükséges feltétel). Az amplitúdókorlátosság a stabilizálhatóság szempontjából problematikus – a releváns kérdés ilyenkor a stabilitási tartomány feltérképezése.

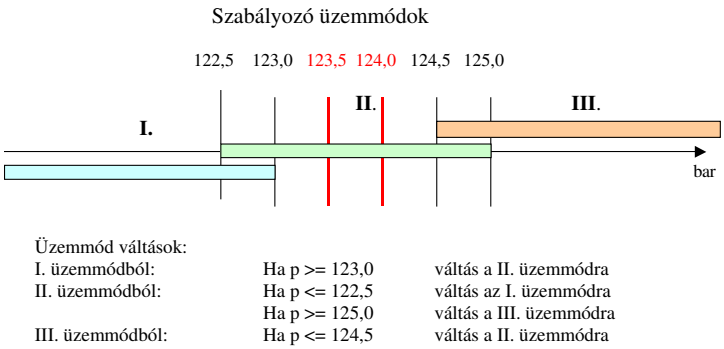
   A bíráló által vázolt transzformáció nem feltétlenül rontja el a qLPV alakot: egy $z = x + A(\rho)^{-1}B(\rho)$ változócserével a kapott rendszer már qLPV. A választott példa azonban

modellezési problémát vet fel: ha zérus nem kiadható bemenet, akkor a modellnek nem zérus az egyensúlyi pontja.

5. *... eredmények alkalmazása reális mérnöki probléma keretében ... szíveskedjék ezek közül egyet kiragadni és a megoldását bemutatni. ...*

   Az LPV dinamikus rendszerinverzión alapuló eljárásokat (9. fejezet) mind jelkövetési mind ismeretlen bemenet becslési feladatokban alkalmaztam.

   Az első alkalmazás a paksi atomerőmű primerköri nyomásszabályozójának tervezése: a szabályozás célja, hogy a primerköri nyomás értékét a 123.5 és 124 bar sávban tartsuk, jellemzően egy technológiailag optimális szinten. A tervezett szabályozó része egy hibrid szabályozási körnek, így a szabályozó működési tartománya kikapcsolás esetén 123 és 124.5 bar, bekapcsolás esetén 122.5 és 125 bar által kijelölt sáv, lásd az 1-es ábrát.



1. ábra. A szabályozó üzemmódjai

Ebben a tartományban egy inverziós alapú referenciakövető szabályozást terveztem.

Modell: a térfogatkompenzátor szabályozás célú modelljét egy egy úgynevezett Wiener modell reprezentáció alakjában fogalmaztuk meg:

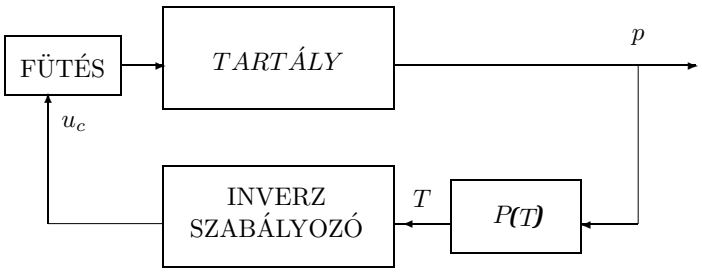
$$\dot{x} = Ax + B_u u + B_d d \tag{1}$$

$$z = Cx \tag{2}$$

$$y = h(z) \tag{3}$$

ahol z a lineáris modell fiktív, nem mért kimenete, y pedig a folyamat mért kimenete. A modell x állapotvektorának komponensei a víz hőmérséklete, $x^1 = T$, illetve a hideg fal hőmérséklete, x^2, amik közül a számunkra érdekes primerköri nyomás nemlineáris kapcsolatban van a víz hőmérsékletével.

Mivel az x^1 hőmérséklet értéke közvetlenül nem mérhető, ezért az implementáció során a nyomással való (3) nemlineáris összefüggését numerikusan invertálni kell. Ez úgy történik, hogy a működési tartományban darabonként lineáris spline approximációval írjuk le a hőmérséklet és nyomás közti nemlineáris összefüggést, amit aztán az inverz reláció alapjául használunk minden esetben. Ezen eljárás pontosságát a gyakorlati feladat szempontjából kielégítőnek találtuk.



