

BÍRÁLAT

Székrenyes András „Delamináció nem szinguláris modellezése ortotróp kompozit lemezekben szemi-rétegmodell alkalmazásával”

(Nonsingular delamination modelling in orthotropic composite plates by semi-layerwise analysis)

című MTA doktori értekezéséről

1. Témaválasztás, kutatási cél

A különböző összetételű és szerkezetű kompozit anyagok, és az ezeket felhasználó szerkezetek alkalmazás-technikai fejlesztése az utóbbi évtizedek kiemelkedő kutatási területei. Ennek jelentőségét különösen kihangsúlyozzák a szerkezetek és technológiák nanoméreteket tartományában és a molekula-mérnökség mostanában kialakuló területén elért újabb eredmények, amelyek megalapozzák a molekuláris szinten tervezhető anyagszerkezetek, illetve elektronikai eszközök megvalósítását. A kutatások egyik fontos ága az elméleti és/vagy szimulációs eszközökkel segített, a szerkezeti hibák és a tönkremeneteli folyamatok – köztük a rétegelt kompozitoknál elsődleges fontosságú delamináció – figyelembevételével számoló tervezési módszerek, valamint a folyamatos szerkezetállapot ellenőrzési/megfigyelési eljárások kifejlesztése, amelyek megléte egyébként elősegíti az alkalmazási területek bővülését is.

Székrenyes András doktori értekezése az utóbbi korszerű területhez kapcsolódik, ezért a *választott téma aktuálisnak*, illetve az alkalmazott anyagtudományi kutatások szempontjából *jelentősnek minősíthető*.

2. Formai követelmények

Az angol nyelven írt doktori értekezés terjedelme a fedőlapot (1 oldal), köszönetnyilvánítást (1 oldal), kivonatot (1 oldal) tartalomjegyzéket (4 oldal), jelölésjegyzéket (4 oldal), irodalom- és saját publikáció jegyzéket (7+1 oldal), és függeléket (21 oldal) nem számítva, éppen 100 oldal, amely 8 fejezetre oszlik.

Az 1. fejezet rövid bevezetésből, az értekezés céljának megfogalmazásából és a követett módszerek bemutatásából áll. Lényegében a 2.-7. fejezetek alkotják az érdemi részt, míg a 8. fejezet a téziseket is tartalmazó összefoglalás.

Az értekezés rendkívül, helyenként túlságosan is tömör, ami szigorúan véve esetenként hiányos leírásokat (függvényt megadás, indexek, változók értéktartományai) eredményez, mindazonáltal összességében szakmailag érthető és korrekt megfogalmazású, ábrákkal megfelelően illusztrált, célszerűen szerkesztett munka. A szemléltető, magyarázó ábrák informatívak, azonban rendkívül zsúfoltak. A fellelt elírások és kisebb értelemzavaró hibák száma viszonylag csekély (ld. Melléklet).

Összegezve megállapítható, hogy az értekezés lényegében *megfelel a formai követelményeknek*.

3. Az értekezés részletes tartalmi áttekintése és értékelése

Jelölt a disszertáció témakörének, delamináció típusú repedéseket tartalmazó lemezek alapelméleteit és a tárgyalt mechanikai modellek irodalmi előzményeit az **1.**, és részben a **2. fejezetben** foglalja össze. A bizonyos mértékben egymásra épülő, illetve egymást kiegészítő **2.-5. fejezetek**, amelyek lényegében az értekezés súlyponti részeként az elméleti háttérrel és eredményeket ismertetik, valamint az alkalmazásokat bemutató **6. és 7. fejezet** alkotják az érdemi részt, míg a **8. fejezet** a téziseket is tartalmazó összefoglalás.

1. fejezet– Bevezetés

Az **1. fejezet** rövid bevezetésből, felsorolásszerű irodalmi áttekintésből, a kompozit lemezek delaminációjának vizsgálatához alkalmazott lemezelmélet alapvető összefüggéseinek összefoglalásából, valamint az értekezés céljának megfogalmazásából és a követett módszerek bemutatásából áll.

Szokatlan, és egyébként nem támogatandó, hogy az általában az értekezés összefoglalásaként szerkesztett téziszűzet, az irodalmi előzményeket illetően jóval bővebb az értekezésnél.

Az **1.1. fejezetben** bemutatott alkalmazási példák mindegyike polimer kompozitból készült szerkezet. Jelölt kiemeli, hogy ezeknél számos tönkremeneteli mód tapasztalható, a disszertáció témája viszont a rétegek közötti szétválás, a delamináció, amely kétségtelenül a réteges, szövetterősítésű polimer kompozitok legjellemzőbb tönkremenetele.

#1.Megjegyzés: A szabálytalan, főleg rövidszálú szerkezetű erősítéseknel a tönkremenetel inkább a szálak, szálkötegek szintjén jelentkezik. E lokális tönkremeneteli módok azonban a rétegzelt kompozitoknál is észlelhetők, sőt ezek delaminációk kiindulópontjai is lehetnek.

Az **1.2. fejezet** egy szűkre szabott irodalmi összefoglalással kezdődik, amely az irodalomjegyzék 106 idegen publikációjából 90-et sorol fel (a 4. oldalon ebből 68-at), míg a Jelölt 20 saját közleményéből 12-öt említ meg. Ezek között a delamináció keletkezéséhez (2. mondat) a kissebességű ütés, ill. gyártási hibák esetére hoz fel ezeket tárgyaló publikációkat.

#2.Megjegyzés: A kvázistatikus terhelések (hajlítás, húzás, nyírás, csavarás) során is gyakran jönnek létre ilyen típusú lokális károsodások, amelyeket illetően nem idéz publikációkat, holott az értekezés lemezhajlítási problémával foglalkozik.

E fejezetben mutatja be Jelölt a dolgozat alapját, kiinduló pontját képező Reddy-féle harmadrendű 'nyíró-deformálható' (shear deformable) lemezelméletben alkalmazott elmozdulás függvényeket és az ún. **szemi-réteg modellt** (magyar elnevezés a Téziszűzetben), azaz az egyenértékű réteg elmélet (ESL=Equivalent Single-Layer) szerinti módszert, amely egy heterogén laminált lemezt, illetve annak egy laminált részlemezét egyetlen statikailag ekvivalens réteggé kezel.

#3.Megjegyzés:

•A Reddy-féle elmélet fontosságát jelzi, hogy a dolgozat egészében az irodalomjegyzék 106 idegen publikációjára összesen 150, míg ezen belül Reddy könyvére 25, Jelölt 20 közleményére 36 hivatkozás található.

•Másfelől, nem érthető, hogy Reddy-nek csak egyetlen publikációja, a 2004-ben kiadott könyve szerepel az irodalomjegyzékben, hiszen Reddy-nek ezt megelőzően és követően is számos témához kapcsolódó publikációja jelent meg.

Jelölt ezek alapján fogalmazza meg az **1.3. fejezetben** az **értekezés fő célját**, amely azon „...**lényegi lemezhajlítási problémának a megoldása** magasabbrendű lemezelméletek alkalmazásával, amikor a lemez egy teljes szélességen áthaladó delaminációt tartalmaz.”

Jelölt szerint a delaminációk modellezésére alkalmas végelemek fejlesztéséhez a lemezelméletek egy **sikerese becslése** lehet az alap. Itt jegyzi meg, hogy ez „a formuláció

érvényes bármilyen anyagból készült laminált kompozit lemezekre (pl. polimer mátrixú kompozitokra), amelyek lineárisan rugalmas anyagként viselkednek.”

#4. Megjegyzés: E feltevés egyelőre elégnek tűnik, azonban, tekintettel arra, hogy a cél a tönkremeneteli folyamatok kérdéskörét is magába foglalja, legalább is később meg kellett volna határozni, hogy ez milyen – esetleg anyagfüggő – korlátok között lehet igaz. Különösen a célba vett polimer kompozitok esetén, amelyeknél még a sűrűn térhálós gyanta mátrix is mutat entrópiarugalmas mikrodeformációt, s ennek révén késleltetett rugalmas, tehát energiadiSSIPatív viselkedést.

2. fejezet – Delaminált kompozit lemezek alapegyenletei

A 2. fejezet az értekezés egyik súlypontja, ahol Jelölt kifejti a laminált kompozit lemez a Reddy-féle harmadrendű elméletének (2ESL/TSDT-modell) általa kidolgozott kiterjesztését és megadja a „szemi-réteg” modell matematikai leírását, a modell alapegyenleteit és a vonatkozó feltételeket.

A 2.1. ábra a „szemi-réteg” modellezési módszer **4ESL koncepcióját** szemlélteti, ahol a delaminációs sík feletti és alatti sík mindig 2-2 ESL-re osztott, másfelől egy meghatározott, 9-rétegű szerkezet 4 változatát (I-IV) ábrázolja, ahol a delamináció a vastagság mentén különböző helyzetű, amelynek célját és részleteit azonban Jelölt nem magyarázza.

#5. Megjegyzések, kérdések – Nem világos a rétegrend és megválasztásának indokai.

- Mit jelöl a '0'? Egy szálpaplan, vagy unidirekcionális erősítésű réteget? Az utóbbi esetben az erősítőszálak melyik tengellyel párhuzamosak, az X-el, vagy Y-al? Továbbá, ha a 0 unidirekcionális erősítést jelöl, akkor ez milyen módon megvalósított szerkezetet jelent? Ha pl. szövással, akkor a vetülékfonalak révén vannak keresztirányú szálak/fonalak is, még ha a főirányhoz képest jelentősen kisebb arányban is.

- Mit jelent a $\pm 45^f$ jelölés? Vajon ez egy 45° -al elforgatott szöveterősítésű réteg, vagy két unidirekcionális rétegből áll, ahol a referenci irányhoz képest az egyik $+45^\circ$ -al, a másik -45° -al elforgatott? Egyébként csak a 6. fejezetben (56. oldal) derül ki, hogy az f-index szövetet (f=fabric) jelöl. A szerkezetileg egyetlen réteget alkotó szöveterősítésnek ellentmondani látszik az ábrán a IV. eset, ahol a felső $\pm 45^f$ réteg két ESL rétegre van osztva. Ráadásul, az általában nem kvadratikus szövetek miatt, még az sem mindegy, hogy a szövet lánciránya. $+45^\circ$ -al, vagy -45° -al van elforgatva.

