

Opponensi vélemény

Dósa György

# A First Fit ládapakolási algoritmus néhány változatának éles eredményei (súlyfüggvények alkalmazásával)

című doktori értekezéséről

Az értekezésben a jelölt a ládapakolási feladattal (bin packing) foglalkozik – ez NP-nehéz feladat, amelyet polinom idejű közelítő algoritmusokkal oldanak meg. Elsősorban a feladat off-line esetét tárgyalja, de vizsgálja a kötegelt ládapakolást (batched bin packing) is, ahol  $K$ -elemű kötegekben érkeznek a tárgyak (és amely így az on-line és az off-line esetek közös általánosításaként tekinthető), és tárgyalja az általa és szerzőtársai által definiált, ennek további általánosításaként tekinthető gráf-láda pakolást (graph-bin packing) is.

Az eredeti feladat egyik legegyszerűbb megoldása a First Fit (FF) algoritmus, ahol a ládák sorrendje rögzített és a soron következő tárgyat a legelső olyan ládába teszik, amelybe belefér – ezen belül különös jelentősége van a First Fit Decreasing (FFD) algoritmusnak, amikor a tárgyak méret szerint csökkenő sorrendben érkeznek – és a Best Fit (BF) algoritmus, ahol a tárgy a szoba jöhető ládák közül abba kerül, amelyben így a láda szintje a lehető legmagasabb lesz.

Ezeknek az algoritmusoknak a jóságát az **aszimptotikus approximációs aránnyal** szokták mérni, pl. az FF algoritmus során felhasznált ládák száma legfeljebb az optimális ládaszám  $1.7$ -szerese plusz egy  $C$  konstans, az FFD-nél ez az arány  $11/9$  stb. A jelölt azonban elsősorban ennek a  $C$  konstansnak az értékét kívánja minél lejjebb szorítani, vagyis az **abszolút approximációs aránnyal** foglalkozik.

A bevezetést, előzményeket stb tartalmazó első két fejezet után a jelölt először az FFD algoritmus éles becslésével foglalkozik. A  $11/9$  aszimptotikus approximációs arányt először (már több, mint 40 éve) megadó Johnson bizonyításából csak  $C=4$  konstans adódott, ezt a jelölt  $6/9$ -re vitte le és belátta, hogy ez az eredmény éles. Az R. Li, X. Han és Tuza Zsolt társszerzőkkel publikált (nyomtatásban is félszáz oldal terjedelmű) bizonyítás több eset szétválasztását igényli attól függően, hogy a legkisebb tárgy  $X$  mérete hogy viszonyul a ládák egységnyi méretéhez. Ha  $X$  legfeljebb  $2/11$  vagy legalább  $1/4$ , akkor a bizonyítás egyszerű, a maradék két eset (attól függően, hogy  $X > 1/5$  vagy nem) viszont igen bonyolult.

A következő három fejezet az FF algoritmussal foglalkozik. A 4. fejezetben a jelölt és J. Sgall éles becslést adnak az általános esetre, az 5. fejezetben a jelölt a paraméteres esetben határozza

meg az abszolút approximációs arányt (tehát amikor a tárgyak mérete legfeljebb  $1/d$ , ahol  $d$  egy rögzített paraméter), végül a 6. fejezetben L. Epsteinnel közösen meghatározzák az éles aszimptotikus approximációs arányt az elemszámkorlátos esetben (vagyis amikor legfeljebb  $k$  tárgy pakolható egy ládába, természetesen az összméretre vonatkozó felső korláton túl.).


Végül a 7. fejezetben a jelölt először a kötegelt ládapakolással foglalkozik a  $K=2$  esetben. Alsó korlátot ad bármely algoritmus aszimptotikus approximációs arányára és megad egy algoritmust, ahol pontosan meghatározza ezt az arányt. Befejezésül a gráf-ládapakolási feladatra ad egy algoritmust, melynek meghatározza az abszolút approximációs arányát.

A disszertáció a szerző és munkatársai több, mint három évtized során elért eredményeit foglalja össze angol nyelven, világosan felépített, gondosan kivitelezett formában. Egyetlen apró hibát találtam: mind a Corollary 7.1.2, mind pedig a Theorem 7.2.1 magyar nyelvű kimondása 11. tételként szerepel a tézisfűzetben.

Az eredményeket a szakterület szokásos folyóirataiban, pl. *Discrete Optimization*, *Discrete Applied Mathematics*, *Theoretical Computer Science*, *Journal of Scheduling*, *International Journal of Foundations of Computer Science*, *Journal of Computer and System Sciences* és konferenciáin publikálták. Tudományos közleményeire több, mint ötszáz független hivatkozást kapott.

A téziseket új tudományos eredményeknek fogadom el és fentiek alapján a disszertáció nyilvános vitára bocsájtását és a jelöltnek a Magyar Tudományos Akadémia doktora cím odaítélését javaslom.

Budapest, 2017. augusztus 28.



Recki András  
a matematikai tudomány doktora