Forgo-sa, 2015. 01. 22.

Opponensi vélemény

Forgó Ferenc: Egyensúly a játékelméletben: egzisztencia és általánosítások c. akadémiai doktori értekezéséről

Forgó Ferenc öt évtizede kutatja és tanítja a játékelméletet. Évtizedekkel korábban társszerzőkkel (Szép Jenő és Szidarovszky Ferenc) írt játékelméleti monográfiája több kiadásban több nyelven jelent meg, és számos nemzetközi hivatkozást is kapott. Évtizedek óta, a mai napig ír játékelméleti cikkeket, amelyek szintén jelentős figyelmet keltettek, nemcsak itthon, de külföldön is. Forgó Ferenc szerénységére jellemző, hogy csak most látta elérkezettnek az időt arra, hogy elkészítse és beadja akadémiai értekezését. Mint a címből is kiderül, a játékelméleti egyensúly létezését és az egyensúly különféle általánosítását vizsgálja. Előre bocsátom a véleményem: *Forgó Ferenc kiváló értekezése vitára bocsátható, és meg vagyok győződve arról, hogy a vita végén elnyeri az akadémiai doktori fokozatot.*

Az értekezés az Előszón és a rövid Bevezetésen kívül három fejezetből áll (amelyek alfejezetekre tagolódnak): 1. A Nash-egyensúlypont létezése, 2. A korrelált egyensúly és 3. A határ-Nash alkumegoldás. Az értekezést két függelék egészíti ki: A) a bonyolultabb bizonyítások, és B) a rövidítések jegyzéke. Az értekezést gazdag irodalomjegyzék zárja le.

Az 1. fejezet (Nash-egyensúly) ismertetése előtt a beavatatlanok számára néhány mondatban összefoglalom a nem kooperatív játékelmélet egyensúlyi problémáját. A hagyományos közgazdaságtanban az egyensúlynak két különböző jelentése van. 1) A piacon a kereslet és a kínálat egyensúlyban van: egyenlők egymással. 2) A számtalan és egyenként parányi súlyú piaci szereplő úgy maximalizálja hasznosságfüggvényét, hogy a kialakuló árak mellett a kereslet és a kínálat egyenlő legyen. Ekkor semelyik piaci szereplőnek sem kell azzal törődnie, hogy cselekedete hasznát befolyásolja egy-két másik szereplő döntése.

A *nem kooperatív* játékelmélet lényegében a második fogalmat általánosítja, s a végtelen sok szereplős piaci egyensúly helyett tetszőleges, de véges számú szereplő társas helyzetbeli egyensúlyát mérlegeli, gyakran kevés (esetleg csak két) szereplő mellett. Neumann János 1928-as cikkéig csak lappangott a kétszereplős, nullaösszegű játékok egyensúlyi fogalma, amelyet minimax-megoldásnak neveznek. Neumann nemcsak definiálta, de igazolta is az egyensúly létezését. 1951-ben John Nash általánosította a modellt tetszőleges véges számú olyan szereplőre, akiknek hasznosságfüggvényei egymástól függetlenek is lehetnek. A később róla elnevezett egyensúlyi fogalom bevezetése mellett eléggé általános feltételek mellett igazolta annak létezését.

Talán nem felesleges megjegyezni, hogy a tiszta matematikában olyan fogalmakat is elemezhetünk, amelyek létezése kétséges (pl. páratlan tökéletes számokról több dolgot is tudunk, de nem tudjuk bizonyítani, hogy vannak-e). De azért általában nem árt, ha olyan objektumokat vizsgálunk, amelyekről tudjuk, hogy léteznek. Például a kevert stratégia bevezetése nélkül az erempárosítási játékban nem létezik egyensúly.

Az 1.1. alfejezet azt tekinti át, hogyan vált az 1951-es cikk óta a Nash-egyensúly a közgazdaságtan, az evolúcióelmélet és számos más tudományterület központi fogalmává. Nem meglepő, hogy azóta a Nash-féle egzisztenciatételt sok irányban általánosították. Forgó Ferenc és szerzőtársai is ezt tették. Például a szerző által 1994-ben bizonyított 1.10. tétel az alapvető Nikaido–Isoda (1955) tételben szereplő kvázikonkavitás helyett csak az aggregátorfüggvény CF-konkavitását követelte meg. A szóban forgó általánosítás gyümölcsöző voltát számos külföldi publikáció hivatkozása igazolta vissza. Forgó–Joó (1999) cikke is erre az általánosításra épít.

Azt, hogy nem öncélú matematikai játékról van szó, ékesen bizonyítja, hogy ezen eredmények segítségével a piacszerkezet tanulmányozásában kulcsszerepet játszó Cournot-oligopólium egyensúlyának létezése is igazolható nem konvex költségfüggvények nélkül (1.2. alfejezet).

