

Bírálat Insperger Tamás

Változó időkésést tartalmazó gépészeti rendszerek stabilitása

című doktori értekezéséről

Az értekezés különböző gépészeti alkalmazásokban felmerülő mechanikai modelleket tárgyal. A modellegyenletek időkésést tartalmazó differenciálegyenletek, amiket késleltetett differenciálegyenleteknek vagy funkcionál differenciálegyenleteknek is neveznek. Ezek az egyenletek olyan időben változó jelenségeket írnak le, amelyek t időbeni változása függ a jelenség t -t megelőző állapotaitól is. Az ilyen egyenletek vizsgálatát elsősorban a mérnöki, fizikai alkalmazások motiválták. Intenzív vizsgálatuk az 1950-es években kezdődött elsősorban a Szovjetunióban. Ma már egy többé-kevésbé teljes elmélet fejlődött ki. Különösen nagy hatás jelentett Jack Hale tevékenysége, akinek eredményei vezettek a funkcionál differenciálegyenletek geometriai elméletének kialakulásához. Ma a funkcionál differenciálegyenletekre úgy tekintünk mint a végtelen dimenziós dinamikai rendszerek egy speciális, de nagyon fontos osztályára. Az elmélet azonban nem lezárt. Számos olyan típusú egyenlet van, amelyekre nincs a közönséges differenciálegyenletekkel analóg elmélet, illetve az analógia csak részleges.

Insperger Tamás értekezése változó időkésést tartalmazó egyenleteket tárgyal. Ez egy aktívan kutatott terület, amit mi sem bizonyít jobban, mint hogy 2015. májusában a torontói Fields Institute négy hetes tematikus programot szervezett e problémák, eredmények megvitatására.

Az angol nyelven írt 102 oldalas értekezés 8 fejezetből és két függelékből áll.

Az 1. fejezet rövid történeti bevezetés után ismerteti a következő fejezetek eredményeit.

A 2. fejezet bemutatja a szükséges matematikai apparátust. Alaperedményeket közöl lineáris autonóm közönséges differenciálegyenletekre, lineáris periodikus közönséges differenciálegyenletekre, lineáris autonóm funkcionál differenciálegyenletekre, lineáris periodikus funkcionál differenciálegyenletekre. Megemlíti az állapotfüggő késleltetést tartalmazó egyenleteket is.

A 3. fejezet az ún. szemi-diszkrétizációs numerikus módszert mutatja be lineáris periodikus rendszerekre. Ennek lényege az, hogy egy adott $h > 0$ lépésközzel diszkrétizáljuk az időintervallumot, minden h hosszúságú intervallumon az egyenlet jobb oldalán előforduló periodikus együtthatófüggvényeket egy állandó értékkel helyettesítjük, a szintén periodikus időkéséseket a h hosszúságú részintervallumokon szintén állandókkal közelítjük, az időkésést tartalmazó tagokat a változó ih diszkrét helyein felvett értékének egy polinomjával közelítjük, a nem késleltetett tag változatlan marad. A közelítő egyenletrendszer egy véges dimenziós rendszer lesz, amely a – közönséges differenciálegyenletekre vonatkozó – konstans-variációs módszer és egy egyszerű iteráció kombinálásával megoldható. Így a stabilitásvizsgálatokban alapvető monodrómia operátornak egy véges dimenziós mátrix-reprezentációja adható meg, ami lehetőséget ad a Floquet-együtthatók, azaz a monodrómia operátor sajátértékeinek a becslésére. A Floquet-együtthatóknak a komplex síkon való elhelyezkedéséből

stabilitási/instabilitási eredmények kaphatók. Fontos információ a módszerről, hogy az egy diszkrét időlépés alatt keletkező közelítési hiba hogyan aránylik az időlépés nagyságához. A szerző megmutatja, hogy nulladrendű közelítés esetén ez négyzetes, magasabbrendű közelítés esetén köbös. Az eredmények alkalmazhatóságát a késleltetett Mathieu-egyenleten mutatja be egy speciális esetre, amikor van karakterisztikus egyenlet a monodrómia operátorra, azaz a Floquet-együtthatók pontos elhelyezkedése ismert.

