Biraloi velemeny Ferenczi Miklos "Representation theory based on relativized set algebras" cimu doktori disszertaciojarol.

1. A Szerzooe kutatasi terulete az algebrai logika, a matematikai logikanak egy aaga.

Az algebrai logika a modern matematikaban a huszadik szazadban lezajlott erosen algebrai iranyu fejlodesnek egy tipikus termeke.

A klasszikus matematikai logika, amit szimbolikus logikanak is nevezhetunk, meg ma is nagy mertekben tamaszkodik a szintaktika hagyomanyos, aritmetikai jellegu felfogasara, es megallapithatjuk, hogy a matematikai logikanak ez a jellege elegge elesen elkuloniti azt a mai matematika fooe iranyaitol. A logikanak ez az "aritmetikai" jellege semmikeppen sem tekintheto azonban egyszeruen negativumnak, elmaradottsaga jelenek, hiszen peldaul talan a legfontosabb eredmenyeet, az ugynevezett absztrakt teljessegi/nem-teljessegi tetelt, miszerint az azonosan igaz (elsorendu) logikai formulak egy rekurzive megszamlalhato, de nem rekurziv, halmazt alkotnak, nem is latszik lehetsegesnek kifejezni a szokasos szintakszis, vagy annak egy valtozata, nelkul. Azonban, a Godel-fele, a klasszikus elsorendu logikara vonatkozo teljessegi tetel, es annak kulonbozo formai (amelyek a logikai alapfogalmak es a kovetkeztetesi modok megvalasztasaban kulonboznek egymastol) es altalanositasai mar megfogalmazhatoak es bizonyithatoak szintakszis nelkul, tisztan algebrai modon megfogalmazott szemantikai eszkozokkel, ugy, hogy az eredeti szintaktikus allitasok kozvetlen kovetkezmenyei lesznek az algebrai teteleknek. Az algebrai logikaban a temat representacio elmeletnek nevezzuk, a Boole algebrakra vonatkozo klasszikus Stone-fele reprezentacios tetel mintajara, amely nem mas mint az iteletkalkulus teljessegi tetelenek (amelyet eredetileg Emil Post szintaktikusan allapitott meg) egy igen messzemeno altalanositasa. A jelen disszertacio temaja az algebrai logika reprezentacio elmelete. A Szerzooe kapcsolodik a tema kiterjedt irodalmahoz, es uj es jelentos eredmenyeket er el.

Az "algebrai logika" elnevezes alkalmazhato egy tagabb ertelemben, amibe peldaul a kategorikus logika is belefer, de itt most a szukebb ertelemben hasznaljuk. Az algebrai logika algebrai strukturakkal foglalkozik. Altalanosan szolva, egy algebrai struktura egy halmaz es azon egy bizonyos tipusnak megfelelo (leggyakrabban) veges valtozos muveletek altal van megadva. Az a teny, hogy a reprezentacio elmelet, es azon belul a jelen disszertacio a fellepo algebrai strukturakra kirott *algebrai azonossagok* ervenyessegevel foglalkozik elsosorban az algebrai logikat az univerzalis algebrahoz kapcsolja. A jelen disszertacio egyik legfontosabb jellegzetessege a vizsgalt strukturafajtak sokfelesege es szisztematikus osszehasonlitasa. Ugyanakkor azt is latjuk, hogy minden a disszertacioban megjeleno strukturafajta specifikusan Boole algebra, kulonbozo operatorokkal, idonkent vegtelen sok operatorral (muvelettel), kibovitve; tovabba, hogy az ezekre kirott axiomak (amelyeknek vilagos logikai motivaciojuk van) mind algebrai azonossagok. Az a teny, hogy az algebrai logika algebrai azonossagokra epul, igen markansan es hasznosan meghatarozza a szakteruletet. Azt is elmondhatjuk, hogy az a teny, hogy a logikat sikerul algebrai azonossagokkal adekvat modon leirni, meglepooe es mar onmagaban is fontos korulmeny.