- A rétegrend felülről lefelé: $\pm 45^f/0/\pm 45^f/0/\pm 45^f/0/\pm 45^f$; a rajz mutatóvonalai szerint ez rendre 1/1/2/1/2/1/1 jelölt réteggel adja ki a 9-et. Tehát nem érthető, hogy a szövetek miért felelnek meg a belső részen 2, míg a felületeken csak 1 rétegnek?

- Az sem érthető, hogy miért van rögzítve a felső $\pm 45^f$ jelű réteg vastagsága 0,5 mm-re? Azt jelentené ez, hogy a többi réteg is ilyen vastag? A gyakorlatban ezt nagyon nehéz lenne beállítani egy ilyen összetett szerkezet esetén.

- Végül, az sincs indokolva, hogy miért ilyen szimmetriájú a rétegrend? Ugyanis a szerkezet ugyan a középsíkra szimmetrikus, de középen egyetlen 0-réteg van, így az egyébként 4 különböző helyzetben definiált delaminációs repedéssíknak nem lehet (egy ötödik) szimmetrikus középhelyzete, ami pedig esetleg kiegészítő összehasonlítási alapul szolgálhatna.

A szemi-réteg modell tulajdonságait definíció formájú leírás foglalja össze (9. oldal).

#6. Megjegyzés: E definíció véleményem szerint nem tekinthető matematikai értelemben vett, lényegi tulajdonságokat megfogalmazó definíciónak, hanem inkább az alkalmazott rétegmodellt illető elnevezések bevezetésének. Hiányzik az itt szereplő „lokális referencia sík” – és a 2.3. ábrán a „globális referencia sík” – egyértelmű értelmezése. Az olvasó csak következtetni tud arra, hogy ezek feltehetően a lemezelméletben szokásos módon a középsíkok lehetnek. Ezt erősítik meg a 2.2. és 2.3. ábrák is, illetve Jelölt jóval

később, a 15. oldalon a (2.21) képlet alatti második sorban zárójelesen utal arra, hogy a lokális referencia síkok középsíkok, másfelől a 3.1. fejezetben (20. oldal) jegyzi meg, hogy a globális referenciasík, Reddy-t követve, a modell középsíkjával egyezik meg.

A 2.2. és 2.3. ábrákba Jelölt meglehetősen sok információt zsúfolt be. Ezek az X-Z, illetve Y-Z síkmetszeteket, a lokális és globális koordinátarendszereket, a különböző rendű elméletekhez tartozó vastagságirányú hipotetikus elmozdulás- (2.2.a. és 2.3.a. ábrák) és nyíródeformáció eloszlásokat (2.2.b. és 2.3.b. ábrák) szemléltetik.

A (2.1) szerinti, irodalomból vett, lokális elmozdulásmező formulák alapvető szerepet játszanak a továbbiakban, ahol a síkbeli elmozdulás függvényeket harmadfokú Taylor polinom szolgáltatja. Ezeket használja úgy delaminátlan, mint a delaminált részek esetében is. Jelölt kiemeli, hogy az értekezésben csak **nyíródeformálható lemezmodellek** szerepelnek, ezért a vastagságirányú lehajlást illetően a lemez transzverzálisan nyújthatatlan.

#7.Kérdés: A transzverzális nyúlás nélküli lehajlás mennyire korlátozandó az alapfeltételek teljesüléséhez?

A szomszédos ESL-ek közötti kinematikai kontinuitást a Jelölt által a **2.1. fejezetben** bevezetett és a (2.2)-(2.7) egyenletekkel megadott, ún. **egzakt kinematikai feltételek rendszere** (SEKC=system of exact kinematic conditions) biztosítja.

#8.Megjegyzés: Véleményem szerint a (2.2)-(2.6) feltételek valójában szokásosak, alkalmazásuk jól ismert. Hasonló paraméterérzékenységet csökkenő, illetve a robosztusságot növelő paraméter-eliminációt számos esetben alkalmaznak, pl. a polinomokkal való közelítések és a spline-ok esetén is.

Jelölt szerint fontos kiegészítés a (2.2)-(2.6) feltételekhez még a (2.7) **nyíródeformáció-vezérlési feltétel** (SSCC – shear strain control condition), amely a peremeken lévő ESL-ek külső felületein ébredő nyíródeformációk azonosságát írja elő. Jelölt szerint az SSCC lényegében **legalább 4ESL és SDDT vagy TSDT** alkalmazását igényli, ugyanis (11. oldal), ha a rendszer 4ESL-el modellezett, akkor az a Reddy által 2ESL esetén alkalmazott feszültségmentességi feltétel a modell túlkényszerzéséhez (túlmerevítéséhez) és helytelen eredményekre vezet.

#9.Megjegyzés: A (2.7) feltétel mélyebb indoklásaként az említett **merevítő hatás** lényegét ismertetni kellene itt, még akkor is, ha ennek tárgyalása/bizonyítása későbbi fejezetekben történik, amelynek helyére szintén utalni kellene.

A **2.2. fejezetben** a **kinematikailag megengedhető elmozdulásmezők** megfogalmazásához az i-edik ESL-re vonatkozó (2.1) általános elmozdulás-függvényeket, amelyekben a $z^{(i)}$ változók szerinti, legfeljebb harmadfokú polinomok (x,y)-től függő együtthatói a paraméterek, Jelölt annak érdekében módosítja, hogy kielégítsék a (2.2)-(2.7) szerinti SEKC feltételeket. Az ennek megfelelő síkbeli elmozdulás-függvények a (2.8) szerint a $K_{ij}^{(s)}$ (s=0,1,2,3) csak a geometriától függő, logikusan definiált mátrixelemekkel és a SEKC feltételekkel eliminált ún. **másodlagos** paramétereken kívül maradt ún. **elsődleges** paraméterek vektorának $\Psi_{(p)}$ elemeivel (p=x, y) adhatók meg.

A $\Psi_{(p)}$ vektor elemszáma függ az alkalmazott elmélettől (FSDT, SSDT, TSDT), az ESL-ek és a feltételek számától, ami nyilvánvaló. Jelölt ugyanakkor az elemek megválasztását itt csak részben indokolja, amennyiben a lokális membrán elmozdulásokat másodlagos, míg a globálisakat elsődleges paramétereknek tekinti, másfelől azonban a rotációk, illetve a másod- és harmadrendű paraméterek vegyes illetőségűek, azaz lehetnek első-, vagy másodlagosak is. Az utóbbiak megválasztásának szempontjait itt nem közli.

#10. Megjegyzés: A #6. Megjegyzéshez csatlakozva, a 12. oldalon található definíció is voltaképpen eljárás és paramétertípus elnevezés, amely a kidolgozott ESL-modell szerves része.

#11. Megjegyzés: A (2.1) és (2.8) tömör vektoregyenlet formába írható (ld. a Bíráló F1. Függelékét), amelyeket összehasonlítva, jól szemléltethető és elemezhető lenne a paraméter-elimináció hatása.

A deformációmezőt *kis elmozdulások és deformációk* feltételezésével és a szokásos differenciális értelmezéssel számolja a **2.3. fejezetben**, míg a síkbeli deformációvektor meghatározásához *síkfeszültségi állapotot* tételez fel. Az ESL rétegekre értelmezett élerőket, illetve élnyomatékokat a virtuális munka elvének felhasználásával, *lineárisan rugalmas ortotróp viselkedést* feltételezve vezette le. Ennek során a virtuális munka görbült élperem menti integrál-összetevőjének számításánál célszerűen és logikusan a peremgörbe (görbevonalú: érintő és normális irányok) koordinátarendszerét használta fel.

Megállapítható, hogy a közölt, helyenként terjedelmes számítások (főszöveg, A. Függelék) helyesek. Másfelől, egyes főszövegbeli számításokat a Függelékben lehetett volna célszerű részletezni.

Végül, a **2.4. fejezetben**, az ESL rétegek, mint lemezek differenciális egyensúlyi egyenleteit tömör és invariáns formában a delaminálatlan és delaminált részekre külön-külön határozta meg. Itt fontos lépés az *ekvivalens feszültségeredők* (equivalent stress resultants – élerők, élnyomatékok, magasabbrendű élerők) bevezetése, amelyek lehetővé tették az egyensúlyi egyenletek tömör, invariáns formájú megfogalmazását.

Jelölt a delaminált eset tárgyalása végén (18. oldal) megjegyzi, hogy míg a lineárisan rugalmas törésmechanika alapvető egyenletei *szingulárisak* a repedéseket tartalmazó feladatokat illetően, addig a (2.8) és (2.36)-(2.37) egyenletek nem tartalmaznak semmilyen szinguláris kifejezést, ezért az értekezésbeni megoldások *lényegében nemszingulárisak* bármelyik kezelt mechanikai mezőt tekintve is.

#12. Megjegyzés: A nemszinguláris viselkedés akkor érvényesül, ha előírjuk, illetve biztosítjuk, hogy a (2.36)-(2.37) egyenletekben a $\Psi_{(p)j}$ ($p=x, y$) elsődleges paraméterfüggvények nem vezetnek szingularitáshoz a feszültségek számításánál. Hogy ez hogyan történik, arra is utalni kellene.