A 4. fejezet egy állapotfüggő késleltetést tartalmazó rendszert vizsgál, amely ortogonális esztergálási folyamatok két szabadsági fokú modelljében fordul elő, amikor a szerszám és a munkadarab közötti relatív rezgések is figyelembe vannak véve. Az ilyen típusú egyenletek szisztematikus vizsgálata az utóbbi 20 évben kezdődött. Jól ismert, hogy a folytonos függvények terében a megoldások nem egyértelműek. A problémák vizsgálatára alkalmas fázistér megválasztása nem triviális. A linearizálás kérdése is megoldatlan volt hosszú ideig. Ma már létezik egy jól kidolgozott elmélet a folytonosan differenciálható függvények terében. De ott a fázistér nem egy lineáris alakzat, hanem egy sokaság, az ún. megoldás-sokaság. Ezen van valódi linearizálás, léteznek sima lokális invariáns sokaságok, azaz egy geometriai elmélet alapjai ki vannak dolgozva. Van azonban egy rejtély: a megoldás-operátornak csak egyszer folytonos differenciálhatósága ismert. Csupán a lokális instabil és centrális sokaságok megfelelő simasága ismert. Az értekezés példája az elmélet szempontjából is rendkívül érdekes. A Hartung-Turi-féle linearizálást követi, ami megegyezik a Walther-féle valódi linearizálással. Itt felvetődik a kérdés, hogy az időkésést a megoldás függvényében definiáló implicit (4.5) egyenlet miért oldható meg, továbbá miért differenciálható a megoldás, milyen térben érvényes a (4.22) formula. Egyébként (4.22) csak állandó függvényre érvényes, pl. periodikus megoldás mentén már nem. Ugyanis a derivált általában tartalmazza a függvény deriváltját is, ami nulla az egyensúlyi helyzetben, és ezért marad (4.22) korrekt. A linearizálás után a stabilitási analízis következik a konstans késleltetési egyenletre és az állapotfüggő késleltetésre egyaránt. A két linearizált egyenlet azért különbözik, mert az időkésés explicit módon is megjelenik az egyenletben, nemcsak mint a változó argumentuma. Így – az egyébként nem triviális – stabilitási tartományok becslése, rajzolása után az az érdekes konklúzió adódik, hogy az állapotfüggő késleltetés nagyobb stabilitási tartományt eredményez. Állapotfüggő késleltetésű egyenletekre az egy heurisztikusan elfogadott állítás volt, hogy „az állapotfüggés stabilizál”. Ennek eddig csak a Mallet-Paret és Nussbaum szinguláris perturbációs eredményein alapuló bizonyítását ismertem. Az értekezés 4. fejezetbeli eredménye egy új igazolása ennek. Így számomra a 2. tézis az értekezés legérdekesebb eredménye. Felvetődik azonban a következő kérdés. A két linearizált egyenlet stabilitási diagramjai arról adnak információt, hogy a linearizált egyenletek bizonyos paraméterértékek esetén garantálják-e a nemlineáris egyenletek egyensúlyi helyzetének lokális stabilitását. Mondható-e valami arról, hogy – a rögzített paraméterek mellett, amikor van lokális stabilitás – az állapotfüggő késleltetési egyenlet egyensúlyi helyzetének vonzási tartománya nagyobb, mint az állandó késleltetésű egyenleté?