2. ábra. Inverziós alapú szabályozási séma

Az u fűtési teljesítmény értékét, mint kontroll bemenetet normalizáltuk. Az egység a referencia hőmérsékletből kiindulva a nominális modell alapján számított nominális referencia teljesítmény értéke. Ugyanígy jártunk el a nominális hidegfali veszteségi teljesítmény W^{loss} esetében is.

A mintavételezési időre $T_s = 10$ sec értéket rögzítettük és ennek alapján a modell lineáris részének diszkretizációja után a következő diszkrét modellel számoltunk:

$$\dot{x} = A_d x + B_d \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$z = C_d x. \tag{5}$$

Inverziós alapú nyomásszabályozó tervezése: a diszkretizált modell lineáris részének egyenletei

$$x^1_{k+1} = a_{11}x^1_k + a_{12}x^2_k + B_u u_k + B_T T^i_k$$
$$x^2_{k+1} = a_{21}x^1_k + a_{22}x^2_k + B_w w^{loss}_k$$

alapján adott $x^{1,r}$ követése esetén az alábbi összefüggéseink vannak:

$$x^{1,r}_{k+1} = a_{11}x^{1,r}_k + a_{12}x^{2,r}_k + B_u u^r_k + B_T T^{i,nom}_k$$
$$x^{2,r}_{k+1} = a_{21}x^{1,r}_k + a_{22}x^{2,r}_k + B_w w^{loss,nom}_k$$

Figyelembe véve hogy $x^{1,r}$ értéke állandó, kapjuk, hogy:

$$\tau_{k+1} = a_{22}\tau_k + a_{21}x^{1,r} + B_w w^{loss,nom}_k$$
$$u^r_k = \frac{1-a_{11}}{B_u}x^{1,r} - \frac{a_{12}}{B_u}\tau_k - \frac{B_T}{B_u}T^{i,nom}_k$$

A zárt kör szabályozója ennek alapján a következő alakú:

$$\tau_{k+1} = a_{22}\tau_k + a_{21}x^{1,r} + B_w w^{loss,nom}_k + K_1(x^1_k - x^{1,r})$$
$$u^r_k = \frac{1-a_{11}}{B_u}x^{1,r} - \frac{a_{12}}{B_u}\tau_k - \frac{B_T}{B_u}T^{i,nom}_k + \frac{K_2}{B_u}(x^1_k - x^{1,r})$$

ahol a K_1, K_2 értéke úgy lett beállítva, hogy a hibarendszernek minél kedvezőbb zajelnyomási tulajdonságai legyenek.

A tervezett inverziós szabályozó: az implementált inverzió alapú szabályozó egyenletei a következők:

$$\tau_{k+1} = A_{inv}\tau_k + B_{inv}w_k$$
$$u_k^r = C_{inv}\tau_k + D_{inv}w_k$$

ahol

$$w_k = \begin{bmatrix} T_k^{ref} & T_k^{I,ref} & W_k^{loss,ref} & T_k - T_k^{ref} \end{bmatrix}.$$

Az egész feladat megoldása átölelte a modellezés, tervezés, verifikáció, hálózati elemeket is magában foglaló implementáció területeit. A szabályozási megoldást "Tracking design for Wiener systems based on dynamic inversion. In: Proccedings of the Conference CCA/CACSD/ISIC. Munich, Németország, 2006 pp. 1386-1391." cikkben publikáltuk, amire több hivatkozást is kaptunk. A teljes kutató-fejlesztő tevékenység részletekre kiterjedő bemutatása pedig "Szabó Z, Szederkényi G, Gáspár P, Varga I, Hangos K M, Bokor J.: Identification and Dynamic Inversion-Based Control of a Pressurizer at the Paks NPP. CONTROL ENGINEERING PRACTICE Volume 18, Issue 5, May 2010, Pages 554-565." cikkben jelent meg. A team munka keretében az én hozzájárulásom az inverziós alapú szabályozó megtervezése volt.