3. és 4. fejezetek – A 2ESL és 4ESL módszerek

Jelölt a **3. és 4. fejezetekben** mutatja be a Reddy-féle 2ESL-TSDT modell általa kidolgozott kiterjesztésének alkalmazását 2ESL (3. fejezet) és 4ESL (4. fejezet) szerkezetekre a harmadrendű TSDT mellett a másodrendű SSDT és elsőrendű FSDT esetekre is, és megadja a (2.2)-(2.7) feltételek, illetve az ezek alapján eliminált paramétereket már nem tartalmazó elmozdulásmezők (2.8) összefüggésnek megfelelő aktualizált matematikai alakját úgy a delaminálatlan, mint a delaminált lemezrészecskékre. A (2.8)-ban szereplő K_{ij} állandók meghatározását az A.1-A.3 és B.1-B.3 Függelékben mutatja be. Levezeti továbbá minden esetre a (2.18)-(2.20) egyenletekkel definiált feszültségeredők meghatározásához szükséges matematikai formulákat. Megállapítható, hogy az A. és B. Függelékben közölt számítások helyesek.

A **3. fejezetben** a 3.1. és 3.2. ábrák egy olyan speciális 2ESL szerkezetet szemléltetnek, ahol a globális referenciasík az első ESL-be esik, és amelyre Jelölt a 3. fejezetbeli számításokat elvégzi.

#13. Megjegyzés: Nem világos, hogy – ellentétben a 2.2.b. és 2.3.b. ábrákkal – a 3.1.b. és 3.2.b. ábrákon a nyíróalakváltozás függvény az SSDT esetében miért szakadásos?

A megadott elsődleges paraméterek között megjelöli a csak a TSDT esetén alkalmazott, ún. *autokontinuitási paramétereket*.

#14. Megjegyzés: Jelölt nem indokolja kielégítően, hogy miért ezek lettek választva elsődlegesnek, és itt nem tárgyalja, hogy az autokontinuitási paramétereknek mi lenne a kitüntetett szerepe. Ezzel kapcsolatban a 4. fejezetre utal.

A delaminálatlan részre 2ESL-nél alkalmazott (3.5), illetve a 4ESL-nél a (4.7) elmozdulásmezővel ellentétben a delaminált részre 2ESL-nél alkalmazott (3.21), illetve a 4ESL-nél (4.21) elmozdulásmezőben a globális membrán-elmozdulás komponensek zérusok ($u_0=v_0=0$), de a delamináció feletti, illetve alatti ESL-ek lokális membrán-elmozdulása ($u_{0j}, v_{0j}; j=b,t$) természetesen nem zérus. Jelölt ezzel kapcsolatban a **3. fejezetben** (25. oldal) tett megjegyzése fontos célokat is körvonalaz. Eszerint, a (3.21)-el összhangban, a delaminált részben a felső és alsó lemezek transzverzális lehajlása azonos, ezzel a I. módú repedésnyílást kizárva, a feladat lényegében egy II/III vegyes módú törést biztosít. A *cél* minél pontosabban megbecsülni a mechanikai mezőket a lemezben a VEM számításokhoz képest. A további kutatási munka során a modell kiterjeszhető az I/II/III kombinált módra is.

A **4. fejezetben** bemutatott 4ESL modellt Jelölt dolgozta ki a Reddy-féle 2ESL modell kiterjesztéseként, ahol a TSDT, SSDT és FSDT esetekre is az SEKC feltételeket alkalmazta. A koncepciót a 4.1. és 4.2. ábrák szemléltetik.

A delaminálatlan lemezrészről tárgyaló 4.1. fejezetben Jelölt a már a 2.1. fejezetben bevezetett **SSCC nyíró-alakváltozás vezérlési feltétel** érvényesülési módját a 4.3. ábrán (31. oldal) mutatja be az SSDT és TSDT esetekre. Ennek koncepciója szerint (30. oldal) a delaminálatlan rész minden keresztmetszetében a nyíródeformáció két pontban megegyezik. Itt derül ki, hogy a 2.1. fejezetben (11. oldal) említett l -edik ESL alsó-, és m -edik ESL ($m>l$) felső határfelületek, ahol a nyíródeformációk azonosak, voltaképpen a lemez *szabad* felületei, azaz itt a delaminálatlan részen $l=1, m=4$, mint az a (4.6)-nek is megfelel. A 4.3. ábra szerint ez a delaminált rész mindkét szétvált lemezrészére is előírt (itt 4 szabad felületre azonos), ahol tehát: $l=1, m=2$ és $l=3, m=4$ (ld. később a delaminált résznél).

#15.Megjegyzés: Véleményem szerint, az SSCC feltétel értelmezését az első bevezetésénél a 2.1. fejezetben kellett volna pontosan definiálni mind a delaminálatlan, mind a delaminált részre.

Jelölt másfelől itt (30. oldal) részletezi az **SSCC feltétellel** kapcsolatos, korábban (2.1. fejezet, 11. oldal) már jelzett körülményt, miszerint az SSCC alkalmazása a TSDT esetében nagy oszcillációkhoz vezet a keresztirányú nyíró alakváltozásokban, ezért azt **csak az SSDT megoldáshoz** használja. Egyúttal megjegyzi, hogy a nagy oszcillációk a nyíró alakváltozás eloszlásban akkor is jelentkeznek, ha az SSDT megoldást SSCC nélkül alkalmazzuk.

#16.Megjegyzés: Úgy vélem, hogy az SSCC alkalmazási feltételeit illető kérdés elég fontos ahhoz, hogy a szóban forgó oszcillációk természetét Jelölt részletesebben tárgyalja.

#17.Kérdés: Ezen oszcillációk csupán numerikus, illetve approximáció-matematikai eredetűek (pl. polinom-közelítés), vagy a kidolgozott modell stabilitásával kapcsolatosak, esetleg szerepet játszanak itt bizonyos mechanikai jelenségek is?

5. fejezet – Egzakt megoldások a delaminált Lévy-lemezekre az állapotér módszerrel

Jelölt az **5. fejezetben** mutatja be a Reddy-féle TSDT módszerét és a Lévy formulációt alkalmazó delaminált 2ESL és 4ESL lemezmodellek analitikus megoldását. Ennek során az (x,y) -től függő elsődleges paramétereket, a membrán elmozdulásokat és a lehajlást, valamint a kis vonalszakaszon megoszló külső terhelést trigonometrikus próbafüggvény-sorokkal fejezi ki, és a közönséges differenciálegyenlet rendszerbe átvált egyensúlyi egyenletek megoldásához az állapotér módszert alkalmazza.

A lineáris rendszerszemléletnek megfelelő (5.4) általános megoldás a terhelésre, mint gerjesztésre adott válasz, amely a peremfeltételeket tartalmazó exponenciális tag és egy konvolúciós integrál összegeként számítható.

#18.Megjegyzés: Itt nem érthető, hogy Jelölt miért nevezi **partikuláris megoldásnak** az $F(x)$ **gerjesztés** vektorát (38. oldal, (5.4) alatti első sor), ami lényegi különbség. Ráadásul

ezt az alapul vett Reddy könyv is terhelési vektornak nevezi (ld. Reddy 2004, 704. oldal, 1. sor: $\mathbf{r}(x)$ vektor).

A külső koncentrált terhelés (37. oldal, 5. sor az 5.1. ábra alatt) hatástartományának a repedésfronthoz viszonyított helyzete szerint Jelölt két esetet tárgyal (5.1. ábra): a terhelés hatásvonalja az egyikben (a. feladat) a delaminált, a másikban (b. feladat) a delaminálatlan részre esik. Jelölt a Q_0 koncentrált erőt egy rövid x -irányú, $2d_0$ hosszúságú szakaszon megoszló vonali terheléssel (q) írja le.

#19.Megjegyzés: Egyfelől a koncentrált erő is leírható általánosított függvények (disztribúciók, pl. Dirac delta) segítségével, amely bizonyos mértékig egyszerűsítheti a probléma kezelését, másfelől a valóságos terhelő testtel való érintkezésnek jobban megfelelne egy keskeny sávon a szélesség irányában megoszló terhelés.

A megoldáshoz Jelölt a globális referencia síkban a repedésfrontra merőleges x -tengely irányában is a deformáció és (az ekvivalens) feszültségeredő függvények delaminált és delaminálatlan, valamint a külső terhelés hatástartományával megosztott lemezrészek közötti illeszkedését az **5.1. fejezetben** tárgyalta ún. **általánosított folytonossági feltételekkel** biztosította.

#20.Megjegyzés: Számos probléma merül fel egyes indexek hiányzó értelmezése és bizonyos feltételek hiányzó indoklása miatt.

- Az (5.7) egyenlőségben a vektorrendező α indexe, az (5.10)-ben a κ index, az (5.12) és (5.13) egyenlőségekben a β és γ indexek definiálatlanok.

- Nem magyarázza az (5.9) egyenletekben szereplő λ index (a (2.8) szerint az adott ESL sorszám) megadásához szükséges ω páros szám szerepét sem.

Az elsődleges paraméterek száma nem feltétlenül azonos a lemez delaminálatlan és delaminált részeiben, ezért Jelölt a közös paramétereken kívüliekre az (5.10) ún. **autokontinuitási feltételeket** írta elő, amelyeket már megemlített a 3. és 4. fejezetekben is, azonban részletes tárgyalásukra most is a későbbiekre utal.

#21.Megjegyzés: Nincs indokolva az sem, hogy míg az (5.9)-ben a $z^{(\kappa)}$ -adik hatványának $K_{1j}^{(0)}$, illetve $K_{\lambda j}^{(0)}$ együtthatóival súlyozott összegek szerepelnek, addig az (5.10)-ben a ϑ -dik ($\vartheta=1, 2, 3$) hatványának $K_{\kappa j}^{(\vartheta)}$ együtthatóit alkalmazza (κ a (2.8) szerint az adott ESL sorszám).

A feszültségeredő mennyiségek folytonosságát az (5.11) írja elő.

#22.Megjegyzés: A feszültségeknek, illetve feszültségeredőknek **lehetne ugrása** a repedéscsúcsban – mint az akár az elliptikus üreg feszültséggyűjtő hatásának Neuber-féle leírása, vagy az éles repedés feszültségintenzitás alapú törésmechanikai kezelése szerint történik –, ezért itt a **folytonosság előírását** Jelöltnek indokolni kellett volna.