Az 5. fejezet váltakozó fordulatszámú marási folyamatok egy szabadsági fokú mozgásegyenletét vizsgálja azzal a feltevessel, hogy a fordulatszám változtatás periódusának és az átlagos regeneratív időkésésnek a hányadosa állandó, továbbá a szerszám kis rezgéseket végez az átlagos fogankénti előtoláshoz képest. A linearizálás eredményeként kapott egyenlet egy lineáris periodikus együtthatós és periodikus időkésleltetett egyenlet. Ez az egyenlet a 3. fejezetben megadott szemi-diszkretizációs módszerrel kezelhető numerikusan. A kapott stabilitási térképek arról adnak információt, hogy a fordulatszám változtatása hogyan hat a stabilitástartományokra. Az adott marási folyamatra vonatkozóan hasznos gyakorlati

információk adódnak. Kísérleti eredmények támasztják alá a kapott numerikus vizsgálatok előrejelzéseit. Itt felvetődik a kérdés, hogy a periódusok összemérhetőségére vonatkozó nem természetes feltétel elvetésével megváltozik-e a stabilitási tulajdonság.

A 6. fejezet egy ún. „beavatkozom-és-várok” szabályozási módszert definiál úgy, hogy az időkésést tartalmazó visszacsatolt jelet periodikusan ki- és bekapcsoljuk. A kapott modellegyenlet egy lineáris állandó időkésleltetési differenciálegyenlet, amelyben az időkésleltetett tag együttthatója egy integrálható (nem feltétlenül folytonos) periodikus függvény. Erre az együtttható-függvényre az a fontos technikai feltétel, hogy hosszabb intervallumon nulla, mint amekkora az időkésítés, azaz a várakozási idő nagyobb az időkésésnél. Ez azt eredményezi, hogy a periodikus rendszer monodrómia operátora egy véges dimenziós mátrixszal reprezentálható. Ezzel az eredetileg végtelen dimenziós problémát sikerült véges dimenzióssá redukálni. Példaként a rúdegyensúlyozási problémát tárgyalja a reflexidő figyelembe vételével. Nagyon szépen kiderül, hogy a leírt „beavatkozom-és-várok” módszer olyan időkésések esetén is működik, amikor a hagyományos, deriválttal arányos PD szabályozás már nem.

A 7. fejezet egy további alkalmazását mutatja be az előző fejezetben megadott „beavatkozom-és-várok” módszernek. A stabilitási térképek megadásával összehasonlítható a módszer hatékonysága a hagyományos, folyamatos visszacsatolást tartalmazó szabályozással. Kiderül, hogy a „beavatkozom-és-várok” szabályozási elv segítségével a modellezett erőszabályozási folyamat pontosságát jelentősen lehet növelni. A numerikus módszerrel kapott eredmények érvényességét kísérletekkel is sikerült alátámasztani. A mérési eredmények jól mutatják a módszer hatékonyságát.

A 8. fejezet egy rövid összefoglalót tartalmaz. Ezt pedig a függelékek követik, amelyek a konstans-variációs módszert és a szem-diszkretizációs módszer konvergencia-becslését adják meg.

Az értekezésben tárgyalt modelleket a funkcionál differenciálegyenletek elmélete szempontjából is újnak, érdekesnek találom. Ezek új típusú modellek, amelyek lineáris közelítésben történő sikeres vizsgálata az értekezés rendkívül értékes, új eredménye. A leírt modellek, a kapott eredmények várhatóan további, elsősorban nemlineáris vizsgálatokat motiválnak.

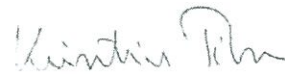
Az értekezés másik fő érdeme az, hogy a tárgyalt gépészeti alkalmazásokban gyakorlati haszonnal is bíró eredményeket igazolt.

Az értekezés gondosan megírt munka, könnyen olvasható. A problémák megfogalmazása világos, érthető. A kapott eredmények kifejtése logikusan felépített.

Az értekezés 3-7. fejezeteiben megfogalmazott 1-5. tézisek mindegyike tudományos módszerekkel megalapozott, korrekt, új és érdekes tudományos eredményeket tartalmaz. **Mind az öt tézist elfogadom új tudományos eredményként.**

Az értekezést a nyilvános vitára alkalmasnak tartom. Az értekezés eredményeinek és a jelölt tudományos tevékenységének ismerete alapján a doktori cím odaítélését támogatom.

Szeged, 2015. május 15.



Krisztin Tibor

az MTA levelező tagja