A kidolgozott inverziós technikát qLPV rendszerek hibadetektáló szűrőinek tervezésére is alkalmaztam. Erre egy alkalmazási példa egy közúti jármű aktív felfüggesztésében szerepet kapó hidraulikus aktuátor meghibásodásának detektálása. A teljes feladat egy integrált és rekonfigurálható járműirányítási megoldás megtervezése volt, ami több komponenst (aktív fék, aktív felfüggesztés) foglalt magában. Az inverziós technika az aktív felfüggesztés tervezésekor kapott szerepet: egyrészt a magasabb szintű tervezés során a hidraulikus aktuátor kimenete áll elő, így egy dinamikus inverzióval kell meghatározni a tényleges fizikai irányító bemenetet (jelkövetési feladat). Másrészt a tervezett rendszerben biztonságkritikus szituációban (borulás közeli helyzet) az aktív felfüggesztés és az aszimmetrikus fékezés összehangolt működtetésével javítottuk a jármű menetdinamikai tulajdonságait. Az aktív felfüggesztésben jelentkező hiba esetén az aktív fékezés szerepét növelni kell (rekonfiguráció). A hiba detektálására egy inverziós alapú szűrőt javasoltam.

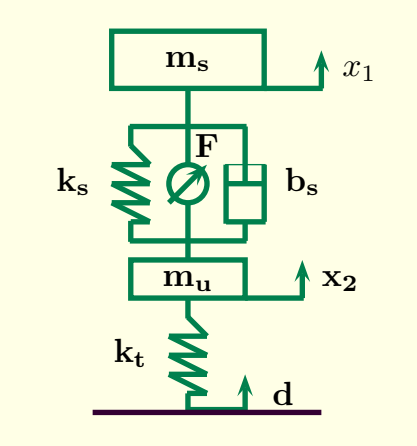
A rekonfigurálás és hibadetektáló szűrő részletes bemutatása "P. Gáspár, Z. Szabó, J. Bokor The design of a reconfigurable suspension control an FDI filter. In: 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2008 : MED '08: conference proceedings. Ajaccio, Franciaország,pp. 445 -450" cikkben található, míg a javasolt integrált tervezési séma és a jelkövető irányítási blokk kidolgozása "P. Gáspár, Z. Szabó, J. Bokor Active Suspension in Integrated Vehicle Control. In: Janusz Kleban (szerk.) Switched Systems. Vienna: IN-TECH Education and Publishing, 2009. pp. 83-104." könyvfejezetben van részletesen kifejtve. Ezekhez az applikációkhoz való hozzájárulásom az inverziós alapú szabályozó illetve szűrő megtervezése volt

A vonatkozó tervezés kiindulópontja egy LPV negyedjármű modell volt, kiegészítve egy nemlineáris hidraulikus aktuátor modellel – lásd a 3 ábra. A hidraulikus aktuátormodell

lényegében egy bimodális rendszer, ahol a módusok közötti váltást a csillapító dugattyújának sebessége (annak előjele) határozza meg.

Itt m_s a rugózott tömeg m_u pedig a rugózatlan (kerék) tömeg. A k_t, k_s, b_s paraméterek a kerékre illetve a felfüggesztés rugójára vonatkozó rugóállandók illetve a csillapító csillapítási tényezője.

A fiktív szabályozó jelet – F erő – a hidraulikus aktuátor generálja. d az út zavaró hatása.



3. ábra. Negyedjármű modell

Az $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$ állapot megválasztásával, ahol x_1 és x_2 a rugózott illetve rugózatlan tömegek függőleges kitérései, illetve x_3, x_4 azok deriváltjai, az állapotegyenletek alakja

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{m_s}(r_k(x_2 - x_1) + r_b(x_4 - x_3) + b_s^{nl}\rho_b\sqrt{\rho_b(x_4 - x_3)} - F), \tag{6}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{m_u}(-r_k(x_2 - x_1) - r_b(x_4 - x_3) - k_t(x_2 - d) - b_s^{nl}\rho_b\sqrt{\rho_b(x_4 - x_3)} + F), \tag{7}$$

ahol $r_b = b_s^l - b_s^{sym}\rho_b$ és $r_k = k_s^l + k_s^{nl}\rho_k$. Az LPV modellben $\rho_b = sgn(x_4 - x_3)$ és $\rho_k = (x_2 - x_1)^2$ az ütemezési változók.