Az 1.3. alfejezet a már említett Neumann-féle minimax-tétel általánosításával foglalkozik: itt csak Forgó–Joó (1998) kétfüggvényes minimax-tételét említjük: 1.24. tétel. Ezt a kutatási irányt is többen folytatták, de mint a szerző kritikusan megállapítja (27. o.): „az általánosabb feltételek némelyike elég mesterkélt lett".

Rövidebben szólok a 2. fejezetről, amely a korrelált egyensúlyt vizsgálja és általánosítja. A korrelált egyensúly a Nobel-díjas Aumann egyik felfedezése, amely a Neumann–Nash-féle független eloszlású kevert stratégiákat általánosítva korrelált eloszlásokat is megenged. Persze, ekkor megszűnik a stratégiák függetlensége, de e veszteségért kárpótolhat az egyensúlyok egyszerűbb szerkezete. A szerző maga is megjegyzi (36. o.), hogy Aumann kritikusai nem fogadták el a felfedező értelmezését, de Forgó egy új értelmezést javasol, amely remélhetőleg jobban elfogadható. Kiegészítésként megjegyzem, hogy a szerző legújabb eredményeit egy 2014-ben írt cikkben közölte. A fejezet méltó zárásaként egy környezetvédelmi alkalmazást ismertet, Tóth–Ciscar–Courtois–Forgó (2001).

A 3. fejezet a nem kooperatív játékok világából átlép a kooperatív játékok világába. A nem beavatottak számára itt is egy kitérőt teszek. A kooperatív játékok körében gyakori, hogy a megoldás keresése folyamán axiómákat állítanak föl, és belátják, hogy pontosan a javasolt megoldás kielégíti az axiómákat. Például a Shapley-érték négy axiómát elégít ki, és ezeket az axiómákat csak a Shapley érték elégíti ki.

A fejezet tárgya konkrétan a Nash-féle alku, illetve annak határáltalánosítása, a limit szóból L-alkunak rövidítve. Ezt a kérdést is sokan vizsgálták, és Forgó (1984)-es cikkét számosan követték. Egyszerűségén túl e megközelítés egyik vonzereje abban rejlik, hogy kapcsolódik a többkritériumos döntési feladathoz (92. o.). Itt csak egyetlen szerzői eredményt emelek ki: Forgó–Szidarovszky (2003) egyik tételét (itt 3.14. tétel), amely belátja, hogy a kiterjesztett súlyozási módszer (EWM) kielégíti az A1–A7. axiómákat.

Összefoglalva, a szerzőnek sikerült bemutatnia, milyen jelentős eredményeket ért el egyedül és szerzőtársaival a játékelmélet három fontos részterületén. A vizsgált terület a matematikai és a közgazdaságtan határterülete, de egyre inkább a közgazdaságtan metatudományává válik. Az értekezés magasan megüti a közgazdaságtani akadémiai doktori értekezésekkel szemben támasztható szintet.

Az értekezés a modern közgazdaságtanban is egyre jobban elterjedő TEX-ben íródott, a képletek szépek, jól olvashatók. A bizonyítások logikusak, a hivatkozások gondosak.

Az értekezés végére érve néhány kisebb formai megjegyzést teszek, amelyek egy esetleges publikációban figyelembe vehetők, és mások is tanulhatnak belőlük.

1. A szerző a bevezetésben jelzi, hogy folyamatosan számozza a tételeket és a definíciókat. Bár ez megkönnyíti a keresést, arra kényszeríti a szerzőt, hogy ne csak a tételeket, hanem a definíciókat is kurziválja. Emiatt a szövegben a kívánatosnál sokkal nagyobb arányban szerepel dőlt betű. Érdemes lenne lemondani a definíciók számozásáról.
2. A kiemelt képletek előtt és után felesleges üres sorok szerepelnek; emiatt a kívánatosnál szellősebbek az oldalak.
3. Bár nagy híve vagyok a rövidítéseknek, túlzott mértékűnek tartom itteni alkalmazásukat. Például a NEP-féle alapfogalom helyett mindig kiírnám a Nash-egyensúlyt, de a „pont"ot elhagynám. De legalább ne lenne döntve: *NEP*. Vagy miért kellene tudnunk, hogy az L-Nash jelzőben az L a limitet (határ) rövidíti. A rövidítésjegyzéknek pedig az ábécét kellene követnie, nem az előfordulási sorrendet.
4. A szövegben viszonylag sok elütés található, és zavaróan sok összetett szó van különírva. Például egzisztenciatétel, referenciapont.

Simonovits András,

a közgazdaság-tudományok doktora