Válasz Tuza Zsolt bírálatára

Az opponens a véleményének nagyobbik részében az értekezésben leírt eredményeket ismerteti, és kitér azoknak a szakirodalomban elfoglalt helyére is. A válaszom első részében az opponens kritikai megjegyzéseire reagálok, majd a feltett kérdésekre válaszolok.

Sajnálom, hogy az opponens által felsorolt elírások, hibák – a dolgozat többszöri elolvasása után is – az értekezésben maradtak. Köszönöm a bíráló gondos munkáját. Örülök, hogy a bíráló megítélése szerint ezek a dolgozat lényegi megértését nem befolyásolják. Abban bízok, hogy ezzel nem nehezítettem a dolgozat olvasását.

- Valóban, a 2.1. táblázatában a a magyarázó szöveg végén a $j \le k = 5$ képlet a helyes.
- Igen, a 8. oldal 2. képletében a bal oldal első tagja helyesen $\frac{r}{m_1^r}$.
- A 25. oldal 3.2. fejezetében a 7. sorban a portion helyett a partition a helyes.
- Az 54. oldalon a hivatkozás valóban rossz. Helyesen a [7] cikkre kell hivatkozni.
- Az 57. oldalon kimaradt a szummázás. Ennek megfelelően a képlet helyesen: $\sum_{i=1}^{4} p_i \le 4$.
- A 79. oldalon a kifogásolt mondat helyesen: In the papers [52] and [21] we presented an algorithm that has an improvement on LS for $m \ge 4$.

Köszönöm azt a megjegyzést is, amelyet a bíráló a dolgozat struktúrájával kapcsolatban tett. Szerkezetileg valóban áttekinthetőbb lenne a dolgozat, ha az open shop probléma vizsgálata a blokk végére került volna.

A tézisfüzet kapcsán tett megjegyzéseket is elfogadom. Mentségemre az szolgál, hogy a tézisfüzet elkészítése során végig azzal küzdöttem, hogy az előírt terjedelmi korlátokon belül maradjak. Ennek esett "áldozatául" az, hogy az $(O(nr^{2L}))$ képlet megadásánál elmaradt az r értékének pontos definiálása.

Elfogadom azt is, hogy a tézisfüzet tartalmi szempontból jobban követhető lenne, ha a szövegtömörítési algoritmusoknál említésre került volna az, hogy bár a feladat - egy élsúlyos gráf generálásával - visszavezethető a legrövidebb út keresésére, de a feladat mérete és/vagy a blokkokban történő beolvasás ezt a lehetőséget sokszor kizárja.

A két megjegyzés azért is helytálló, mert a javasolt kiegészítések érdemben nem befolyásolták volna a tézisfüzet terjedelmét.

Az opponens által feltett kérdésekre a válaszaim az alábbiak.

1. A rendezett listákat pakoló félig-online algoritmusok alsó korlátjára használt konstrukció három listát tartalmaz. Teljesen online algoritmusok esetében olyan konstrukciókat használnak, amelyeknél a konkatenált listában szereplő listák száma a végtelenhez tart. Vajon többlistás konstrukciókkal javítható a jelenlegi korlát?

Online algoritmusok esetén az alsó korlát konstrukciója abból indul ki, hogy kis elemeket kell kapnunk először, de ezeket nem pakolhatja el egyetlen algoritmus sem "túl jól", mert ebben az esetben az érkező nagyobb méretű elemek nem pakolhatók el hatékonyan. Rendezett listák esetében a helyzet annyiban változik, hogy a kisebb elemeket tartalmazó lista érkezik később, ezért a méretek helyes megválasztásával el kell kerülnünk azt, hogy a kisebb elemekből "elég sokat" el tudjunk pakolni az előzőleg nyitott ládák bármelyikébe. Az LP modell az alsó korlát kezeléséhez ugyanúgy felírható, mint az online algoritmusok esetében (ld. A. van Vliet, An improved lower bound for online Bin Packing Algorithms, Inf. Proc. Letter, 43 1992, 274-284). Az a kérdés, hogy milyen listákat kell generálnunk az LP alkalmazásához?

Tegyük fel, hogy egy jó alsó korlátot szolgáltató konstrukcióban k listánk van. Legyenek ezek $L_1, L_2, \ldots, L_k$. Legyenek a listában az elemek méretei $a_1 > a_2 > \ldots > a_k$. Legyen továbbá $\lfloor \frac{1}{a_i} \rfloor = t_i$. Egy ilyen konstrukciónak a következő feltételeket kell teljesíteni.

- $t_1 < t_2 < \ldots < t_k$.

- $1 - t_i a_i > a_j$, ahol $i < j$ és $1 \leq i \leq k-1$.

- $k \geq 4$.