Az algebrai logika alapgondolata -- es itt most nem csak a szukebb ertelemben vett algebrai logikara gondolunk -- az, hogy megallapitunk es elkulonitunk jelentosnek itelt "logikai" muveleket egy standard, a termeszetben adott, strukturaban, a "szemantikai alapban", peldaul a halmazok alapveto strukturajaban (pelda ilyen muveletre: egy halmaz ket reszhalmazanak egyesitese, a Boole-fele diszjunkcio muvelete), es megprobaljuk a muueveleteket es azok kombinacioit a leheto legteljesebben leirni -- ha a szukebb ertelemben vett algebrai logikaban vagyunk, akkor algebrai azonossagok (lehetooeleg) kizarolagos hasznalataval. Sikert erunk el, ha talalunk "axiomak"-nak egy rendszeret, azonossagoknak egy olyan osszesseget, amely "teljes" abban az ertelemben, hogy minden az adott szemantikai szituacioban ervenyes azonossag mar kovetkezmenye az axiomaknak. Az algebrai logika ezt ugy eri el, hogy minden az axiomaknak elegettevooe algebrarol bebizonyitja, hogy beagyazhato egy a szemantikai alaphoz tartozo strukturaba. Minden a szemantikai alapban ervenyes azonossag oroklodik minden reszstrukturakent beagyazott algebrara. Ha tehat miden egyes, a specifikus azonossagoknak elegettevo algebrat beagyazhatunk egy az alaphoz tartozoba, akkor belattuk, hogy az axioma-azonossagokbol a szemantikai alapban ervenyes azonossagok logikailag kovetkeznek. A reprezentacios tetelek, amelyek a jelen disszertacio fooe temajat alkotjak, ilyen "teljesseget bizonyito" beaagyazaasi tetelek. Erdekes megjegyezni, hogy egy beagyazasi tetel azt a fentebb emlitettnel erosebb "teljessegi" allitast bizonyitja, hogy minden a szemantikai alapban ervenyes univerzalis (ezen belul specialisan, minden univerzalis Horn) allitas oroklodik az axiomatikusan (azonossagokkal) meghatarozott osztaly algebraira.

Az igazsag kedveeert meg kell jegyezni, hogy idonkent elteres mutatkozik a tisztan azonossagokra epulo reprezentacios tetelektol, peldaul a disszertacioban a Szerzooe egy (lenyeges) eredmenyeben, a 3.25 tetelben.

2. "Algebrai logika" az itt hasznalt (standard) ertelemben Alfred Tarski altal bevezetett cilindrikus algebrak, es a Halmos Pal altal bevezetett poliadikus algebrak elmeletevel kezdodik. Az algebrai logikanak ma mar kiterjedt irodalma van, amely osszefoglalo monografiakat is tartalmaz. Jelen ertekezes anyaga szorosan kapcsolodik a Nemeti Istvan es Andreka Hajnal altal vezetett magyar logikai iskola munkajahoz. A disszertacio kiindulo pontja a relativizalt halmazalgebrak bevezetese, amely lepest az eredeti nem-relativizalt halmazalgebrak reprezentacios celokra valo elegtelensege indokolta, es amelynek gondolata, amint a szerzo elmondja, Leon Henkintol szarmazik. A Resek-Thompson-Andreka (RTA) tetel a relativizalt algebrak reprezentacios elmeletenek egyik elso fontos eredmenye.A Szerzooe elso reprezentacios tetele, az 1.15 Tetel az RTA tetel atfogalmazasa; az 1.14 Lemmaban a Szerzooe megmutatja, hogy az altala hasznalt axioma rendszer ekvivalens az RTA tetel alapjaul szolgalo rendszerrel.

A Szerzooe munkaja ket kulonbozo, de egyforman jelentos elembol tevodik ossze. Az egyik uj "logikai" muveletek (a logika altal motivalt algebrai muveletek) es azokra vonatkozo axiomak (azonossagok) rendszereinek bevezetese, es ezeknek osszehasonlitasa az irodalomban mar megjelent rendszerekkel (ez tortenik peldaul az 1.14 lemmaban, es meg sok mas helyen). Ilyen osszevetesek olyan reprezentacios teteleket eredmenyeznek, amelyek mar az irodalomban bizonyitottaknak kovetkezmenyei (ilyen az 1.15 tetel), az osszevetesbol szarmazo definicionalis ekvivalencia alapjan. A masik fajtahoz tartozo eredmenyek a disszertacioban az "eredeti" reprezentacios tetelek, amelyek bizonyitasa "from scratch", alapfogalmakbol kiindulva kell, hogy tortenjeek. A klasszifikacio kedveert ezen masodik fajtahoz sorolom az ertekezes u.n. *neat beagyazasi* teteleit, amelyek ugyancsak azt allitjak, hogy bizonyos algebrak mas, "logikailag teljesebb", algebrak specialis reszalgebraikent allnak elooe.

