

Válasz Szederkényi Gábor opponensi bírálatára

Mindenekelőtt megköszönöm Dr. Szederkényi Gábor, az MTA doktora opponensi munkáját és véleményét.

Válaszok a bíráló kérdéseire:

1. kérdés:

Pontosan milyen kapcsolat áll fenn a (3.1) és a (3.4) egyenletekben szereplő rendszerek aszimptotikus stabilitása között?

Válasz:

Késleltetett differenciálegyenletek esetén általában teljesül, hogy az időbeli diszkretizáció megőrzi az aszimptotikus stabilitási tulajdonságokat, mint azt pl. [1] cikk is bemutatja. Ez a jelen értekezésben bemutatott szemi-diszkretizációs módszer esetén is így van. Ha a T periódus p felbontása növekszik és a h diszkretizációs lépésköz csökken úgy, hogy $ph = T =$ állandó, akkor a közelítő (3.4) egyenlet megoldása konvergál az eredeti (3.1) egyenlet megoldásához. Ebből következik, hogy ha a (3.1) egyenlet aszimptotikusan stabilis, akkor létezik olyan p periódus felbontás, amelyre a (3.4) egyenlet is aszimptotikusan stabilis. A szemi-diszkretizációs módszert ezért lehet közelítő stabilitási térképek készítésére használni. Az eredeti egyenlet és a közelítő megoldásainak konvergenciájával a disszertáció 3. fejezete és az első tézis foglalkozik. Ezek az eredmények az [2] illetve a [3] publikációkban is megtalálhatók.

2. kérdés:

A (3.1) egyenletben szereplő modell megengedi több különböző késleltetés leírását is. Kérem a szerzőt, mutasson egy példát ilyen modell stabilitási analízisére, ha korábban vizsgáltak ilyet.

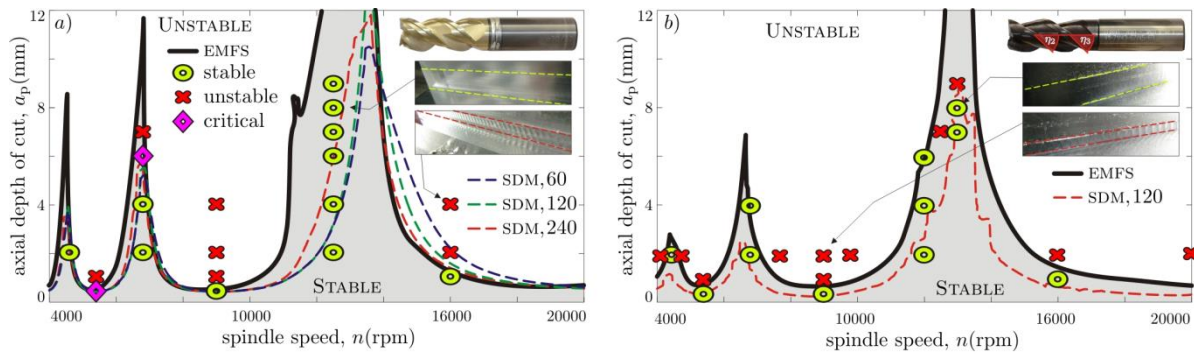
Válasz:

Példaként említhető a nem egyenletes fogelosztású marószerszámmal való forgácsolási folyamat, amelyet több különböző késleltetést tartalmazó differenciálegyenlettel lehet leírni. Az időkésések aránya ebben az esetben megegyezik a szerszámélek közötti központi szögek arányával. Nem egyenletes fogelosztású marószerszámot napjainkban egyre gyakrabban használnak a regeneratív szerszámgéprezgések elkerülése érdekében. A [4] cikkben többek között egyenletes és nem egyenletes fogelosztású szerszámokkal való megmunkálás stabilitási tulajdonságait vizsgáltuk. A szemi-diszkretizációs módszerrel kapott stabilitási térképeket az 1. ábra mutatja.