Az aktuátor állapotegyenlete:

$$\dot{x}_5 = -\beta x_5 + \alpha A_P z + \gamma Q_0(x_5, x_6)x_6, \tag{8}$$

$$\dot{x}_6 = -\frac{1}{\tau}x_6 + \frac{1}{\tau}u_a, \tag{9}$$

ahol x_5 a dugattyúbeli nyomás és x_6 a szabályozó szelep elmozdulása, $z = \dot{x}_2 - \dot{x}_1$ a dugattyú sebessége, $F = A_P x_5$ a beavatkozó erő.

$Q = Q_0 x_v$, $Q_0 = sgn(r)\sqrt{|r|}$ és $r = P_S - sgn(x_v)x_5$ ahol P_S a tápnyomás.

A globális rendszer nemlinearitásai miatt az aktuátor nélküli rendszer alapján a szükséges erőt határozzuk meg, majd az aktuátorra egy dinamikus inverzióval egy jelkövető szabályozás adja meg a tényleges bemenetet (u_a).

Feltételezve, hogy x_5 és x_6 mért mennyiségek, a kívánt bemenet értéke:

$$u_a = x_6 + \tau \dot{\tilde{x}}_{6,dem} - \tau k_2 (x_6 - x_{6,dem}), \tag{10}$$

ahol

$$x_{6,dem} = \begin{cases} \frac{\Psi(x_5, x_{5,dem}, z)}{\gamma\sqrt{P_S - x_5}}, & x_{6,dem} \geq 0 \\ \frac{\Psi(x_5, x_{5,dem}, z)}{\gamma\sqrt{P_S + x_5}} & x_{6,dem} < 0 \end{cases}$$

és $\Psi(x_{5,dem}, z) = \beta x_5 - \alpha A_p z + \dot{x}_{5,dem} - k_1(x_5 - x_{5,dem})$. A Ψ függvény deriválható, így

$$\dot{x}_{6,dem} = \begin{cases} \frac{\dot{\Psi}(x_{5,dem}, z)}{\gamma\sqrt{P_S - x_5}} + \frac{\dot{x}_{5,dem} x_{6,dem}}{\gamma^2 |P_S - x_5|}, & x_{6,dem} > 0 \\ \frac{\dot{\Psi}(x_{5,dem}, z)}{\gamma\sqrt{P_S + x_5}} - \frac{\dot{x}_{5,dem} x_{6,dem}}{\gamma^2 |P_S + x_5|}. & x_{6,dem} < 0 \end{cases}$$

Mivel $\dot{x}_{6,dem}$ nem sima a nulla környezetében, ezért technikai okokból helyette egy sima $\dot{\tilde{x}}_{6,dem}$ közelítést használunk. A k_1, k_2 állandókat a stabilitási követelmény figyelembe vételével kell megválasztani.

Az FDI szűrő tervezése:

Feltéve, hogy mérjük a következő jeleket : $y_1 = \dot{x}_3$, $y_2 = \dot{x}_4$ és $y_3 = x_2 - x_1$ egy inverziós alapú detektáló szűrőt terveztem. A tervezés kiindulási pontja, hogy az F csillapítóerőt az alábbi formában lehet kifejezni:

$$F = |z| + b_s^{nl} \rho_b \sqrt{|z|} + r_k y_3 - m_s y_1, \tag{11}$$

ahol a z relatív sebesség értéke nem mért.

Az ismeretlen útgerjesztés kiküszöbölésével az $\dot{x}_3 = \frac{r_k}{m_s}(x_2 - x_1) - \frac{r_k}{m_s} y_3 + y_1$ és $\dot{x}_4 = -\frac{r_k}{m_u}(x_2 - x_1) + \frac{r_k}{m_u} y_3 + y_2$, egyenletekből az alábbi LPV rendszert kapjuk

$$\dot{z} = -r_k m_e z + r_k m_e y_3 + y_2 - y_1, \tag{12}$$

ahol $m_e = \frac{m_u + m_s}{m_u m_s}$. Ez a negyedjármű zéró-dinamikája az adott kimenetekre és az erőre, mint bemenetre nézve, ami stabilnak adódik.