Egy relativizalt halmazalgebra alapjaul egy adott *alpha* hosszusagu sorozatoknak egy rogzitett V halmaza szolgal. V hatvanyhalmazan (V reszhalamazainak halmazan) bizonyos, az elsorendu logika muveleteinek megfelelo algebrai muveletek allnak rendelkezesre, amelyek kozott a Boole fele muveletek kozismertek (es nem fuggenek attol, hogy V az emlitett tipusu halmaz), es amelyek koze tartoznak a cilindrifikaciok (minden egyes *alpha*-beli i "hely"-hez tarozik egy cilindrifikacio), helyettesitesek, es egyebek. A "klasszikus", Tarski es Halmos altal tekintett nem-relativizalt esetben *V* megegyezik az osszes alpha-sorozat halmazaval. Ket fontos valasztas tortenik az elmeletben. Az egyik az algebra tipusa: ez a tekintendo a muveletek megvalasztasa. A masik valasztas a *V* alaphalmazra kivetheto "termeszetes" feltetel megvalasztasa -- a nem-relativizalt eset *V*-nek a fenti legegyszerubb megvalasztasat jelenti. A szerzo es altalaban az irodalom altal formalisan bevezetett halmazalgebra osztalyok (peldaul a *D-alpha* algebra osztaly, amely az RTA tetel es a Szerzooe 1.15 tetelenek a targya) mind egy a most leirt tipusus "standard" halmazalgebra *reszalgebraaikent* allnak elo. (Ez a megjegyzes osszefuuggeesben all az 1. pont utolso bekezdeseben a "beagyazasi tetelekrol" mondottakkal. Erdekes, de nem kulonoskeppen fontos, hogy az ott hasznalt kifejezesmod nincs jelen a disszertacioban, sem pedig az irodalomban). Ezek utan a megfelelooe, a tetelek megfogalmazasaban szereplooe algebrai axiomak felfedezese, megtalalasa (ezek puszta letezese sem eleve adott) a feladat; ennek elvegzese a szerzoo teljesitmenyenek talan legfontosabb eleme.

A Szerzooe elso teljesen oenaalloo reprezentacios tetele, amelyben a reprezentalo halmazalgebra osztaly, annak axiomatizalasa, es a tetel bizonyitasa is uj, a 2.8 tetel. Az elozooeekben tekintett muveletekhez a Szerzooe az egyszeru helyettesiteseket (amelyek most nem definialhatoak a cilindrikus operaciokbol) es a transzpoziciokat (szimbolikus logikaban valtozok felcserelese, *Rxy* -rol *Ryx*-re valo atteres) adja hozza, es az igy kapott relativizalt halmazalgebrak (illetve ezek reszalgebrainak) azonossagokkal torteno teljes axiomatizalasat adja meg. Az igy kapott *transzpozicio algebra* fogalma, a szerzo altal ujonnan definialt fogalom, a 2.3 Definicioban van megadva; az *alpha*-dimenzios transzpozicio algebrak osztalya *TA-alpha*-val van jelolve A reprezentalo osztaly, a *Gwt-alpha* osztaly definicioja elso pillanatra nem latszik termeszetesnek, de a Lemma 2.7-ben mondottak eloszlatjak ezt a benyomast. A 2.8 tetel bizonyitasa majdnem 20 oldalt foglal le. A Szerzooe az elso fejezetben leirja az RTA tetel Andreka-fele bizonyitasanak egyes lenyeges elemeit (amelynek modszereet a "step-by-step method"-nak nevezi az irodalom), es a jelen 2.8 tetel bizonyitasaban ezt a modszert koveti. "But, the proof is not a trivial modification of Andreka's proof", ahogyan olvassuk -- es ezt teljes mertekben igazolja a bizonyitas reszletes teirasa. Ugy Andreka bizonyitasa, mind a Szerzoo bizonyitasa egy Alfred Tarski-nak (es Bjarni Johnsonnak) egy alapveto modszeren alapszik. Ebben egy (bizonyos felteteket kielegito)) operatorokkal ellatott Boole algebrat egy hasonlo, az elooere megadott azonosagokat is kielegito, atomikus Boole algebraba aagyazzuk be elso lepeskent. A Szerzooe gondosan osszehasonlitja az uj fogalmakat az irodalomban mar megtalalhatoakkal, es ramutat, hogy az altala vizsgalt algebraosztaly egyes, az irodalomban talalhato variansaira az itt bizonyitott reprezentacio tetelnek megfelelo eredmenyek nem igazolhatoak.