Másik példa olyan egyenletre, ahol több különböző időkésés is megjelenik az emberi egyensúlyozás modellje, ahol a sebesség és a pozíció visszacsatolását különböző érzékszervek biztosítják, így az időkésés is különböző. A megfelelő mozgásegyenlet

$$\ddot{\varphi}(t) - \frac{6g}{L}\varphi(t) = -k_p\varphi(t - \tau_p) - k_d\dot{\varphi}(t - \tau_d),$$

ahol τ_p és τ_d a pozíció visszacsatolás és a sebesség visszacsatolás időkésése. A szakirodalomban a legtöbb modellben feltételezik, hogy $\tau_p = \tau_d$, így a vizsgált egyenletekben végül egy időkésés szerepel csak (ld. pl. [5]).



1. ábra: Egyenletes (a) és nem egyenletes (b) fogleosztású szerszámokkal történő marási folyamatok stabilitási térképei [4].

3. kérdés:

Hogyan teljesülnek a stabilitás igazolására felhasznált [84]-es hivatkozásban szereplő feltételek a vizsgált esztergálási folyamat modelljére?

Válasz:

Az állapotfüggő időkést tartalmazó egyenletek egyik fő problémája az, hogy az állapotváltozó megjelenik a saját argumentumában az időkéstesen keresztül, így az egyenletben szereplő nemlinearitások egy részét az egyenlet megoldása határozza meg. A [84] hivatkozásban szereplő linearizálási módszer feltételei az esztergálási modellnél a következő feltételeknek felelnek meg:

H1: a (4.9) egyenlet jobb oldalán az f függvény folytonosan deriválható - ez nullánál nagyobb forgácsvastagságok esetén mindig teljesül, hiszen a forgácsvastagság és a forgácsoló erő közötti összefüggést egy hatványfüggvény írja le;

H2: az időkéstés állapotfüggése teljesíti a Lipschitz-feltételt - ezt a feltételt az időkéstés és az állapotváltozó közötti kapcsolatot implicit módon definiáló (4.5) egyenlet simasága (Fréchet-deriválhatósága) biztosítja;

H3: a kezdeti feltétel folytonosságát az biztosítja, hogy a szerszám pozíciója és sebessége az idő folytonos függvénye.

Amennyiben a kialakuló rezgések amplitúdója olyan nagy, hogy a szerszám és a munkadarab közötti kapcsolat megszűnik, akkor a forgácsoló erő zérusra csökken, és a H1 feltétel nem teljesül. Ebben az esetben pályakövető módszerekkel lehet a kialakuló rezgéseket vizsgálni. Ilyen vizsgálatokat a [6] cikkben végeztünk David Barton matematikussal együttműködve.

4. kérdés:

Véleményem szerint a fejezethez kapcsolódó 2. Tézis értékét mérnöki szempontból tovább növelné annak explicit szerepeltetése, hogy matematikai formulával megadható és fizikailag is interpretálható kapcsolat van az állandó késleltetést és az állapotfüggő késleltetést tartalmazó modell stabilitási tartományai között.

Válasz:

Igen, az állandó késleltetést és az állapotfüggő késleltetést tartalmazó modell stabilitási határai közötti kapcsolat megadható zárt alakban:

$$\frac{H_{SDD}^*}{H_{CD}^*} = \frac{r_c}{r_c - \rho},$$

ahol r_c a forgácsolási együttthatók hányadosa, ρ pedig az előtolás és a munkadarab kerületének a hányadosa. Ezt a kifejezést valóban meg lehetett volna adni a 2. tézisben. Gyakorlati szempontból a különbség a két modell között azonban nem jelentős, mivel r_c értéke tipikusan 0,3 körüli érték, ρ pedig tipikusan 0,01-nél kisebb érték, így a fenti hányados 1 és 1,0345 közötti érték.

5. kérdés:

A periódus felbontását jellemző, 57. oldalon szereplő p értékek a számítási igény szempontjából meglehetősen nagyoknak tűnnek (800-8000 között). A 3. fejezetből korábban kiderült, hogy a periódus egyre finomabb felbontásával nő a (3.18) egyenletben szereplő Φ monodrómia mátrix mérete és a kiszámításához szükséges mátrixszorzások száma is. Történtek-e arra vonatkozó vizsgálatok, hogy hogyan lehet a Φ mátrixot a gyakorlatban hatékonyan kiszámolni? (Ha igen, milyen eredménnyel?)