Jelölt a 2ESL, illetve 4ESL modellek esetére az **5.2.-5.4., illetve 5.5.-5.7. fejezetekben** az egyensúlyi egyenletek megoldásához használt állapotér módszer és a négy peremén egyszerű alátámasztású Lévy lemez formuláció igényelte Z állapotvektor és F terhelésvektor elemeit adta meg a delaminálatlan és delaminált részekre a TSDT, SSDT és FSDT esetekre. A T rendszermátrixokat a C . Függelékben közli a számítások részletezése nélkül. Egyúttal minden esetben megadja a lemezek repedésfronttal párhuzamos peremlein az aktuális perem- és folytonossági feltételeket is, az előbbieket egyszerű alátámasztású, befogott és szabad peremekre is megadva.

A 4ESL/TSDT modell kapcsán tárgyalja az 5.5.4. és 5.5.5. fejezetekben az egyes tartományok határain a folytonosság kérdését általánosabban és részletesebben.

Az (5.53) definiálja azon g_α elmozdulás-paramétereket, amelyek közösek a delaminálatlan és delaminált részeket illetően a (4.8) és (4.22) szerint. Ezek a lehajlás és annak deriváltja, valamint a közös elsődleges paraméterek, amelyek a (2.1) szerint az u és v elmozdulás-

függvényekben az elsőfokú tag (z) együtthatói mind a 4 ESL, továbbá a harmadfokú tag (z^3) együtthatói a harmadik ESL esetén. Az ezekre vonatkozó (5.8) folytonossági feltételek *szükségesek* a korrekt elmozdulás-kezelés szempontjából.

A Jelölt által **AC tétel**nek nevezett állítás szerint az *elégségesség* feltétele a nem közös elsődleges, ún. **autokontinuitási paraméterekre** vonatkozó folytonosság, amely az. ún. **autokontinuitási feltételek** (az (5.7) szerinti előírásban az n_α mennyiségekre vonatkozó feltételek) kielégítése esetén automatikusan teljesülnek. Az érvényesíthető feltételek száma a delaminálatlan (N_{ud}), illetve delaminált (N_d) részekre vonatkozó eliminált paraméterek számának $|N_d - N_{ud}|$ különbsége (amely lehet kisebb az autokontinuitási paraméterek számánál).

Az állítás szerint az autokontinuitás akkor és csak akkor teljesül, ha az ESL határsíkokon – a delaminációs sík kivételével – a folytonossági feltételek azonosak a delaminálatlan és a delaminált részekben. Jelölt ezt az általánosan megfogalmazott állítást lényegében egy speciális esetet (4ESL/TSDT) véve bizonyította.

A fenti állítás **következményeként** fogalmazta meg Jelölt, hogy amennyiben az u és v elmozdulások (2.8) szerinti alakjában az elsőfokú, illetve az AC előírás révén a másod- és harmadfokú tagok együtthatói is folytonosak a repedésfrontnál mindegyik ESL-re nézve, akkor a membrán-elmozdulás komponensek kontinuitása a delaminálatlan és delaminált részek felső (és az alsó) lemezei között biztosítható egy választható, a két részben ugyanazon vastagság-helyzetű ESL-pár membrán-elmozdulásának egyenlősége révén. Ez esetben a többi ESL membrán-elmozdulásának folytonossága automatikusan teljesül. Ezt az (5.9), illetve (5.64) egyenletek matematikai formában fejezik ki. Jelölt megjegyzi, hogy az AC-tétel érvényes a 4ESL/SSDT modellre is, csak a $K_{ij}^{(3)}$ állandók zérusok.

A terhelési zóna és az általa megosztott lemezrészek közötti folytonossági feltételeit illetően (5.5.5. fejezet) Jelölt definíciót ad a **túlkényszerezett**, illetve **jól kényszerezett** lemez modellekre. Ezek szerint a SEKC feltételeknek megfelelő és a rugalmasságelméleten alapuló egyensúlyi egyenletekkel meghatározott modell akkor válik **túlkényszerezetté**, ha a vonatkozó peremérték-feladat megoldása (a konstansok száma a megoldás-függvényekben) nem teszi lehetővé az ekvivalens hajlító (M_x) és csavaró (M_{xy}) nyomatékok kontinuitásának biztosítását az egyes ESL-ek között, sőt a delaminálatlan és delaminált részek síkbeli normál (N_x) és nyíró (N_{xy}) erői összegét illetően sem. Az eredmény az elmozdulás, deformáció és feszültség mezők rossz becslése. Azonban, ha a peremérték probléma megoldása lehetővé teszi a felsorolt mennyiségek kontinuitásának biztosítását, akkor a modell **jól kényszerezett**. Jelölt itt hangsúlyozza, hogy az értekezésben javasolt modellek jól kényszerezettek.

6. fejezet – Eredmények – elmozdulás és feszültség

Jelölt a **6. fejezetben** demonstrálja a kidolgozott, 2ESL és 4ESL alapú FSDT, SSdT és TSdT modellek alkalmazhatóságát az 5.1. ábrán szemléltetett, két különböző geometriájú delaminációt tartalmazó rétegelt kompozit lemezre. Eltérő a repedés hossza, aminek megfelelően a lemezre merőleges, középkeresztmetszetet terhelő erő az egyik esetben a delaminált részen ((a) eset), míg a másik esetben a delaminálatlan részen ((b) eset) hat és értéke is jelentősen különbözik ((a): $Q=1000$ N, (b): $Q=10000$ N). A lemez szélessége kétféle mindkét esetben, azonban az (a) esetben a szélességek nagyobbak (100 és 160 mm, szemben a 60 és 90 mm-el).

A 4ESL modell számításai a 2.1. ábrán látható 9 rétegű lemezre és 4-féle repedéssík helyzetre lettek végrehajtva, ahol a delaminációs sík feletti és alatti sík mindig 2-2 ESL-re volt osztva, míg egy réteg vastagsága 0,5 mm volt. A szénszálal szövet és UD erősítésű epoxi rétegek rugalmassági állandóit Jelölt irodalomból vette.

#23.Kérdés: Az irodalmi adatok minden esetben szintén 0,5 mm vastag rétegekre vonatkoznak?

#24.Megjegyzés: Nem világos, hogy a $[\pm 45^f/0/\pm 45^f/\bar{0}]_s$ (6. fejezet, cím alatti 11. sor, 56. oldal) rétegrend-megadás szimbolikája hogyan értelmezendő. Az s index értéktartományát Jelölt nem adta meg, másfelől a $\bar{0}$ szerepe sem tisztázott. A 2.1. ábrát tekintve a $\bar{0}$ olyan középréteget jelöl, amelyre a megadott rétegrend tükröződik 4ESL esetén, de nem lehet tudni, hogy 2ESL esetén mit jelent.

Jelölt szerint a próbafüggvényeket illetően végzett konvergencia vizsgálatok azt mutatták, hogy elég volt 13 tag alkalmazása a végtelen sorból, mert több tag alkalmazása már nem mutatott változást az eredményekben.

#25.Kérdés: E döntés mekkora hibakorlátra vonatkozott?

Az ESL modellek segítségével, MAPLE környezetben kiszámított elmozdulás-, deformáció- és feszültségmezőket Jelölt végeeselemes szimulációk eredményeivel vetette össze. Az ANSYS 12 környezetben megvalósított végeeselemes modellek 8 csomópontos lineáris SOLID elemeket alkalmaztak, amelyek globális méretei (x,y,z) irányokban $2 \times 2 \times 0,5$ mm voltak, tehát a vastagságirányú méretük megegyezett az analitikus modell szerkezeti rétegei vastagságával. A repedéscsúcs, illetve repedésfront elemek méretei $0,25 \times 2 \times 0,25$ mm voltak, tehát csak x-irányban voltak jelentősebben kisebbek (1/8-a) a globálisnál.

#26.Megjegyzés: A 2.1. ábra alapján a tekintett rétegelt lemez teljes vastagsága $9 \times 0,5 = 4,5$ mm volt, míg az ekvivalens rétegek (ESL) vastagsága úgy a 2ESL, mint a 4ESL modellnél $0,25$ - $2,0$ mm értékek között változott, hiszen a IV. esetben a legfelső, $0,5$ mm vastag szöveterősítésű réteg két ESL-re van osztva. A IV. esetben így a legfelső két ESL réteg vastagsága csak $0,25$ mm, tehát kisebb a globális VEM elem vastagságánál. A korrekter összevetés és alkalmazhatóság-megítélés érdekében hiányolhatók a bemutatottak mellett a VEM lehetőségeit jobban kifejező, jelentősen nagyobb felbontással végrehajtott végeeselemes szimulációk eredményei.

A **6.2. fejezetben** a 2ESL, míg a **6.3. fejezetben** a 4ESL modelleket alkalmazva az 5.1. ábra (a) és (b) problémáira és a 2.1. ábra 4 különböző repedéshelyzetére (I-IV), valamint kétféle lemezszélességre mutatja be Jelölt az FSDT, SSDT és TSDT analitikus megoldásokat grafikus formában és hasonlítja össze a VEM szimuláció eredményeivel.

Az analitikusan számolt w **lehajlás** az X függvényében minden esetben hasonló alakulású a VEM eredményekhez (6.2. és 6.21. ábra), azonban 2ESL-nél a TSDT, míg 4ESL-nél az FSDT mutatja a legnagyobb eltérést. Jelölt szerint (67. oldal) a 6.2.b. ábrán a (b) probléma és TSDT esetében látható jelentősebb eltérés a szignifikáns reteszeldési (locking) jelenség miatt lép fel.

A **2ESL, illetve 4ESL modell és a VEM eredmények összevetése** során a különböző mechanikai jellemzők eloszlását tekintve több esetben meglehetősen eltérő megállapítások tehetők:

Az u és v **síkbeli elmozdulások** a Z (vastagság) mentén minden esetben az (a) probléma esetén közel lineáris alakulásúak, azonban egyes esetekben az analitikus megoldás jelentősebb nullponteltolást mutat. A (b) problémánál a v elmozdulásnál hasonló a helyzet, azonban az u elmozdulás értékei és alakulásuk (a IV. esetet leszámítva) szignifikánsan eltér a VEM értékektől.