A harmadik fejezet a fent emlitett mindket fajtahoz tartozo eredmenyt tartalmaz. A legfontosabb uj fogalom az *egyenloseges cilindrikus poliadikus algebra* fogalma (3.17 definicio; *CPE-alpha*). Megjegyzendo, hogy ennek definicioja nem tisztan algebrai azonosagokra epul, sooet nem is latszik veges-elsorendu logikai fogalomnak (lasd meg a "megjegyzeseket" alabb). Az uj fogalom uj reprezentacios tetelt tesz lehetove: ez a 3.25 tetel. A reprezentalo osztaly a *Gp-alpha-reg* osztaly (3.12 Definicio). A tetel bizonyitasa az elozoekhez kepest uj eszkozoket igenyel. Ezek az eszkozok egyreszt a *neat beagyazasi* tetelek, amelyek a negyedik es hatodik fejezet temajat alkotjak, masreszt az irodalom egy jelentos eredmenye, a Daigneault-Monk-Keisler tetel.

A *CPE-alpha* algebra fogalma a szerzo altal elozoleg tekintett *TA-alpha* algebra fogalmatol abban kulonbozik lenyeges modon, hogy az uj fogalomban nemcsak "veges" helyettesiteseket, hanem tetszoleges, vegtelen sok valtozot mozgato helyettesiteseket is megengedunk. Ez onmagaban meg nem jelenti azt, hogy eltertunk volna a veges algebrai azonossagoktol mint axiomaktol (amelyek halmazanak szamossaga nincs korlatozva). Ami viszont elterest jelent a tisztan azonossagokra epulo algebrai kontextustol, az a (CP8)* axioma felteteles jellege: egy egyenloseget kovetelunk meg egy olyan feltetel mellett, amely az algebra elemeibol allo egy olyan halmazara vonatkozik, amely lehet vegtelen, es raadasul a halmaz maga is fugg egy valtozotol. Az igazi szepseghiba azonban az, hogy a szerzo nem erinti a tetel "trivialis" oldalat: azt t.i., hogy egy a reprezentalo halmaz algebra (az "alaphoz" tartozo algebra *reszalgebraja*) kielegiti a (CP8)* axiomat, amely allitas egyaltalan nem latszik nyilvanvalonak: ezzel tehat a szerzo ados marad. (A tetel bizonyitasara a 6. fejezetben, a 112 oldalon kerul sor, elegge vazlatosan; a "trivialis" irany nincs emlitve). Ettol meg a masik iranya a tetelnek helyes maradhatna, de ezzel is vannak a biralonak problemai: lasd a megjegyzeseket alabb. A jelen biralonak az az erzese, hogy az allitasok es a bizonyitasok helyesse valnak azzal a kikotessel, hogy "lokalis vegesseget" tetelezunk fel: minden x-re, a *DELTA-x* halmaz veges. Az mas kerdes, hogy ebben az esetben a kapott eredmeny mennyire erdekes.