Válasz:

Igen, ez egy valós probléma, olyan esetekben, amikor az egy periódusidőre jutó diszkretizációs intervallumok száma nagy és a stabilitásvizsgálat során sok mátrixszorzást kell elvégezni, ami időigényes művelet. Ez a jelenség a disszertáció 5. fejezetében tárgyalt váltakozó fordulatszámú marási folyamat esetén is fennáll. A disszertációban nem tértem ki ennek a problémának a kezelésére, de több megoldás is létezik a numerikus számítások hatékonyságának növelésére nagy periódusidő esetén.

Az egyik megoldás az, hogy az összeszorandó mátrixok szabályos szerkezetét kihasználva a nagyméretű mátrixok szorzását visszavezetjük kisméretű mátrixok szorzására. A mátrixszorzáshoz szükséges aritmetikai műveletek száma már ebben az esetben is nagyságrendekkel csökken. Erre mutat példát Christoph Henninger és Peter Eberhard cikke [7]. Még hatékonyabb megoldás az, amikor a monodrómia mátrixot egy lépésben állítjuk elő mátrixszorzások nélkül. Mindkét módszert részletesen leírtuk és a monodrómia mátrix előállításához szükséges aritmetikai műveletek számát is megadtuk a [8] könyvben.

Egy harmadik módszer az ún. altér iteráció alkalmazása, amely a monodrómia mátrixot csak a kritikus sajátvektorok alterében határozza meg, így nem kell nagyméretű mátrixokat szorozni, és a sajátérték számítást is csak egy kisméretű mátrix esetén kell elvégezni. Ezt a módszert Mikel Zatarain és munkatársai publikálták 2015-ben [9].

6. kérdés:

Létezik-e (pl. a lineáris időinvariáns rendszereknél rendelkezésre álló pólusáthelyezés, lineáris kvadratikus szabályozótervezés stb. eszközökhöz hasonló) tervezési módszer stabilizáló Γ meghatározására adott visszacsatolási struktúra esetén?

Válasz:

Az erősítési tényezők változását leíró Γ függvény meghatározására nincs általunk kidolgozott eljárás. A bemutatott példákban ez a függvény állandó, ami megfelel annak, mintha egy állandó erősítési tényezőjű szabályozási kört periodikusan ki- és bekapcsolgatnánk. Gyakorlati szempontból is ez a legegyszerűbb implementálása "beavatkozom-és-várok" módszernek, mivel nem kell az erősítési tényezőket az időben folyamatosan változtatni.

Variációs módszerek felhasználásával azonban valószínűleg meg lehet határozni adott célfüggvényt optimalizáló Γ függvény. Ilyen jellegű vizsgálatokat egyelőre nem végeztünk.

7. kérdés:

A rendszermodell ismeretében hogyan érdemes t_a -t és t_w -t megválasztani azon kívül, hogy a $t_w > \tau$ feltétel teljesüljön?

Válasz:

A beavatkozási (t_a) és a várakozási (t_w) idő megválasztásánál a $t_w > \tau$ feltétel mellett célszerű a $T = t_a + t_w$ periódusidőt is minimalizálni, mert ekkor lesz a beállási idő a legkisebb (mivel a monodrómia mátrix sajátértékének abszolút értéke az állapotváltozók T periódusidő alatti változásának arányát adják). Ennek következtében célszerű t_w értékét kicsivel nagyobbak venni mint τ , valamint t_a értékét is minimálisan tartani. Kicsi t_a értékek esetén azonban olyan nagy szabályozóerő jöhet ki, amit az aktuátor nem képes kifejteni, így t_a értékének lehet egy alsó határa.

Érdekes és nem triviális jelenség, hogy bizonyos paraméterek esetén $t_w < \tau$ feltétel mellett is leírható a rendszer egy véges dimenziós monodrómia mátrixszal. Ebben az esetben a monodrómia mátrix mérete a szabályozatlan rendszer méretének egész számú többszöröse. Ezeket az eseteket a [10] cikkben vizsgáltuk.

8. kérdés:

Végeztek-e arra vonatkozó elméleti vagy szimulációs vizsgálatot, hogy hogyan működik a módszer változó időkézés esetén?

Válasz:

A "beavatkozom-és-várok" elv alkalmazható váltakozó időkézés esetén is. A várakozási időre vonatkozó feltétel ebben az esetben $t_w > \max(\tau(t))$. Ekkor a (6.22) illetve a (6.23) kifejezések továbbra is használhatók, csak az integrálás során figyelembe kell venni az időkézés időfüggését is.