A σ_x és σ_y **síkbeli normálfeszültségek** a Z mentén minden esetben lényegében hasonló lépcsős/ugrásos alakulásúak, egyes esetekben a repedés síkjánál jelentős eltérésekkel. Jelölt ezen utóbbi eltérésekkel kapcsolatban megjegyzi (60. oldal), hogy a hálózás finomításával a VEM feszültségek nőnek, ellenben az analitikus megoldás nemszinguláris és ezért **jobb** megoldásnak tekinthető, mint a VEM.

#27. Megjegyzés: E kijelentés helytállóságának indoklása nem meggyőző, az állítás még bizonyításra szorul.

A τ_{xz} és τ_{yz} nyírófeszültségek a Z mentén minden esetben lépcsős/ugrásos alakulásúak, azonban az analitikus modell eredmények többségükben lényegesen eltérő lefolyást és értékeket mutatnak. Jellegzetes hiba, hogy a repedés síkjában jelentkező éles VEM csúcsérték az analitikus modellekben *más helyre tolódva* található, sőt a repedés síkjában *ellentétes előjelet* mutat.

A χ_{xz} és χ_{yz} nyíródeformációk eloszlását az (X,Z) függvényében az I. repedéshelyzet, az (a) probléma és TSDT esetére a delaminált és delaminálatlan régiók átmenetében 3D diagramon szemlélteti a 6.11. és 6.30. ábra. A 6.12. és 6.31. ábrák a τ_{xz} és τ_{yz} rétegek közötti nyírófeszültségek eloszlását mutatják a delamináció síkjában a delaminálatlan régióban. Ezen eloszlások a várható alakulásokat szemléltetik. Jelölt ezeket nem hasonlította össze VEM szimulációs eredményekkel, mondván, hogy ez esetben az analitikus eredmények észszerűbbek (65. oldal) részben az egyszerűbb megrajzolás, részben a nemszinguláris modell miatt.

#28. Megjegyzés: Az eredmények alapján az állapítható meg, hogy sok tényezőtől függ és esetről esetre változó, hogy melyik analitikus modell közelít éppen a legjobban.

Jelölt is azt állapítja meg (75. oldal), hogy mindkét problémát ((a) és (b)) és mind a négy repedéshelyzetet (I-IV) tekintve, nem könnyű kiválasztani az optimális modellt. Másfelől hangsúlyozza (76. oldal) az alapvető különbségeket a VEM és az alkalmazott lemezmodellek között. A VEM modell az eredeti kontinuum mechanikai probléma 3D-s közelítése, ahol a merevségi egyenleten alapuló megoldás közvetlenül adódik csomóponti elmozdulásokra nézve. Ellenben a lemezmodellek voltaképpen 2D-s közelítések, amelyek a feszültségeloszlások vastagságmenti integrálásával kapott feszültség eredők és deriváltjaik egyensúlyán alapulnak, és az elmozdulás-paraméterekre vonatkozó megoldás alapján visszszámolt vastagságmenti eloszlások a SEKC feltételektől függenek. Így, amikor a lemez méretei viszonylag kicsik, a delamináció miatti perturbáció jelentős különbségekhez vezethet a numerikusan és analitikusan számított u elmozdulások és nyírófeszültség eloszlások között, annak ellenére, hogy a többi mennyiség (v , σ_x , σ_y) jól közelített.

7. fejezet – Energia-felszabadulási ráták és vegyes repedésmód

Jelölt a delamináció törésmechanikai kezeléséhez a J-integrál módszerét alkalmazta, amelynek részleteit és eredményeit a 7. fejezetben foglalta össze.

Ehhez a 3D-s J integrál (7.1) szerinti általános definíciójából indul ki, amelynek komponensei zárt görbe menti, valamint a görbe által bezárt területre vonatkozó integrálok összegeként számíthatók.

Jelölt ezt célszerűen egy zérusterületű integrálási utat választva (7.1.b. ábra) végzi el, így az (7.1)-beli integrálok második tagja zérus lesz, és ekkor a C görbe \mathbf{n} normálvektora mindig párhuzamos az x tengellyel, következésképpen $J_2=J_3=0$, tehát csak a J_1 komponens nem zérus.

#29. Megjegyzés:

- A (7.1)-ben a C görbe és a bezárt A terület is függhet az m indextől ($m=1, 2, 3$), ami nincs jelölve, illetve jelezve, ellentétben a 7.1.a. ábrával, ahol viszont a jelölés C_γ .
- A 7.1 ábrán a J integrál szokásos módon, a repedésfrontra merőleges síkban értelmezett, ahol a repedés csúcs pontja a C_γ görbén belül található. Ugyanakkor a (7.1) általános, 3D-s J-integrál esetén itt nem derül ki, hogy a másik két sík esetén, amelyek a 7.1.b. ábra szerint tartalmazzák a repedésfront vonalát, sőt az egyik a repedés síkjával azonos, a C_γ integrálási út hogyan értelmezett.
- Jelölt az Összefoglalásban jegyzi meg először (96. oldal; első mondat), bár az ábrái ennek megfelelnek, hogy a delamináció feltételezett repedésfrontja egyenes.

Jelölt szerint (83. oldal) a tárgyalt J_I integrál, a (7.8) összefüggés szerint, egyszerűen a II és III repedésmódokhoz tartozó integrálok összegeként számítható, amelyek számítása (repedésmód szeparáció) a Lévy lemez esetében egyszerűen végezhető. Az ilyen módon, MAPLE szoftverrel számított J integrálértékeket (eloszlásokat) Jelölt az ANSYS VEM szoftver segítségével, a virtuális repedészárás módszerrel (VCCT=Virtual Crack Closure Technique) meghatározott G_{II} és G_{III} energia-felszabadulási ráta (fajlagos repedésterjesztő erő) ($G=ERR=Energy Release Rate$) értékekkel vetette össze, felhasználva, hogy lineárisan rugalmas anyag és kvázistatikus, monoton terhelés esetén a J integrál ekvivalens a G értékkel, ugyanis a J integrál az adott szoftverrel nem volt számítható ortotróp esetben.

#30.Megjegyzés: A D. Függelékben a (D.1) összefüggésekben a G_{II} és G_{III} számítási formulája fel van cserélve, ui. az ábra szerint a G_{II} az x-irányú (u), míg G_{III} az y-irányú (v) fajlagos energia-felszabadulási ráta (repedésterjesztő erő).

A továbbiakban Jelölt grafikus formában mutatja be és hasonlítja össze a kétféle módszerrel meghatározott G_{II} , G_{III} fajlagos energia-felszabadulási ráták, illetve ezeknek a $G_T=G_{II}+G_{III}$ összegükhöz (vegyes mód) viszonyított értékei eloszlását a repedésfront mentén 2ESL és 4ESL modellekre, a négy repedéshelyzetre (I-IV), valamint az 5.1. ábra (a) és (b) lemezgeometriáira a már korábban is alkalmazott anyagjellemzők mellett.

#31.Megjegyzés: A lemez félszélességére szimmetrikus G érték eloszlások, illetve azok normált változatai erős szélsőértékeket ((a) geometria: pl. G_{III} minimumokat és G_{II} maximumokat; (b) geometria: minimum és maximum is G_{II} és G_{III} -nál) mutatnak. Hiányolható ezek magyarázata, elemzése.

Jelölt (a 2ESL modellek kapcsán) kiemeli (79. oldal), hogy az analitikus és numerikus számítások közötti egyezés a lemez széleinél ($y=0$, $y=b$) a legrosszabb, ugyanis az analitikus modellek nem veszik figyelembe a szélhatásokat. Ezért az egyezés vizsgálata a szélek kizárásával történt.

#32.Megjegyzés: A fentiek nem teljesen helytállóak minden esetben, ugyanis pl. a 7.9.b. ábrán a G_{III} értékek eltérése a TSDT esetében a lemez közepén jóval nagyobb, mint a széleken. Hasonló a helyzet a 7.16. ábrán az SSDT és TSDT szerinti, illetve a 7.17. ábrán az FSDT szerinti G_{II} értékek esetén.

A közelítés jósága erősen függ a feladattól, amire jellemző, hogy például a 2ESL modellnél Jelölt megállapítása szerint (89. oldal) „...a Reddy-féle TSDT a határozottan legjobb megoldás (a)/(b=100 mm) esetén, ha azonban b=160 mm, akkor az SSDT jobban teljesít.”

Végül, a 7.2. fejezetben, Jelölt rangsorolta a vizsgált FSDT/SSDT/TSDT elméleteket a G_{II} és G_{III} (repedésfront menti) eloszlások VEM eredményekre vonatkozó közelítési pontossága szempontjából, mind a 2ESL, mind a 4ESL modellek esetén, külön véve az (a) (7.1. táblázat) és (b) (7.2. táblázat) geometriákat, továbbá ezeken belül a kétféle lemezszélességet és az I-IV. repedéshelyzeteket is. A legjobb megoldások kiválasztását először a rangszámok alapján végezte, majd egyfajta szakértői megfontolásként figyelembe vette a lehajlás-közelítések pontosságát (6.2. és 6.21. ábrák) és a rendszermátrixok méreteit is, és ennek alapján módosította az eredményeket. Végül, Jelölt szerint a globálisan legjobb megoldás az SSDT úgy 2ESL-re, mint 4ESL-re, valamint az (a) és (b) eseteket véve is. Ezen eredményeket az alábbi B1. táblázat Értekezés oszlopa az (a) és (b) geometriák, valamint a 2ESL és 4ESL módszerek esetére foglalja össze.

#33.Megjegyzés: A B1. táblázat Bíráló oszlopa a Jelölt módszerétől kissé eltérő, objektívebb módszerrel (ld. F2. Függelék) kiválasztott legkedvezőbb modelleket mutatja be. Ez esetben először a 7.1. és 7.2. táblázatok rangszámainak esetcsoportokra vett átlagai voltak a minősítés alapjai, majd a módosítás során a mátrixméreteket és a lehajlás-eltéréseket – a szakértői megfontolások helyett – egy-egy tényezővel való szorzással lett

figyelembe véve. Az egyes geometriákra az 2ESL és 4ESL modellekre együttes (globális) minősítő számokat az FSDT/SSDT/TSDT esetekre vett összegek szolgáltatták.