A negyedik fejezet temajat "*neat" beagyazasi* tetelek alkotjak. A "klasszikus" "neat" beagyazasi tetelek nem-relativizalt, "klasszikus" cilindrikus algebrakra vonatkoznak. A szerzo a temahoz tartozo erdekes uj eredmenyeket er el relativizalt algebrakra. A 4.6 es 4.7 tetelekben, es ezek osszefoglalasaban, a 4.7 kovetkezmenyben, a szerzo visszater az RTA tetelre, es annak a szerzo altal bizonyitott valtozatara, az 1.15 tetelre. Az ott szereplo *CNA-ALPHA-PLUSZ*, mashol egyszeruen *F-ALPHA*-val jelolt, algebrailag meghatarozott osztalyra (amelyrol az emlitett tetelek kimutatjak, hogy a *D-ALPHA* halmazalgebra-osztaly altal vannak reprezentalva, azokkal megegyeznek izomorfizmus erejeig) bebizonyittatik, hogy megegyezik az *F-ALPHA--ALPHA+EPSZILON* algebrailag definialt osztaly neat reduktumaiba beagyazhato algebrak osztalyaval. A bizonyitas, a szerzoe leirasa szerint, Henkin (logikai) teljesseg-bizonyitasi modszeret hasznalja, es ezen belul, ultrafilter-egzisztenciat (klasszikus teny) hasznal. A bizonyitas komoly, tobb lepeses eljarast igenyel. Az itt kapott eredmenyek alapja a 4.3 algebrai definicio, az *F-ALPHA--ALPHA+EpSZILON* osztaly axiomainak meghatarozasa (ezek puszta letezese egyaltalan nem nyilvanvalo), talan a Szerzooe ezen fejezetbeli teljesitmenyenek legfontosabb eleme .

Az otodik fejezet logikai szintakszist felhasznalo nyelvre fordit le algebrai eredmenyeket. A hatodik fejezet a harmadik fejezet targyara ter vissza, a neat beagyazasi modszerek hasznalataval.

A biralo ugy latja, hogy az ertekezes fooe eredmenyei a masodik es negyedik fejezetben talalhatoak; ezeket irtuk le reszletesebben fentebb. Ezeknek bizonyitasa nehez munkat igenyel -- es a bizonyitasuk elott, egy lathatatlan, de nagyon fontos munka all, ami nem mas, mint a tetelek megfogalmazasa. Itt nem arrol van szo, hogy valamely mar nyilvanosan megfogalmazott problemat kell megoldani (a sejtest bizonyitani vagy cafolni), hanem arrol, hogy a megfelelo algebrai felteteleket kell megtalalni -- ha azok egyaltalan leteznek! -- amelyek lehetove teszik az adott tipusu tetel, egy reprezentacios tetel, puszta leeteet. Masreszroel, az elobb mondottakhoz hozzaadando, hogy a munka jelentos tovabbi erdeme annak atfogo jellege. Amellett, hogy szerzoje komoly eredeti eredmenyeket er el, ezeknek az eredmenyeknek a kiterjedt ioradalomhoz valo viszonya igen gondosan es reszletesen ki van dolgozva. A szerzo igazi szakertoje az algebrai logikanak.

Az ertekezes stilusa, matematikai precizitasa altalaban jo, sooet a szoveg legnagyobb reszeben nagyon jo. Problemak azonban vannak; ezekre az alabbiakban terek ki.

Osszefoglalaskeppen, a biralo velemenye szerint az ertekezes eredmenyei a vedesre valo kituzest feltetlenul indokoljak.

3. Tovabbi megjegyzesek:

4. old: (C7)-ben: *d-ij* es *x* kozott "pont" kell, az egyenloseg jobboldalan.

7. old., Lemma 1. 14 bizonyitasa, (ii)--->(i) resz: itt a harmadik sor elejen, az egyenloseg, = , helyett, <=, kisebb-egyenloe valo.
8. old., Lemma 1. 14 bizonyitasa, (i)--->(iii)' resz: itt a harmadik sorban az *a.* relacio nem mas, mint a (C7) axioma (illetve, az utobbi erosebb is, mert egyenlotlenseg helyett egyenloseget allit).
Ugyanitt: "conjugates in the Boolean algebraic sense": a biralo altal hasznalt nyelvben "adjoint maps of partially ordered sets". Az ez utan kovetkezo bizonyitast ez konnyebbe is teszi.

57. old., Definition 4.2; 58. old, 4-ik sor: a definiciokat nem helyes *CA-ALPHA, CA-BETA* osztalyok elemeire vonatkoztatni mint ahogy itt tortenik. A Theorem 4.5-ben (59. old.) peldaul, a Nr-ALPHA operator alkalmazva van az *F-ALPHA-APLHA+EPSZILON* osztalyra, amely nem resze a *CA-ALPHA* osztalynak. Az emlitett definiciokat ugy kell megfogalmazni, hogy azok vonatkozzanak minden "cylindric-type" algebrara, sooet, olyanokra, amelyeknek van egy"cylindric-type" reduktuma, illetve ilyenek egy osztalyara.