A változó időkézésnek egy speciális esetét kapjuk akkor, ha az állapotváltozókat csak diszkrét időpontokban mérjük (mint a diszkrét idejű mintavételezett rendszerek esetén). Ebben az esetben az időkézés megfeleltethető egy szakaszonként lineárisan változó időkézésnek. Ezek a rendszerek az állapottért kiterjesztés technikájával átírhatók diszkrét idejű rendszerekre, amelyre a "beavatkozom-és-várok" szabályozási elvet a [11] cikkben dolgoztuk ki.

9. kérdés:

A kísérletileg tapasztalt maximális szabályozási hiba nagyobb késleltetések esetén a 7.5. ábrán észrevehetően nagyobb, a 7.6. ábrán pedig kisebb, mint a modell alapján elméletileg meghatározott határ. Mi lehet ennek az oka?

Válasz:

A szabályozási folyamat során létrejövő erőhiba oka a golyósorsó és az anya közötti szárazsúrlódás, ebből kifolyólag csak a maximális erőhiba értékét tudjuk megbecsülni, amit a tapadási súrlódási együttható határoz meg. A tapadási súrlódási együttható egy bizonytalan paraméter, értéke a golyósorsó mentén változhat (pl. jobban szorulnak a golyók, más az érintkező felületek felszíne, stb.). Valószínűleg az adott mérések esetén a golyósorsó

különböző pozíciójában más-más volt tapadási súrlódási együttható értéke, ez befolyásolhatta a kialakuló erőhibát.

A kezdeti feltételektől függően a ténylegesen kialakuló erőhiba mindig kisebb, mint az elméleti maximális erőhiba. Ezért minden vizsgált paraméterpontban három mérést végeztünk, és a megfelelő erőhibákat ábráztuk. A 7.6. ábrán látható, hogy a "beavatkozom-és-várok" szabályozás esetén a mért erőhibák az elméletileg megbecsült maximális erőhiba alatt voltak, ami megfelel az elvárásainknak. Az állandó erősítési tényezőjű szabályozás esetén ez azonban az elméleti maximumnál nagyobb erőhibát is mértünk. Ennek oka a tapadási súrlódási együttható golyósorsó menti változása lehet.

Hivatkozások

- [1] Cooke KL, Györi I (1994) Numerical approximation of the solutions of delay differential equations on an infinite interval using piecewise constant arguments. *Comput Math Appl* **28**(1-3):81-92.
- [2] Insperger T, Stépán G, Turi J (2008) On the higher-order semi-discretizations for periodic delayed systems. *J Sound Vib* **313**:334-341.
- [3] Insperger T (2010) Full-discretization and semi-discretization for milling stability prediction: Some comments. *Int J Mach Tool Manu* **50**:658-662.
- [4] Stépán G, Munoa J, Insperger T, Surico M, Bachrathy D, Dombóvári Z (2014) Cylindrical milling tools: Comparative real case study for process stability. *CIRP Ann-Manuf Techn* **63**(1):385-388.
- [5] Insperger T, Milton J (2014) Sensory uncertainty and stick balancing at the fingertip. *Biol Cybern* **108**:85-101.
- [6] Insperger T, Barton DAW, Stépán G (2008) Criticality of Hopf bifurcation in state-dependent delay model of turning processes. *Int J Nonlin Mech* **43**:140-149.
- [7] Henninger C, Eberhard P (2008) Improving the computational efficiency and accuracy of the semi-discretization method for periodic delay-differential equations. *Eur J Mech A-Solid* **27**:975-985.
- [8] Insperger T, Stépán G (2011) *Semi-discretization for time-delay systems – Stability and Engineering applications*, Springer, New York.
- [9] Zatarain M, Alvarez J, Bediaga I, Munoa J, Dombovari Z (2015) Implicit subspace iteration as an efficient method to compute milling stability lobe diagrams, *Int J Adv Manuf Tech* **77**(1-4):597-607.
- [10] Insperger T, Stépán G (2010) On the dimension reduction of systems with feedback delay by act-and-wait control. *IMA J Math Control* **27**:457-473.
- [11] Insperger T, Stépán G (2007) Act-and-wait control concept for discrete-time systems with feedback delay. *IET Control Theory A* **1**:553-557.

Budapest, 2015. május 17.



Insperger Tamás