Eset/Modell	Értekezés			Bírálat		
	Rangszám	Módosított	Globális	Rangszám	Módosított	Globális
(a) Geometria 2ESL 4ESL	TSDT/SSDT* FSDT	SSDT SSDT	SSDT	TSDT FSDT	FSDT SSDT	SSDT
(b) Geometria 2ESL 4ESL	TSDT SSDT/TSDT*	SSDT SSDT	SSDT	SSDT FSDT	FSDT SSDT	SSDT
Globális	SSDT			SSDT		

B1. táblázat. A legkedvezőbb modellek esetcsoportok szerint (*különböző lemezszélességek)

A fenti táblázat alapján, amely Jelölt értékelését csak részben erősíti meg, megállapítható, hogy egy a Jelöltétől kicsit eltérő, azonban súlyozást nem alkalmazó (fenti) módszer az értekezéshez képest több helyen eltérésre vezetett, tehát a rangsorolási módszer még fejlesztendő, és az eddigiek nem tekinthetők kellőképpen megalapozott és meggyőző eredménynek. Az értekezés alapján lényegében az állapítható meg, hogy általában, vagy akár speciális esetben is, melyik lemezmodell adja a legjobb közelítést, az erősen függ a vizsgált lemez és a delamináció geometriájától, azaz az adott esetben a I-IV repedéshelyzettől, illetve a repedés és a lemez méreteitől.

#34. Megjegyzés: Véleményem szerint, a legjobban közelítő modell kiválasztásához **jóval több lemez méret** vizsgálatára volna szükség, beleértve az alkalmazhatóság határainak megállapítását is. Továbbá, a valóban objektív értékeléshez szükség lenne az összehasonlítható eloszlások közötti *maximális eltérés* és az *átlagos négyzetes hiba* meghatározására a kijelölt tartományban mind a G_{II} , G_{III} és G_T (repedésmód vegyítés), valamint a lehajlások esetén is. Ezekhez hozzávéve a rendszer mátrix méreteket is, összesen 9 jellemzőt kapunk, amelyekre alapozva és fontossági súlyokkal ellátva, például a matematikai statisztika Tagucsi módszere és a szürke-reláció elemzés (Grey-relation analysis) technikája lenne célszerűen alkalmazható az objektívebb rangsoroláshoz.

Áttekintő értékelés (8. fejezet–Összefoglalás)

A dolgozat delaminációt tartalmazó, rétegelt kompozit lemezekkel, azok mechanikai mezőinek ESL-alapú becslésével, a repedés terjedésével foglalkozik.

Megjegyzendő, hogy ez azt jelenti, hogy a kiindulás egy, a lemezben már meglévő, ismert kritikus delamináció. A tervezés, vagy az állapotellenőrzés szempontjából azonban a repedések, illetve a kritikus repedések keletkezésének kritériumai az igazán fontosak. Ehhez figyelembe kell venni, hogy a tönkremeneteli folyamat lényegesen sztochasztikus egy mind a szál/mátrix szerkezete, mind a véletlen eloszlású és összetett gyártási hibapopulációk miatt is inhomogén struktúra esetén. A terhelés alatt kialakuló egyenlőtlen feszültségeloszlás és az esetleges relaxációs folyamatok miatt a tönkremeneteli folyamat időben a különböző hibapopulációkhoz kapcsolódó születési-elhalási folyamatok összessége, ahol a mikrorepedések keletkezése, növekedésük gátlása, illetve egyesülése és lokálisan katasztrofális terjedése révén több makrorepedés alakulhat ki, amelyek versengése révén dől el, hogy melyik fogja a globális tönkremenetelt meghatározni.

Véleményem szerint e folyamat leírása, modellezése, és a vonatkozó kritériumok meghatározása lenne a kompozitok nano/mikro/makro-mechanikája legidősebb feladatainak egyike. Ezt támasztja alá egy 2001-ben született NASA tanulmány is (F. Paris: NASA/CR-2001-210661, March 2001), amely szerint az igényes konstrukciók hatékony

tervezéséhez a kutatók és mérnökök a gyakorlatban a globális, ill. átlagoló szemléletű törési kritériumok helyett általában és inkább a különböző típusú tönkremeneteleket külön-külön figyelembe vevő kritériumokat alkalmazzák.

Másfelől azonban, minden olyan munka, amely olyan feladat megoldását tűzi ki célul, amely segíti, illetve jelentősen előre viszi a kompozit szerkezetek modellezését, tervezhetőségét, fontos elemnek minősíthető. **Jelölt dolgozata** egy ilyen feladat megoldását végezte el, s ezzel hozzájárult a lemezelméletek és a törésmechanika fejlesztéséhez. Jelölt, a célkitűzésen túl, valójában nem részletezi, hogy az alapul vett Reddy-féle rétegmodellek és megoldási módszerek milyen módon és mértékben lettek általa továbbfejlesztve. Erre lényegében csak utalások történtek a 1. Bevezetésben, a 2. fejezetben és a Tézisfüzetben.

Mindezek alapján, a dolgozatot összevetve Reddy hivatkozott könyvével, véleményem szerint a lényegi továbbfejlesztések a következő módon foglalhatók össze.

A laminált kompozitok Reddy-féle TSDT harmadrendű lemezmodellje (Reddy könyve, 2004) statikailag ekvivalens rétegekből (ESL) épül fel, de nem tartalmaz delaminációt és mind a Navier, mind a Lévy-féle megoldást alkalmazza 2-6 anizotróp rétegből (single layer) felépülő, szimmetrikus, illetve antiszimmetrikus rétegrendű, hajlításra, a felületen szinuszosan és szimmetrikusan eloszló terheléssel igénybe vett, egyszerű alátámasztású lemezekre. Az elmélet alkalmazza az elmozdulásokra a paraméter eliminációt, bevezeti az elsődleges és másodlagos paraméterek fogalmát, a virtuális elmozdulások elvén meghatározott egyensúlyi egyenletek a feszültség eredőkre (élerőkre) vonatkoznak, végül a Lévy-megoldás esetén az állapotér módszer alkalmazza az egyensúlyi egyenletek megoldására.

Jelölt mindezeket átvette, és kidolgozott egy újszerű lemezelméletet, amely delaminációt tartalmazó, laminált kompozit lemezekre vonatkozik, és a modellt az e feladatra értelmezett J-integrálon keresztül törésmechanikai vizsgálatokra alkalmazta II/III vegyes módú repedésterjedés esetén. A numerikus számításokra használt laminált lemez aszimmetrikus rétegrendű, a delamináció síkja sem esik a középsíkba, továbbá a koncentrált terhelés helyzete is aszimmetrikus.

Jelölt a kidolgozott modelleket „analitikusnak”, míg az összehasonlításához használt végesesemes módszert „numerikusnak” nevezi. Valóban, a végesesemes módszer egyfajta numerikus szimulációs eljárás, ugyanakkor rá kell arra mutatni arra is, hogy az analitikus módszer sem mentes a numerikus számításoktól. Hiszen a levezetett összefüggések ugyan analitikusak, azonban igen bonyolultak, függvény sorokat is tartalmazó megoldások, amelyek – ellentétben a zárt formulákkal – általában nem alkalmasak aszimptotikus viselkedések, paraméterhatások, érzékenységek közvetlen vizsgálatára, csak a numerikus, közelítő úton kiszámolt értékeken keresztül. Mindazonáltal, e módszer – az ekvivalens rétegeken túl – nem igényli a nagyszámú kisebb részekre való felbontást, hálózást, így a kiszámítás nyilvánvalóan gyorsabb, kisebb időigényű, és adattárolási problémák sem lépnek fel.

Tézisekről

Jelölt a tudományos eredményeket a **8.1. fejezetben** 5 tézisbe foglalt 8 állításban fogalmazta meg.

1. tézis

Az 1. tézis két állítást tartalmaz. Az **1.a. állítás** az ESL egyenértékű, illetve szemi-rétegmodell 9. oldalán definícióként megadott leírása, ami alig több egy elnevezés bevezetésénél és definícióként nem is elég precíz. Nem köti ki, hogy a szerkezeti rétegek N_i , illetve az ekvivalens rétegek N_{ESL} száma legalább mennyi kell legyen, ami szükséges az egyértelműséghez, még akkor is, ha egy laminált lemez általában több szerkezeti rétegből áll,

ugyanis Jelölt pl. a valóságban egyetlen réteget alkotó szövetet két szerkezeti réteggel modellezi, másfelől megengedi, hogy a szerkezeti és ekvivalens rétegek száma megegyezzen. Másfelől, Jelölt Reddy 2ESL modelljét terjesztette ki, így lényegében az elnevezés sem teljesen új, csak az ekvivalens szóval lett kiegészítve. Erre utal az is, hogy egy ESL réteg több szerkezeti réteg ekvivalens eredője lehet, amely általában egy általánosan anizotróp réteg, ugyanakkor Reddy megadta ezekre, mint egyedi rétegekre (single layer) a vonatkozó leírást. Általában véve is, egy definíció egyébként sem azonosítható egy állítással, ezért és a fentiek miatt az 1.a. tézis nem fogadható el tudományos állításként.

Az **1.b. állítás**, amelynek alapja a 12. oldalon megadott definíció, lényegében egy eljárás leírása, jellemzése, amelynek nevet adott a Jelölt. Ezen eljárás lényege az, hogy a független paraméterek, pontosabban együtharmonos függvények számát csökkenti a rögzített (esetleg újabb) alappontokban (peremeken) értékadással, ill. a paraméterek közötti kapcsolatok feltételezésével. Ez a paramétereket illetően lineáris egyenletrendszerre vezet, amelynek segítségével az eliminálandó, másodlagos paraméterek kifejezhetők a maradó elsődlegesekkel. Ez az eljárás közismert, Reddy is alkalmazta, így nem fogadható el új tudományos eredménynek. Az alappontok, a feltételek és a rögzített kapcsolatok a kiinduló feltevések rendszerét adják, amelyet nem vehetünk külön tudományos eredménynek, csak azokat, amelyeket ezekre alapozva, felépítve (konstrukció) a vonatkozó elmélettel kaphatók.