59., 60. oldalak: az 59. oldalon, a ---5 -ik sorban, talaljuk a kovetkezo zarojeles megjegyzest: "(Corollary 4.7 due to the present author)". Masreszt, a tezisek 1. reszenek vegen (is) hangsulyozva van, hogy "Az Ertekezes (szamozott) tetelei sajat eredmenyek". Ezt a jelen biralo minden tovabbi nelkul elfogadja -- es kerdezi, miert van szukseg az elobbi zarojeles megjegyzesre? Corollary 4.7 azonnali kovetkezmenye a ket megelozo szamozott tetelnek, amelyek szinten a szerzooe sajat eredmenyei.

64-ik oldal, 5-ik sor: "Let F be the ultrafilter generated by this filter": pontatlan (helytelen) kifejezes; ehelyett az ultrafilter letezesere vonatkozo tenyre kell hivatkozni: letezik "this filter"-t kiterjesztooe ultrafilter.

82--ik old., 3. sor:"Let GOT-B denote the full Crs-BETA algebra with subunit W-k": ehelyett mast kell mondani. Eloeszoer is, nem kell *GOT-B* algebrarol, vagy egyaltalan, semmilyen algebrarol sem, beszelni; csak egy *W* halmazt kell definialni, az elozo oldalon levooe Proposition alkalmazasahoz. *GOT-B* emlitese azert sem jo itt, mert a kovetkezokben (5-ik sor) ugyanez a szimbolum mas ertelemben hasznalatos, es ez a jo ertelem, mert ez felel meg a Proposition allitasaban szereplooe *GOT-B*-nek. Termeszetesen, *W* nem csak egy subunitbol all (mint ahogy a sajtohibas idezet mondja), hanem az osszes *W-k* egyesitesebol. Egyebkent: "subunits" nem volt eddig definialva -- hacsak nem neztem el valamit. Azonban kesobb, a 99. oldalon latjuk a meghatarozast: azon *y* *V*-beli elemek halmaza, amelyek veges sok helyen kulonboznek egy rogzitett *x* *V*-beli elemtol.

98. old., Theorem 6.2. Eloszor kerdeses volt szamomra, hogy az *EPSZILON,* amelynek letezese implicite benne van a tetel fogalmazasaban, vajon mas es mas lehet-e *GOT-A*-tol fuggoen, vagy pedig *EPSZILON* allando, amit a tetel megfogalmazasanak elejen meg lehet adni. Azonban, Lemma 6.4 arra latszik utalni, hogy *EPSZILON A* nagysagatol (is) fugg. Ha ez igaz, a 6.2 tetelt gondosabban kell megfogalmazni, megpedig ugy, hogy "there exist *EPSZILON* infinite ordinal and *GOT-B* in ---" stb megjelenik.

99. old., utolso harom sor: eddig *m* egy az *ALPHA*-nal kisebb rendszamot jelolt, es egy "arity", illetve valtozo-szam szerepe volt; ugy tunik, az itteni ervelesben *m* teljesen rogzitett. De hirtelen az utolso elotti sorban ugyanaz a betu, *m*, egy kifejezetten kulonbozo (nem *ALPHA*-nal kisebb) es valtozo rendszamot is jelol. Ez nyilvan hiba.

100. old, 2-ik sor: "EPSZILON+ALPHA is regular": ugy is mint "regular cardinal"? EPSZILON eddig rendszam volt, "EPSZILON+ALPHA valoszinuleg rendszam-osszeadast jelent. Persze, nem ertelmetlen azt kovetelni, hogy "EPSSZILON+ALPHA regularis szamossag legyen, csak bizarr. Mi a valasz?

100. old., 8 es 9 sorok: "cylindric algebraic completion": jobb lett volna (nekem) ha az irodalmi utalas helyett, a (valoszinuleg egyszeru) definiciot itt olvashattam volna.

100. old., 3-ik bekezdes: *F* definicioja: miert nem lehet azt mondani, hogy legyen F egy tetszoleges GOT-D-t kiterjeszto ultrafilter a GOT-B Boole algebrajan? Miert kell a *GOT-B-VESSZO-t* behozni?