Valós körülmények között nem elég azonban csak a ténylegesen fellépő csillapító erő értékét ismerni, hogy az esetleges hibát detektáljuk. A tényleges hidraulikus aktuátoron le kell még ellenőrizni, hogy az erők hogy viszonyulnak a szaturációs szintekhez.

A hidraulikus beavatkozó esetleges meghibásodását a Q_0 kifejezésében megjelenő P_s megváltozott értékével illetve a τ időállandó megváltozott értékeként modelleztük. A teljes detektáló szűrő ezért még tartalmaz egy szimulációt:

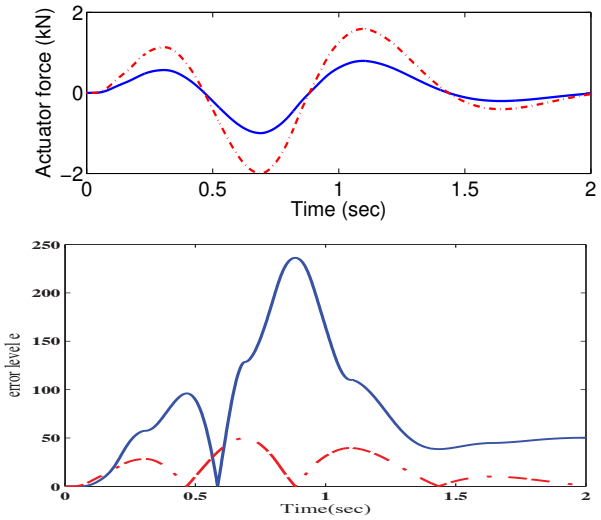
$$\dot{\tilde{x}}_5 = -\beta \tilde{x}_5 + \alpha A_P \hat{z} + \gamma Q_{0,nom}(\hat{F}) \tilde{x}_6, \tag{13}$$

$$\dot{\tilde{x}}_6 = -\frac{1}{\tau_{nom}} \tilde{x}_6 + \frac{1}{\tau_{nom}} u_a, \tag{14}$$

ahol $\hat{z}$ és $\hat{F}$ az egyes jelek rekonstruált értékei. A nom index utal a paraméterek hibátlan, nominális értékére.

Hibamentes esetben $e_5 = x_5 - \tilde{x}_5 \approx 0$ illetve $e_6 = x_6 - \tilde{x}_6 \approx 0$. Ha $e = ||e_5||_2 + ||e_6||_2$ meghalad egy adott szintet, akkor az hiba jelenlétére utal.

Az 4 ábra egy szimulációs eredményt szemléltet. A folytonos (kék) vonal a rekonstruált erő/kapott hibajel érték, a szaggatott (piros) vonal az erő igény/riasztási szint.



4. ábra. Az FDI szűrő szimulációs eredményei

2. Válaszok az egyes bírálói megjegyzésekre

- 1. oldal, *mátrix Lie algebra nincs definiálva* az, $[A, B] = AB - BA$ kifejezés megadása valóban kimaradt a dolgozatból. Általános vektormezőkre a Lie zárójel definiálva van a Függelékben a 110. oldalon.

- 2. oldal, u *szakaszonként állandó, ami csökkenti az általánosságot*: az általánosság nem csökken lényegesen, mert meglehetősen gyenge feltételek mellett ha egy vektormező teljesen irányítható szakaszonként állandó bemenetekkel, akkor sima bemenetekkel is teljesen irányítható. A mérhető eset pedig csak olyan (kevésbé gyakorlati) patologikus esetekben jönne szóba, ami nem képezi a dolgozat tárgyát, pld. Zeno jelenség, mert a dolgozat irányíthatósággal foglalkozik elsősorban, tehát egy nyílt hurkú viselkedéssel. Zárt hurok esetén természetesen más a helyzet, de akkor a stabilitási illetve performancia kérdések kerülnek előtérbe.

- 2. oldal, $Lie_q(\mathcal{F})$ *nincs definiálva* a definíció a 28. oldal első sorában található.

- 3. oldal, σ *el van nyomva jelentése nem világos* a megfogalmazás valóban nem szerencsés. Adott, rögzített σ esetén a jelölésben nem akartam fölöslegesen szerepeltetni azt.