Az utóbbi hiányában, az 1.b. állítás, noha a lemezelmélet kiindulópontjára vonatkozik, ebben a *felsorolászerű* megfogalmazásban nem fogadható el az *elmélettől különválasztható* új tudományos eredménynek.

Javaslom a 2. tézissel egybevonni, az alábbiak szerint.

2. tézis

A 2. tézis foglalja össze az értekezésben kidolgozott, rétegszétválást (delaminációt) tartalmazó laminált lemezekre vonatkozó egyenértékű lemezelmélet lényeges pontjait. Ennek lényegében idevágó része az 1.a. állításban leírt egzakt kinematikai feltételek rendszere (SEKC) is, amelynek érvényesítése révén az egyes egyenértékű rétegek elmozdulásai – a javasolt módon megválasztott – elsődleges paraméterekkel és a bevezetett K_i állandó mátrix elemeivel lettek kifejezve. Az elmélet lényeges része, hogy a delaminált és a delaminálatlan részeket külön kezeli, és ez érvényesül a feltételeket illetően is. Véleményem szerint az 1.b. állítás és a 2. állítás eddig tartó *első része* alkothat egy külön vehető, új tudományos eredményt.

A 2. tézis *második része* azokat a lépéseket és részeredményeket foglalja össze, amelyek a lemezmodell egyensúlyi egyenletei felállításához vezetnek. Ezek többségükben igen hosszadalmas számolásokat igényelnek és bonyolult, összetett kifejezésekre vezetnek, a végeredmény azonban, az egyenértékű igénybevételekkel (feszültségeredők) tömör formában fejezhetők ki. A megfogalmazás ugyan helyenként nem „tézisszerű”, a 2. tézis ezen részében hivatkozott és a dolgozatban részletezett lemezelmélet összességében új tudományos eredménynek fogadható el.

3. tézis

A 3. tézis szintén két állítást foglal magába.

A **3.a. állítás** a Jelölt által kidolgozott, a delaminálatlan és delaminált lemezrészek közötti, általánosított kontinuitási feltételekre vonatkozik.

Ehhez szorosan kapcsolódik a **3.b. állítás**, amely az elsődleges paraméterek egy részhalmazát alkotó autokontinuitási paraméterek alkalmazásával érvényesíthető autokontinuitás feltételét fogalmazza meg tétel formájában.

A 3. tézis mindkét állítását, amelyek fontos szerepet játszanak a kidolgozott lemezmodell delaminációt illető alkalmazásában, új tudományos eredménynek fogadom el.

4. tézis

A 4. tézis a kidolgozott lemezmodell alkalmazásaként, Lévy típusú lemezekre, a II/III repedésterjedési módra levezetett J integrálra és annak kiszámítási módjára vonatkozik.

A 4. tézist szintén új tudományos eredménynek fogadom el.

5. tézis

Az 5. tézis is két állításból áll, amelyek a kidolgozott delaminációt tartalmazó lemezmodell egyes változatainak különböző lemezgeometriákra való alkalmazásából adódó numerikus eredményekre és azoknak a végeselemes szimuláció eredményeihez való összehasonlítására vonatkoznak.

Az **5.a. állítás** a 2ESL/TSDT és 4ESL/FSDT modellek esetén numerikusan kimutatott merevítő hatásokra vonatkozik, amely új tudományos eredménynek fogadható el.

Az **5.b. állítás** voltaképpen egy leírás, amely a lemezelmélet egyes változatainak a végeselemes szimulációkhoz viszonyított pontosság alapján történt rangsorolás módszerét és globális végeredményét fogalmazza meg. A korábban kifejtettek alapján az alapul vett geometriák kis száma, illetve a rangsorolási módszer nem elegendően objektív volta miatt sem a módszer, sem az eredmények nem tekinthetők széles körben és megalapozottan alkalmazhatónak, ezért az 5.b. állítást nem fogadom el új tudományos eredménynek.

A fenti állítások túlnyomó többsége tehát a disszertációban és a vonatkozó publikációkban korrekten és általánosan, illetve egyes esetekben bizonyos megszorítások mellett bizonyítottak, azonban – tudományos értéküket és helyenként újszerűségüket tekintve – néhányuk nem fogadható el egy MTA disszertáció tudományos téziseinek.

Összefoglalva, véleményem szerint, az értekezés 8. fejezetében, 5 tézispontban megfogalmazott 8 állítás közül 6 új tudományos eredménynek fogadható el (1.b., 2., 3a., 3b., 4., 5.a.), ahol az 1.b. és a 2. első része összevonandó, az 1.a. állítás ezen utóbbiak kiegészítésének, míg az 5.b. nem kellőképpen bizonyított állításnak tekinthető.

4. Összefoglaló értékelés

A 2016-ban benyújtott értekezés eredményeit Jelölt 2013 és 2016 között – a tézisfüzet szerint – összesen 11 (az értekezés irodalomjegyzékében a kapcsolódókkal együtt összesen 20) külföldi, impakt faktoros, elsőszerzős folyóiratcikkben publikálta. Az MTMT szerint ezek 42 független hivatkozást, a Google Scholar szerint 154-et kaptak.

Jelölt tehát a tézisekhez kapcsolódó eredményeket **megfelelően publikálta** és eredményei révén figyelemre méltó **nemzetközi elismertséget** szerzett.

Összefoglalva, megállapítható, hogy Szekrényes András a korábbi tudományos fokozatának megszerzése után a delaminációt tartalmazó laminált kompozit szerkezetek mechanikai modellezése területén magas színvonalú tudományos munkát végzett és, nemzetközileg is jelentősnek tekinthető eredményeket ért el, hozzájárult a tudomány továbbfejlődéséhez, ezért a disszertációt a 6 új tudományos tézis alapján **nyilvános vitára alkalmasnak** tartom és javasolom **doktori védésre bocsátását**.

Budapest, 2017. március 14.

Vas László Mihály
az MTA doktora

FÜGGELÉK

F1. A (2.1) és (2.8) tömör alakja

Az i -edik ESL-re vonatkozó (2.1) az alábbi $\underline{\psi}_0$ mátrix és $\underline{z}_{(i)}$ vektorok segítségével az alábbi tömörebb alakba írható:

$$\underline{U}_{(i)} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}_{(i)} = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_0 & \Theta_{(x)} & \Phi_{(x)} & \lambda_{(x)} \\ v_0 & \Theta_{(y)} & \Phi_{(y)} & \lambda_{(y)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_i \begin{pmatrix} 1 \\ [z^{(i)}]^1 \\ [z^{(i)}]^2 \\ [z^{(i)}]^3 \end{pmatrix}_{(i)} = \underline{U}_0 + \underline{\psi}_{0i} \underline{z}_{(i)}$$

ahol a $\underline{\psi}_{0i}$ mátrix a (2.1)-beli összes síkbeli paraméterfüggvényt tartalmazza és $\underline{z}_{(i)}$ a harmadfokú polinomok változóvektora.

Ennek mintájára a (2.8) is tömör vektoregyenlet formába írható; pl. az $u_{(i)}$ -t tekintve, amely egy bilineáris kifejezéssel adható meg:

$$u_{(i)} = u_0 + (\psi_{(x)1}, \dots, \psi_{(x)m_x}) \begin{pmatrix} K_{i1}^{(0)} & \dots & K_{i1}^{(3)} \\ \dots & \dots & \dots \\ K_{im_x}^{(0)} & \dots & K_{im_x}^{(3)} \end{pmatrix} \underline{z}_{(i)} = u_0 + \underline{\psi}_{(x)}^T \underline{K}_i(x) \underline{z}_{(i)}$$

ahol m_x a $\underline{\psi}_{(x)}$ elsődleges paramétervektor elemeinek száma, míg a $\underline{K}_i(x)$ paramétermátrixot a fenti egyenlet definiálja. Hasonló formába írható a (2.8) szerinti $v_{(i)}$ egyenlete is, ahol a $\underline{\psi}_{(y)}$ elsődleges paramétervektor elemeinek száma m_y . A (2.8) alapján a $\underline{K}_i(x)$ és $\underline{K}_i(y)$ mátrixok csak az esetlegesen eltérő m_x és m_y méreteik miatt különbözhetnek. Ezek a (2.1) mintájára összevonhatók és kiegészíthetők a $w_{(i)}$ egyenletével is:

$$\underline{U}_{(i)} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}_{(i)} = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{\psi}_{(x)}^T \underline{K}_i(x) \underline{z}_{(i)} \\ \underline{\psi}_{(y)}^T \underline{K}_i(y) \underline{z}_{(i)} \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{U}_0 + \begin{pmatrix} \underline{\psi}_{(x)}^T \underline{K}_i(x) \\ \underline{\psi}_{(y)}^T \underline{K}_i(y) \\ \underline{0}^T \end{pmatrix} \underline{z}_{(i)} = \underline{U}_0 + \underline{\psi}_i \underline{z}_{(i)}$$

Itt a $\underline{\psi}_i$ mátrixban az elsődleges paraméterek \underline{K}_i elemeivel képezett lineáris kombinációi szerepelnek. Ha $m_y = m_x$, úgy a \underline{K}_i kiemelhető és az ekkor kapható $\underline{\psi}_i$ mátrix a $\underline{\psi}_{0i}$ mátrix elemeiből képzett minormátrixként származtatható:

$$\underline{U}_{(i)} = \underline{U}_0 + \underline{\psi}_i \underline{K}_i \underline{z}_{(i)}$$

Mindez áttekinthetőbb, jól szemléltetheti a paraméter-elimináció hatását, és segítheti annak elemzését.