100. old, (6.4) kiemelt sor: mar megint egy uj hasznalata az *m* betunek! Masreszt, a 101 old elso ket soraban (peldaul) nyilvan ujra *m*-nek az elso ertelme szerepel. Es akkor a kovetkezo sorban, *m* mar megint valami mas! Lehet, hogy ez valami pedans "koetoett-valtozo-lehet-akarmi" logikai konvencio? Mindenesetre, matematikai szovegben igen zavaro jelenseg.

101. old., 6-ik sor: egy vegtelen "metszet", "konjunkcio", *PRODUCT-over-i-in-N-of d-i,TAUi* jelenik meg. A CPE-ALPHA osztaly definiciojaban ilyen vegtelen szorzatok *negativ logikai pozicioban* szerepelnek; azaz, egy bizonyos azonossagnak teljesulnie kell, ha egy bizonyos (altalaban) vegtelen szorzat letezik. Itt az M-ZERO halmaz definiciojaban, ugy tunik, egyes vegtelen szorzatok egzisztenciaja pozitiv pozicioban van: ezek az egzisztenciak fel vannak tetelezve -- legalabb is ugy latszik. Itt hangsulyozni kellene, hogy TAU "basic transformation" fogalmanak resze, hogy *PRODUCT-over-i-in-N-of d-i,TAUi* letezik es eleme *F*-nek -- es nem, hogy ***ha*** *PRODUCT-over-i-in-N-of d-i,TAUi* letezik, **akkor** eleme *F*-nek -- felteve, hogy igazam van!.

101 old. Remarks a): Az allitas az , hogy M-ZERO halmaz nem ures. Ez onmagaban nyilvanvalo: az azonossag-lekepezes eleme M-ZERO-nak. A szerzo nyilvan azt akarja mondani (de nem teszi), hogy vannak nem trivialis elemei M-ZEO-nak, peldaul olyanok amelyek akarhany veges sok ALPHA-beli elemet ALPHA-n kivulre visznek.

Remarks b): :Lemma 6.5 nem mondja, hogy *ALPHA* resze *R*-nek. Azt sem mondja, hogy *R* vegtelen. Nem ertem.

c): ezt csak az idezett forrassal ismeros olvaso ertheti meg -- es en, sajnos, nem tarozom azok koze.

102. old., --9. sor: ujabb jeloleses panasz: *V* mar volt; egy masik betu kellene.

103-105 oldalak, Lemma 6.7 bizonyitasa: 104 oldal, 7. sor mondja, hogy a *PRODUCT-over-i-in-DELTAx-of-d-TAUi,SZIGMAi* letezik GOT-B-VESSZOOE-ben es ez rendben van, amennyiben GOT-B-VESSZOOE teljes Boole algebra. Azonban, nekunk az kell, hogy mondott szorzat *A*-ban legyen, mert (CP8)* alkalmazasa 105 old. 9-ik soraban ezt feltetelezi. (6.9) relacio, 104-ik oldal, helyett, azt hiszem, az van bizonyitva, hogy mondott szorzat az (F-VESSZOOE)+ GOT-B feletti ultrafilterben van (lasd: 100. oldal, 11-ik sor) -- es nem latok semmit, ami arra utalna, miert van a szorzat az ultrafilter A-feletti megszoritasaban.

110-114. oldalak: En nem vagyok a temaban szakerto, es nem ismerem az itt idezett forrasokat. Ha meg akarnam erteni az itt vazlatosan leirt bizonyitasokat, ezeket a forrasokat kellene tanulmanyoznom. Allaspontom az, hogy erre nem vagyok kotelezheto; kizarolag az ertekezes tartalma alapjan kell velemenyt formalnom. Nem vitatom, hogy egy valodi szakertoje a temanak nagyobb nehezseg nelkul meg tudja erteni az itt elmondottakat. Sajnos, nem all modomban erdemleges velemenyt formalnom az itteni, az ertekezes ertekelese szempontjabol igen lenyeges tartalmakrol: itt talaljuk a kozponti jeletosegu 6.2, 3.24 es 3.25 tetelek bizonyitasait.

Makkai Mihály

Brno, 2014 marcius 25

Makkai Mihaly
A Magyar Tudomanyos Akademia kulso tagja