

A bírálóbizottság értékelése

Az utóbbi két évtizedben geometriai, topológiai és fizikai kérdések vizsgálata kapcsán szükségessé vált a Hopf-algebrák fogalmának általánosítása. A jelölt két ilyen általánosabb fogalmat vezetett be (Szlachányi Kornéllal közösen): az ún. gyenge Hopf-algebrákét és a még általánosabb Hopf-algebroidokét, és ő dolgozta ki a Hopf-algebrákkal párhuzamos alapvető elméletüket.

A disszertáció két fő részből áll: az első, magyarul írt rész (vagyis az 1. fejezet) szól az előzményekről, majd összefoglalja és értelmezi a második részben (2–7. fejezet) szereplő hat angol nyelvű cikk eredményeit. A cikkek közül a 3., ill. a 7. fejezetben szereplő írások társszerzősek, a másik négy publikációnak viszont egyedül a jelölt a szerzője.

Az értekezés központi fogalmának, a Hopf-algebroidnak a bevezetésére a (társszerzős) 3. fejezetben kerül sor. A fogalomalkotásnál két bialgebroid struktúrát egy Morita-összefüggés kapcsol össze, egy szellemes ötlettel lehetővé téve a nem feltétlenül bijektív antipód leképezés értelmezését. Fontos megemlíteni, hogy ez a konstrukció tisztán algebrai leírását adja a Day és Street által adott kategorikus konstrukciónak (ez a 3. fejezet 4.7. Tétele).

A bizottság a tézisekben szereplő összes eredményt újnak ismeri el. Most kiemelünk néhányat az értekezés legfontosabb eredményeiből, melyeket a jelölt egyedül ért el.

1) A 4. fejezet a Hopf-algebroidok integrálméletének alapjait fekteti le.

- A 4. fejezet 3.1. Tételében a szerző egy Maschke-típusú eredményt bizonyít Hopf-algebroidokra, melyben egy Hopf-algebroid féligegyszerűségét integrálok létezésén keresztül karakterizálja.
- A 4. fejezet 3.2. Tétele egy duális Maschke-tétel, mely azonban nem bizonyítható az előző állítás egyszerű dualizálásával.
- A 4. fejezetben szereplő cikkhez csatolt javítás 3. Következménye Frobenius-bővítések jellemzését adja.

2) Az 5. fejezet a Hopf-algebroidokkal való Galois-bővítések elméletét írja le.

- Az 5. fejezet 3.3. Lemmájában, ill. 4.3. Következményében a jelölt Kreimer és Takeuchi egy klasszikus, Hopf-algebrákra vonatkozó tételének általánosítását adja Hopf-algebroidokra.
- Az 5. fejezet 5.4. Tétele és 5.5. Állítása egy Morita-elméletet is használó gyenge és erős struktúratétel.

3) A 6. és 7. fejezet a gyenge Hopf-algebrák tiszta kategóriaelméleti megalapozását tűzi ki célul.

- A 6. fejezet 2.3. Tétele egy 2-kategória és a fölötte vett gyenge Eilenberg–Moore-2-kategória monádja közötti kapcsolatot mondja ki.
- A 6. fejezet 4.4. Tétele a gyenge fölemeléseket írja le.

Összefoglalva: Böhm Gabriella a Hopf-algebrák elméletének általánosításai terén ért el jelentős eredményeket, melyek erős nemzetközi visszhangot keltettek a Hopf-algebrák és a kategóriaelmélet kutatói körében. Az értekezés legfőbb erénye az eredményes fogalomalkotásban és a fogalmakhoz kapcsolódó elméletek kiépítésében rejlik.