F2. Objektívizált rangsorolás

Jelölt rangsorolási módszerét a szakértői megfontolásnál objektívebb, numerikus tényezőkkel kiegészítve számolt rangszámokat az F1.a. és F1.b. táblázatok tartalmazzák, ahol a 7.1. és 7.2. táblázatok pontszámait az egyes esetcsoportokra átlagolva lettek (Átl.), míg az

$m(T) = m(T_d) + m(T_{ud})$ mátrixméreteket $q1 = m(T)/1000$, valamint a lehajlás-eltéréseket a $q2$ tényezővel (F2. táblázat) való szorzással lett figyelembe véve.

				2ESL			4ESL							2ESL			4ESL				
		G	Eset	FSDT	SSDT	TSDT	FSDT	SSDT	TSDT					FSDT	SSDT	TSDT	FSDT	SSDT	TSDT		
Feladat_(a)	m(T _d)			324	676	400	676	484	1156					676	484	1156					
	m(T _{ud})			196	484	400	484	484	676					484	484	676					
	m(T)			520	1160	800	1160	968	1832					1160	968	1832					
b=100	G_II	i		2	3	1	3	1	2					3	2	1					
		ii		2	2	1	1	2	3					1	1	3					
		iii		2	3	1	2	1	3					1	1	3					
		iv		2	3	1	3	2	1					3	3	1					
	G_III	i		1	3	2	3	2	1					1	1	3					
		ii		2	3	1	1	3	2					2	2	3					
		iii		3	2	1	1	2	3					2	2	3					
		iv		3	2	1	1	2	3					2	2	3					
	b=160	G_II	i		3	2	1	3	1	2					3	2	1				
			ii		3	2	1	1	3	2					1	1	3				
			iii		2	1	3	1	2	3					1	1	3				
			iv		1	3	2	2	1	3					3	3	2				
G_III	i		3	1	2	3	2	1					1	1	3						
	ii		3	1	2	1	2	3					1	1	2						
	iii		3	1	2	1	2	3					1	1	3						
	iv		3	2	1	1	2	3					2	3	2						
Átlag	b=100	G_II		2	2.75	1	2.25	1.5	2.25					2	2.25	1.75					
		G_III		2.25	2.5	1.25	1.5	2.25	2.25					1.75	3	1.25					
	b=160	G_II		2.25	2	1.75	1.75	1.75	2.5					2	2.5	1.5					
		G_III		3	1.25	1.75	1.5	2	2.5					1.5	2.5	2					
	b=100	G...		2.125	2.625	1.125	1.875	1.875	2.25					1.875	2.625	1.5					
		G...		2.625	1.625	1.75	1.625	1.875	2.5					1.75	2.5	1.75					
	b=...	G_II		2.125	2.375	1.375	2	1.625	2.375					2	2.375	1.625					
		G_III		2.625	1.875	1.5	1.5	2.125	2.375					2	2.375	1.625					
	b=...	G...		2.375	2.125	1.4375	1.75	1.875	2.375					2	2.125	1.625					
		G...		1.105	2.755	1.100	1.724	1.679	1.296					2.320	2.299	2.977					
	Átl*q1	b=...	G_II		1.365	2.175	1.200	1.293	2.195	1.296					1.885	2.662	2.977				
			G_III		1.235	2.465	1.150	2.030	1.815	4.351					2.103	2.481	2.977				
Átl*q1*q2	b=...	G...		1.235	2.465	2.013	4.568	1.815	4.351					6.308	2.481	3.721					
		G...																			
				Összegzés (a)-ra			FSDT	SSDT	TSDT					FSDT	SSDT	TSDT					
							5.803	4.280	6.364					7.729	4.588	7.721					

(a)

(b)

F1. táblázat. Objektivizált rangszámok számítási eredményei az (a) és (b) feladatra ('b=...' a b=100 mm és b=160 mm szélességekre, míg 'G_...' a G_II és G_III repedésterjedési módokra átlagolt eredményekre utalnak)

A lehajlás-eltéréseket 1,...,4 (1-jó, 2-kis eltérés, 3-közepes eltérés, 4-nagy eltérés) pontszámokkal rangsorolva, a $q2$ tényezőt a tekintetbe vett eredmények pontszámai átlaga definiálta. (F2. táblázat).

				2ESL			4ESL							2ESL			4ESL				
		G	Eset	FSDT	SSDT	TSDT	FSDT	SSDT	TSDT					FSDT	SSDT	TSDT	FSDT	SSDT	TSDT		
Feladat_(a)	m(T _d)			324	676	400	676	484	1156					676	484	1156					
	m(T _{ud})			196	484	400	484	484	676					484	484	676					
	m(T)			520	1160	800	1160	968	1832					1160	968	1832					
b=100	Dw	i		1	1	1	2	1	1					2	1	1					
		ii		1	1	3	2	1	1					3	1	1					
		iii		1	1	3	2	1	1					3	1	1					
		iv		1	1	3	2	1	1					3	1	1					
	b=160	Dw	i		1	1	2	3	1	1					3	1	1				
			ii		1	1	1	2	1	1					3	1	1				
			iii		1	1	1	2	1	1					3	1	1				
			iv		1	1	1	2	1	1					3	1	1				
	b=100	Dw	i		2	2	4	4	2	2					5	2	3				
			ii		2	2	3	5	2	2					7	2	2				
			iii		4	4	7	9	4	4					12	4	5				
			iv		4	4	7	9	4	4					12	4	5				
b=...	Dw	i		1	1	1.75	2.25	1	1					3	1	1.25					
		ii		1	1	1.75	2.25	1	1					3	1	1.25					
q2	b=...	dw		1	1	1.75	2.25	1	1					3	1	1.25					
		dw		1	1	1.75	2.25	1	1					3	1	1.25					

(a)

(b)

F2. táblázat. A lehajlás-eltérések rangszámai és a $q2$ tényező, mint átlag számítása az (a) és (b) feladatra

A 7.1. és 7.2. táblázatok pontszámainak megfelelően, ahol az 1 a legjobb és 3 a legrosszabb esetet jelző pontszám, a $q1$, illetve a $q1$ és $q2$ tényezővel szorzott átlagértékek közül minden esetben a legjobb mindig a legkisebb, a legrosszabb a legnagyobb érték (F1.a. és F1.b. táblázatok). Az F1. táblázatban az egyes esetcsoportok soraiban a színekkel kiemelt minimális minősítő értékek jelzik az FSDT, SSDT, illetve TSDT modellek közül a legkedvezőbbet.

MELLÉKLET – Hibajegyzék

Az értekezésben fellelt gépelési, illetve szerkesztési hibák, valamint kisebb értelemzavaró hiányosságok az alábbiak:

- (1) A 2.2. ábra alatti 5. mondat (9. oldal): Irodalmi hivatkozás hiányzik.
- (2) Az egyes ESL-ek $z^{(i)}$ lokális keresztirányú koordinátái értéktartományát célszerű lett volna a (2.1) összefüggésnél (9. oldal) általánosan megadni, így itt – noha logikusan, de mégis – csak következtetni lehet, hogy az $-t_i/2 \leq z^{(i)} \leq t_i/2$.
- (3) A 2.2.b. (9. oldal) és 2.3.b. (10. oldal) ábrák felirataiban nem szerepel, hogy melyik részre (delaminálatlan vagy delaminált) vonatkoznak.
- (4) A (2.18) képlet alatti első sorban (14. oldal) „...where a and b takes x or y.” javítani javasolt.
- (5) A (2.23) összefüggés (15. oldal) integranduszának 3. sorában az $L_{xy(i)}$ helyett $P_{xy(i)}$ írandó.
- (6) (2.27) alatti 1. sor (16. oldal): „...the comma means differentiation.” helyett pl. ‘...the index after comma means differentiation.’ írandó
- (7) A (2.33) képletsorszám (18. oldal) a következő oldalra csúszott.
- (8) 3.1. ábra. feliratában (19. oldal): „...the Y-Z plane (a)” helyett ‘...the X-Z plane (a)’ írandó.
- (9) A (3.4) alatti 2. mondatban (21. oldal): „in-pane” helyett ‘in-plane’ írandó.
- (10) A (3.8) képletsorszám (22. oldal) a következő oldalra csúszott.
- (11) A (3.10) képlet alatti első sorban (22. oldal) a „...fisrt...” javítandó.
- (12) A 4.1.b. és 4.2.b. ábrák (28-29. oldal) alatti feliratok nem jelzik, hogy az ábrázolt vastagság menti deformáció-alakulások a delaminálatlan, vagy delaminált részre vonatkoznak-e.
- (13) A 4.1.1. fejezetcím alatti első sor (31. oldal) a „...twentytwo...” javítandó.
- (14) Az 51. oldali Következmény első mondatában: „If the continuity of the linear terms ...are continuous ...” javítandó (a folytonosság folytonos ?).
- (15) Az 51. oldalon az utolsó bekezdés 1. sorában: „...Eq.(5.51)-(5.52) means...” javítandó.
- (16) A 6.1. táblázat feliratában hiányzik az irodalmi hivatkozás.
- (17) A 67.-69. oldalakon a 6.2.2. fejezetben tárgyalt 6.13.-6.16. ábrák az előző 6.2.1. fejezet szövegtartományában maradtak.
- (18) A 69. oldalon a 6.3.1. fejezetben tárgyalt 6.21. ábra az előző 6.2.2. fejezet szövegtartományában maradt.
- (19) A (7.1)-ben (80. oldal) szereplő $u_{i,m}$, illetve $(...)_m$ jelölések feltehetőleg x_m szerinti deriválásokat jelentenek, amelyre itt utalni kellene, hiszen ez a Jelölésjegyzékben nem szerepel.
- (20) A 7.5. fejezetben (95. oldal) tárgyalt 7.1. táblázat a 7.4. fejezet szövegmezéjében (94. oldal) maradt.
- (21) Az A.1. Függelékben a cím alatti első sorban (109. oldal): „...in Subections” helyett ‘...in Subections’ írandó.