- 3. oldal, *globális vs. teljes irányíthatóság* a vonatkozó szakirodalom szinonimaként használja a kifejezéseket. Egységesen szerettem volna kezelni a dolgot, de így is a végső szövegbe megmaradt a *teljes irányíthatóság* is.

- 3. oldal, *Proposition 1.-re történő hivatkozás* elírás a szövegben. Helyesen Theorem 1.

- 3. oldal, *második példa hibái*: sajnos a példát sikerült rosszul beilleszteni a szövegbe. Az illusztratív példákban található hibák javarészt elgépelések amit a szerző már nem tud kijavítani a kinyomtatott példányokban. Helyhiány miatt sajnos nem kerülhetett be minden részlet a dolgozatba, ezért egy-egy elgépelés hatása még zavaróbb.

  Részletes kifejtés: Az első egy nyilvánvaló elgépelés: valóban t_3 kell t_2 helyett. Olvasáskor azért nem tűnhetett fel, mert $u = (u_1, 0, u_2)$ választásra rímel, azonban a kapcsolási időknél már $\tau = (t_1, t_2, t_3)$ van.

  A második lépés levezetése:

$$\Phi(t) := \begin{bmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{bmatrix}$$

  jelöléssel

$$\Phi_1 = \Phi(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{A} = \Phi_2 = \Phi(\pi - \arctan 1/3) = \frac{\sqrt{10}}{10}\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_0 + \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_1 \\
x_2 &= \Phi_1 x_0 + \Phi_1 \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_1 \\
x_3 &= \Phi_1 x_0 + \Phi_1 \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_2 \\
x_4 &= \Phi_2\Phi_1 x_0 + \Phi_2\Phi_1 \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \Phi_2 \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_2 \\
x_f &= \Phi_2\Phi_1 x_0 + \Phi_2[\Phi_1 \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_2] + \begin{bmatrix} \sqrt{10} \\ 0 \end{bmatrix} u_3,
\end{aligned}$$

  azaz

$$x_f = \Phi_2\Phi_1 x_0 + \Phi_2 \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{10} \\ 0 \end{bmatrix} u_3.$$

  Tehát a szövegben $\bar{A}_{22}$ előjele, ennek megfelelően $\mathcal{C}_{22}$ értéke, és x_0 együtthatója helytelen.

- 3. oldal, $k = 4$-*re helyesen* $A_p^k = -A_m^k$: az állítás így is igaz, bár a szövegben szereplő $A_p^k = A_m^k$ a követelmény. A zavart az okozta, hogy az irányíthatóságot garantáló $A_p^k = A_m^k = \mathbb{R}^3$ lett volna a helyes és teljes megfogalmazás.

A levezetés lépései:

$$A_p^1 \sim \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_m^1 \sim \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$A_p^2 \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_m^2 \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_p^3 \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_m^3 \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_p^4 \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_m^4 \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A mátrixok azokat a generálóvektorokat tartalmazzák, amik az egyes lépések során létrejövő konvex kúpokat határozzák meg. Például:

$$A_p^2 \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_p^3 \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- 4. oldal, σ *5-elemű, miért csak 4 állapot-visszacsatolás van megadva* azért, mert a 2. alrendszer egy autonóm rendszer. Valóban, szerencsés lett volna másképpen számozni a visszacsatolásokat (akkor talán elkerülhető lett volna az egyik példában a typo).

- 5. oldal, *nem világos mi a* $\hat{\mathcal{B}}$ *szerepe*: gépelési hiba. Az állításban $< A|\mathcal{B} >$ helyett helyesen $< A|\hat{\mathcal{B}} >$ van.

- 5. oldal, *Proposition 19 ...* Az u elgépelés, helyesen v. A helyes okfejtés: ha a rendszer globálisan irányítható, akkor (8.11) is az, így aszimptotikusan irányítható/stabilizálható egy $y_s = k(\eta)$ darabonként lineáris feedback segítségével. Ezért $\eta \to 0$ esetén $y_s = k(\eta) \to 0$, azaz (8.11)-(8.12) is stabil.

Végezetül ismételten szeretném megköszönni Dr. Lantos Béla professzor úrnak a körültekintő bírálatot, a releváns kérdéseket és megjegyzéseket.

Budapest, 2011. március 25. Szabó Zoltán