A számítógépes vizsgálataink azt mutatták, hogy azok a listák lehetnek jelöltek az alsó korlát vizsgálatára, amelyekre $\frac{1}{3} > a_1 > \frac{1}{4}$, és $a_k > \frac{1}{7}$. Az így generált listákra alkalmazva az LP megoldást, azt kaptuk, hogy a $k = 3$ esetre több olyan konstrukció is létezik, amely szolgáltatja az $\frac{54}{47}$ alsó korlátot, és $k = 4$-re is léteznek olyan konstrukciók, amelyekre ez az alsó korlát bizonyítható. Ilyen például az $\frac{1}{4} + \varepsilon, \frac{1}{5} + \varepsilon, \frac{1}{6} + \varepsilon, \frac{1}{6}$ méretű elemeket tartalmazó konstrukció, de $\frac{54}{47}$-nél jobb alsó korlátot sem $k = 4$, sem $k = 5$-re nem találtunk.

Önmagukban a számítógépes megoldások persze nem bizonyító erejűek. Mi nem foglakoztunk annak egzakt bizonyításával, hogy az alsó korlát nem javítható $k \geq 4$ listát tartalmazó konstrukcióval, de a feltett kérdés nagyon érdekes. Általában csak un. nem elágazásos listákkal foglalkoznak az alsó korlátok vizsgálatánál, de már van Vliet is javasolta annak a vizsgálatát, hogy az algoritmusok viselkedésétől függően változtassuk a konkatenált listák soron következő elemeinek méreteit. Ilyen vizsgálatokat mi nem végeztünk, és nem ismerek olyan publikációt, amelyek akár az online akár a rendezett online algoritmusok esetén ilyen konstrukciót vizsgáltak volna.

2. A 2. fejezetben egy új konstrukcióval adják meg a 1.5403... javított alsó korlátot az egydimenziós online algoritmusok alsó korlátjára. Kézenfekvő a kérdés: miért nem alkalmazták ezeket a sorozatokat a kétdimenziós esetre? Ugyancsak ide vonatkozó kérdés az is, hogy az online algoritmusoknál a parametrikus esetre vonatkozó alsó korlátokat miért nem vizsgálták magasabb dimenzióban?

A kérdés teljesen indokolt. Jelenleg azok a konstrukciók, amelyeket a kétdimenziós online algoritmusok alsó korlátjának kiszámítására alkalmaznak mindkét irányban a Sylvester sorozatokat használják a méretek definiálására. A dolgozat 58. oldalán található ábra egy W2H3 konstrukciót mutat be, ahol a a téglalapok szélességeit a Sylvester sorozat első két eleméből képezzük, míg a a magasságokat a Sylvester sorozat első három elemének felhasználásával definiáljuk. Ez a konstrukció szolgáltatja a 1.80288... alsó korlátot.

A dolgozatban is megemlítettem, hogy ezt a konstrukciót A. van Vliet továbbfejleszette oly módon, hogy a W3H3, W3H4 és a W3H5 eseteket vizsgálta. Ennek eredményeként kapta az 1.85166... alsó korlátot. Az LP technika alkalmazásához generálnia kellett az összes pakolási mintát, és a kezelhetőséghez ki kellett szűrni az optimális megoldásban biztosan nem szereplő pakolási mintákat. Így tudta elérni, hogy az LP feladat kezelhető méretű legyen.

Abban az esetben, ha az általunk definiált új sorozatot használjuk a tárgyak méreteinek megadásakor, akkor az első olyan eset, amelynél javítást várhatunk a H3W5, ahol a legkisebb magasság $\frac{1}{343} + \varepsilon$. Egy ilyen példánál az összes lehetséges pakolási minta generálása nehéz, hiszen nem elegendő annak vizsgálata, hogy a megfelelő méretek összege a láda méreténél nem nagyobb. (Nem nehéz olyan pakolási mintát konstruálni, amelyre a fenti egyenlőtlenség nem teljesül, mégis lehetséges pakolást kapunk.) Érdemes azonban megjegyezni azt, hogy számottevő javulást a H5W5 esetben várhatunk. Foglalkoztat bennünket a probléma, és időről-időre visszatérünk a megoldás kereséséhez. Azt gondolom, hogy a legnehezebb kérdés az, hogy miként lehet generálni az összes lehetséges pakolási mintát. A domináns minták kiszűréséhez lehet alkalmazni a korábban használt eljárásokat, ezzel csökkentve az LP méretét, de itt is nagyon körültekintően kell eljárni. Ha ilyen módon el is jutunk egy jobb alsó korláthoz, akkor még mindig meg kell találni a megfelelő súlyokat a kombinatórikus bizonyításhoz. Látjuk a megoldáshoz vezető utat, de még számos technikai nehézséget kell megoldanunk.

A másik feltett kérdésre, amely szerint a parametrikus eset alsó korlátjának kiszámításakor használható-e az általunk definiált sorozat, a válasz az, hogy igen, használható, de ugyanazokkal problémákkal találjuk magunkat szemben, mint a W5H5 esetben. Itt az elemek méretei még kisebbek lesznek, ezért a pakolási képek generálásakor még körültekintőbben kell eljárni.

Köszönöm a bíráló nagyon alapos munkáját és támogatását.

Szeged, 2017. május 22.

Galambos Gábor